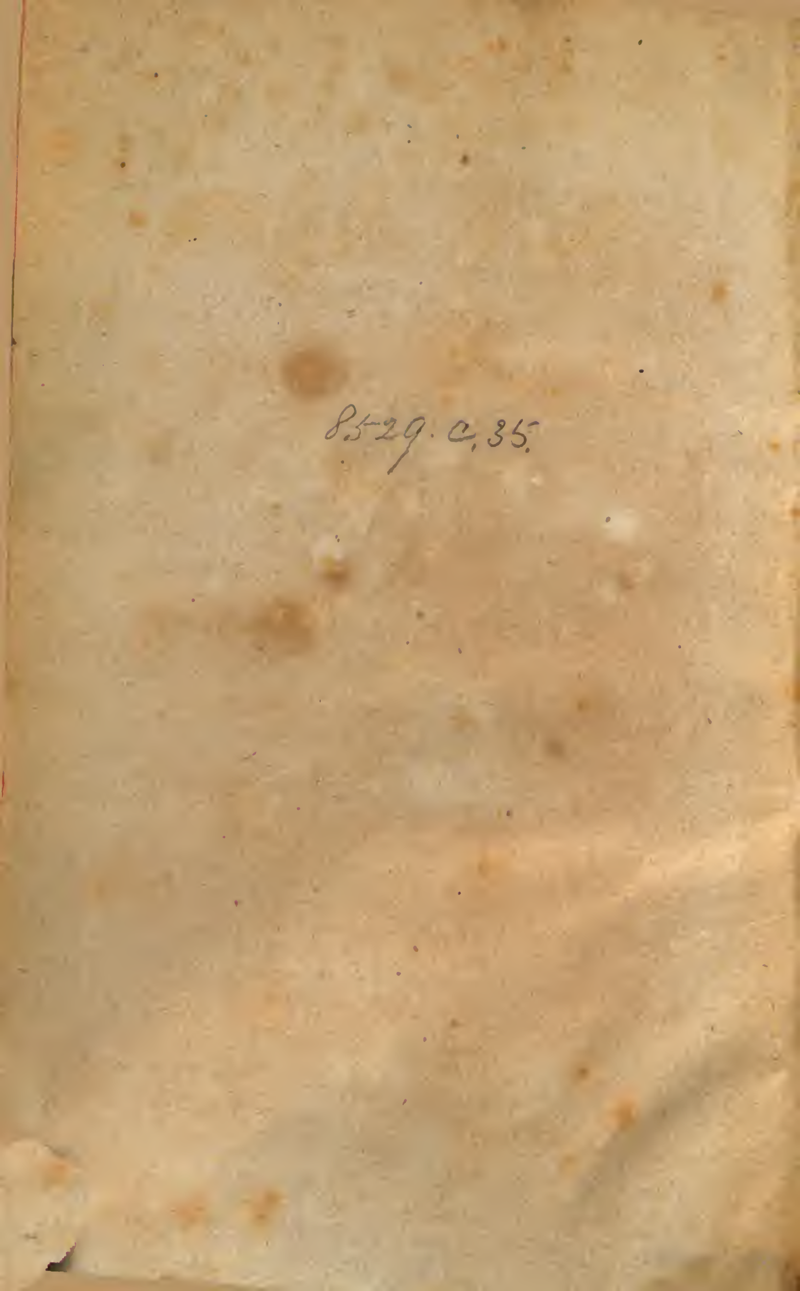
LEHRBUCH DER GESAMMTEN MESSKUNST ... MIT 177 ... FIGUREN IN...

C. F. SCHNEITLER









Lehrbuch

der

gesammten Meßkunst

oder

Darstellung der Theorie und Praxis

des

Feldmessens, Nivellirens und des Höhenmessens, der militairischen Aufnahmen, des Markscheidens und der Aufnahme ganzer Länder, sowie der geometrischen Zeichnenkunst.

Zum Selbststudium und Unterricht

bearbeitet von

C. F. Schneitler,

Civil-Ingenieur.

(Verfasser des Werkes: Die Instrumente der höhern und niedern Meßkunst rc.)

Mit 177 in den Text eingedruckten Figuren in Holzschnitt.

Leipzig,
Druck und Verlag von B. G. Teubner.
1851.



Vorrede.

Die wohlwollende und günstige Aufnahme, welche meinem Buche über „die Instrumente und Werkzeuge der Meßkunst 2c." zu Theil geworden, hat mich veranlaßt, in gleicher Weise das vorliegende Lehrbuch der gesammten Meßkunst zu bearbeiten. Wenn ich dabei die Schwierigkeiten des Unternehmens und noch viel weniger die Leistungen Anderer auf diesem Felde außer Betracht lassen konnte, so hat mich doch auch wiederum die Ueberzeugung geleitet, daß der meinem Vorhaben zu Grunde liegende Plan einen neuen, für die Ausübung der Meßkunst ersprießlichen Weg bezeichnet.

Ich bin nämlich von der Ansicht ausgegangen, daß, da alle einzelnen Theile der Meßkunst auf gemeinsamem Grunde beruhen, es eine künstliche Trennung ist, sie abgesondert und ohne Darlegung ihres natürlichen Zusammenhanges oder gemeinsamen Fundamentes zu behandeln. Das Feldmessen beruht auf keinen andern Lehrsätzen, als die topographische Meßkunst, und das Markscheiden ist in dieser Beziehung eben nichts Anderes, als eine Verbindung von Feldmessen und Nivelliren. Die Theorie weist stets diesen fundamentalen Zusammenhang nach. Dagegen zeigt die Praxis, daß Objekt und Zweck einer Meßoperation allerdings gewisse Rücksichten bedingen, welche jedoch immer von untergeordneter Bedeutung sind und die Lehrsätze nicht berühren können. Faßt man die Meßkunst in diesem Sinne auf und läßt die beinahe handwerksmäßigen Unterschiede, die in Bezug auf sie im gewöhnlichen Leben gemacht werden, fallen, so wird man die Meßkunst als Wissenschaft betrachten, und ihre Jünger und Verehrer werden sich in fruchtbringender Wirksamkeit um diesen gemeinsamen Mittelpunkt schaaren.

Es ist von mir in dem vorliegenden Lehrbuche der Meßkunst versucht worden, den Plan durchzuführen, an das Gemeinsame aller Theile der Meßkunst das Besondere derselben systematisch anzuschließen; mein Ziel ist die Ausbildung von Meßkünstlern, nicht allein die von Feldmessern,

Topographen, Forstgeometern und Markscheidern. Nichts desto weniger ist das Feldmessen, Markscheiden rc. ausführlich behandelt worden, und ich glaube aus diesem Grunde das Lehrbuch der gesammten Meßkunst, welches mit den „Instrumenten und Werkzeugen der Meßkunst rc." nunmehr ein Ganzes bildet, insbesondere für den ersten Unterricht in dieser Wissenschaft empfehlen zu dürfen.

Bei der Bearbeitung selbst habe ich eine gleichmäßige Berücksichtigung der theoretischen wie der praktischen Seite der Meßkunst mir zur Pflicht gemacht. Die genaue Kenntniß der Lehrsätze der Geometrie, Trigonometrie und Arithmetik, sowie die der Meß-Instrumente in ihrer Construction, Anwendung und Beurtheilung mußte ich voraussetzen, um dem Buche nicht einen allzugroßen Umfang zu geben.

Daß ich bei Bearbeitung des vorliegenden Werkes die Leistungen meiner Vorgänger, namentlich die eines Joh. Tob. Meyer, A. Schulz Montanus, Crelle, Barfuß, Hierl, Decker, Gerling, Lehmann, v. Müffling u. v. A. nicht unberücksichtigt gelassen, werden vorurtheilsfreie Meßkünstler anerkennen und mir es nicht verübeln, mit Citaten sparsam gewesen zu sein.

Schließlich bitte ich um eine wohlwollende Aufnahme dieses zweiten Werkes, sowie um eine nachsichtige und gerechte Beurtheilung.

Berlin, im Juli 1851.

C. F. Schneitler.

Inhalt.

Seite.

Einleitung.

§. 1. Messen heißt untersuchen, wie oft eine bekannte Größe, das Maaß, in einer unbekannten enthalten ist. Unter Meßkunst (praktischer Geometrie, Geodäsie) kann man im Allgemeinen diejenige Wissenschaft verstehen, welche von den Lehren der reinen Mathematik eine geschickte Anwendung auf die Kenntnißnahme der Erdoberfläche oder von Theilen derselben in Bezug auf deren räumliche Verhältnisse macht. Die Resultate der Messung werden auf dem Papiere zu einem Bilde vereinigt, welches dem gemessenen Theile der Erdoberfläche ähnlich ist und welches man Charte, Grundriß oder Situationsplan nennt.

§. 2. Die Meßkunst zerfällt:

I. in die höhere Meßkunst (höhere Geodäsie), welche theils zu der Ermittelung der wahren Gestalt der Erde (Gradmessungen), theils, unter Berücksichtigung dieser Gestalt, zu der Bestimmung von Punkten auf der Erdoberfläche (Triangulirung) angewandt wird;

II. in die niedere Meßkunst, welche sich mit der Ausmessung und Darstellung kleinerer Erdräume beschäftigt und dabei von der Kugelgestalt der Erde abstrahirt.

Die niedere Meßkunst wird in Hinsicht des Zweckes, zu welchem man sie ausübt, eingetheilt:

1) in die Feldmeßkunst, welche ihre Darstellungen mit besonderer Rücksicht auf administrative oder ökonomische Zwecke unternimmt (Land-, Forst-, Bau-Vermessungen und Nivellements).

2) in die topographische Meßkunst (das militairische Aufnehmen), welche besonders die Eigenthümlichkeiten der Erde in's Auge faßt, die ein militairisches Interesse gewähren;

3) in das Marckscheiden, zum Behuf bergbaulicher Zwecke.

Betrachtet man jedoch die niedere Meßkunst vom rein mathematischen Standpunkte, so faßt dieselbe in sich:

a) die Längenmessung, oder Messung einzelner Linien, (Longimetrie),

b) die Flächenmessung (Planimetrie),
welche beide nur Bezug auf Horizontalebenen haben; und

c) die Höhenmessung (Nivelliren), oder Messung der Höhenunterschiede verschiedener Punkte,
die nur Bezug auf Verticalebenen hat. —

Es wird zweckmäßig sein, nach dieser Einleitung zuerst die niedere Meßkunst in ihren allgemeinen Lehrsätzen und besonderen Anwendungen und dann die höhere Meßkunst abzuhandeln.

I. Die niedere Meßkunst.

1*



1. Abschnitt.

A. Allgemeine Grundsätze.

§. 3. Bei jeder Messung kommt es immer auf die Grenzen der zu vermessenden Flächen an; sie können als natürliche (wie z. B. Feld und Wald), künstliche (örtlich bezeichnete) und angenommene (ohne örtliche Bezeichnung oder nicht sichtbare) betrachtet werden. Die Grenzen, welche meist selbst Flächen sind, müssen als mathematische Linien angesehen oder bestimmt werden, wenn man von ihnen überhaupt eine mathematische Anwendung machen will. Daher wird die Grundlage jeder Messung gleichsam ein Netz oder eine Verbindung mathematischer Linien sein.

§. 4. Die Erde hat ohngefähr die Gestalt einer Kugel (denn ihre beiden Axen verhalten sich wie 288:289) und es ist also jedes Stück ihrer Oberfläche, streng genommen, keine Ebene, sondern eine gekrümmte Fläche. Die Theile der Erdoberfläche, mit denen es die niedere Meßkunst, zu thun hat, liegen deshalb gewöhnlich nicht in einer Ebene; wohl aber soll die bildliche Darstellung des Gemessenen auf einer ebenen Fläche, dem Papiere, geschehen. Es läßt sich leicht einsehen, daß es unmöglich ist, auf einer ebenen Fläche eine Figur einer anderen, deren Theile nicht alle in einer und derselben Ebene liegen, geometrisch ähnlich zu machen, und es muß daher in Betracht gezogen werden, was in solchem Falle zu beobachten ist.

Was zuvörderst den Einfluß betrifft, welchen die kugelförmige Gestalt der Erde auf die Darstellung eines Theils ihrer Oberfläche auf dem Papiere hat, so kommt derselbe in der niederen Meßkunst, wo es sich meist um nicht mehr als einige Quadratmeilen handelt, gar nicht in Betracht. Der Halbmesser der Erde beträgt 860 Meilen, der Umfang derselben aber 5403,53 Meilen. Es kommen daher 15,01 Meilen auf einen Grad, 7,505 Meilen auf ½ Grad oder 30 Minuten. Durch eine

einfache trigonometrische Rechnung läßt sich beweisen: daß der Unterschied zwischen einem Bogen von 30 Minuten und der dazu gehörigen Sehne, bei einem Halbmesser von 860 Meilen, nicht mehr beträgt als 0,000124 Meilen oder etwa 2 Fuß.

Dieser Unterschied ist aber so klein, daß er bei der gewöhnlichen Anwendung des verjüngten Maaßstabes bei geometrischen Charten ganz verschwindet, und man kann demnach ein solches Stück der Erdoberfläche, wie hier in Betracht zu ziehen sein dürfte, ganz ohne Fehler als eine wirkliche Ebene ansehen, da sogar bei Distrikten von 10—15 Quadratmeilen der Unterschied des zugehörigen Bogens und der Sehne ohne großen Irrthum als unbeträchtlich angesehen werden darf.

§. 5. Wenn demnach die Kugelgestalt der Erde in der niederen Meßkunst keine weitere Berücksichtigung verdient, so wird doch eine solche durch die Lage der verschiedenen Erhöhungen der Erdoberfläche geboten. Es mögen hier einige Sätze folgen, welche die Anfertigung eines geometrischen Bildes (Planes, Grundrisses) als möglich erweisen.

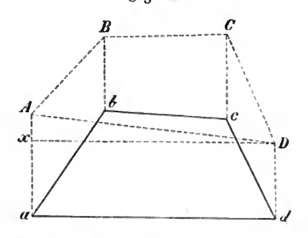
Die Erfahrung lehrt, daß die Richtung von zwei oder mehreren Fäden, welche durch schwere Körper angespannt werden, so genau, als es mit dem Auge und mit Instrumenten bemerkt werden kann, gleichlaufend sind.

Diese Richtungen sind senkrecht (lothrecht), man nennt sie gewöhnlich Verticallinien und eine durch mehrere derselben gedachte Ebene eine Verticalebene; eine Ebene, die man sich senkrecht auf diese Richtungen denkt, heißt eine Horizontalebene und jede andere, die nicht senkrecht auf diesen Richtungen steht, wird eine schiefe Ebene genannt. In Rücksicht dessen kann man z. B. die Oberfläche eines stillstehenden Wassers in einer nicht gar zu großen Ausdehnung und das s. g. flache oder platte Land als eine Horizontalebene ansehen; die Seitenflächen oder Abdachungen der Berge hingegen sind schiefe Flächen, denn die Richtungen der Schwere (Verticallinien) werden nirgends rechte Winkel mit denselben machen.

Nach diesen Voraussetzungen kann man sich an jedem Orte eine Horizontalebene, und dieselbe nach allen Seiten hin erweitert, denken; auch folgt daraus, daß alle Horizontalebenen, welche man über oder unter einander annimmt, parallel sind, weil sie auf den parallelen Richtungen der Verticallinien senkrecht stehen. Vermittelst eines mit Wasser angefüllten Gefäßes ist es möglich, sich an jedem Orte eine Horizontalfläche sinnlich zu machen, und es läßt sich aus dem bisher Gesagten die richtige Vorstellung eines geometrischen Grundrisses herleiten.

Man denke sich die Punkte A, B, C, D (Fig. 1) lägen auf der Erdoberfläche nicht in einer Ebene, sondern wären als Spitzen von Bergen ꝛc. mehr oder weniger über einander erhöhet, und man hätte sich irgendwo auf der Erde eine Horizontalebene gedacht, welche hier durch die Ebene des Papiers dargestellt werde. Von den Punkten A, B, C, D fälle man auf die Horizontalebene die Senkrechten Aa, Bb, Cc und Dd. Die Punkte a, b, c, d, wo diese

Fig. 1.



Senkrechten auf die Horizontalfläche eintreffen, nennt man die Projection der Punkte A, B, C, D auf diese Ebene, oder man sagt a, b, c, d sind die auf den Horizont reducirten Punkte A, B, C, D und die Linien ab, bc, cd, da werden die auf den Horizont reducirten Linien AB, BC, CD, DA genannt.

Es kommt also darauf an, diese Projectionen der Linien auf die Horizontalfläche durch Messung der wirklichen Grenzlinien zu finden, was auch, wie später gezeigt werden wird, angeht. Daher leuchtet es ein, daß man in einem Grundrisse nie die wahre Entfernung zweier Punkte, die in verschiedenen Ebenen liegen, finden kann, sondern daß die Entfernung derselben nur nach einer angenommenen Horizontallinie, d. h. daß der Horizontal-Abstand dieser beiden Punkte, angegeben wird. So ist z. B. AD (Fig. 1) die wahre Entfernung der Punkte A und D, vorausgesetzt, daß A höher liegt, als D, ad aber, oder die mit ihr parallel laufende Linie Dx, der Horizontal-Abstand dieser beiden Punkte.

§. 6. Die Gründe, weshalb man bei einer jeden Flächenmessung die ganze Figur auf den Horizont reducirt, sind folgende:

1) läßt sich die Lage und Richtung einer horizontalen Ebene weit leichter angeben und versinnlichen, als jede andere gegen den Horizont geneigte;
2) wäre es nicht möglich, eine richtige Charte oder Grundriß von einem Theile der Erdoberfläche zu verfertigen, wenn man die Entfernungen höher und tiefer liegender Punkte nach dem Maaße in die Charte verzeichnen wollte, welche man bei dem Fortmessen über die schiefen Oberflächen erhält; man würde stets Hypotenusen rechtwinklicher Dreiecke auftragen, welche nur in Profilrissen (Zeich-

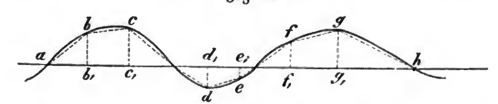
nung des Durchschnittes eines Gegenstandes mit einer Fläche) dargestellt werden, bei einem Grundrisse aber dadurch eine Unrichtigkeit auf die andere häufen.

Es wird noch ein dritter Grund angeführt, nämlich der: daß, da alle Gewächse in verticalen Richtungen wachsen, auf gekrümmten oder geneigten Flächen nicht mehr Gewächse stehen können, als auf einer Ebene. Inwieweit dieser Satz begründet ist, wird in dem praktischen Theile der niederen Meßkunst (s. Feldmeßkunst) näher erörtert werden.

§. 7. Sieht man nun von der Lage der verschiedenen Erhöhungen der Erdoberfläche ab, so kommt es doch immer auf die Messung von Linien oder deren Projectionen, als der Grenzen von größeren oder kleineren Flächen, an. Es ist demnach die Aufgabe zu lösen: ein Netz oder eine Verbindung dieser Linien zu messen.

Die Grenzlinien können gerade oder krumme sein; die letzteren sind jedoch keinesweges als krumme Linien von bestimmter Gestalt, z. B. als Kreislinien, anzusehen, sondern man betrachtet die krummen Linien als aus kleinen geradlinigten Theilen zusammengesetzt, mithin als gebrochene Linien. Der Theorie nach ist dieser Satz nicht richtig; in der Praxis kommt man aber der Wahrheit um so näher, je kleiner bei starker Krümmung der gebogenen Linien die Theile derselben genommen werden. Diese einzelnen Theile kann man, wenn ihre Endpunkte nahe beisammen liegen, in Rücksicht ihrer Lage gegen eine beliebig gezogene Linie durch Senkrechte (Abstände) bestimmen. Es mögen a, b, c, d, e, f, g, h (Fig. 2)

Fig. 2.



die Endpunkte den geradlinigten Theile, in welche die krumme Linie a d g h zerlegt ist, sein und a h die beliebig angenommene gerade Linie, so würden die Punkte a, b, c, d .... h durch die Senkrechten bb_1, cc_1, dd_1, ee_1, ff_1, gg_1 bestimmt. Ist also ah bekannt, so kann die krumme Linie a d g h gefunden und bestimmt werden. Man nennt die Linie ah die Abscissenlinie, die Stücke derselben ab_1, ac_1, ad_1 ꝛc. die Abscissen, die Senkrechten bb_1, cc_1, dd_1 ꝛc. die Ordinaten und a den Anfangspunkt der Abscissen. Nach dieser s. g. Exhaustions-Methode wird demnach eine krumme Linie in eine gebrochene umgewandelt (rectificirt).

Hieraus folgt, daß die Meßkunst es nur mit geraden Linien zu thun hat, oder daß die Grenzlinien aller Flächen nur allein durch gerade Linien bestimmt werden können. Man hat daher alle vorkommende Figuren als von einzelnen geraden Linien eingeschlossen zu betrachten.

§. 8. Die Aufgabe der niederen Meßkunst wird also im Wesentlichen darin bestehen: zusammenhängende, von geraden horizontalen oder auf den Horizont reducirten Linien umschlossene Figuren (geradlinigte Vielecke) auf der Erdoberfläche zu messen und eine aus ähnlichen Figuren zusammengesetzte Figur auf dem Papier geometrisch zu zeichnen. Die Lösung des ersten Theils dieser Aufgabe ist in der Wirklichkeit oft schwierig, manchmal gar nicht möglich, da sich die Figuren nicht immer unmittelbar, d. h. durch wirkliches Anlegen eines Maaßes messen lassen, wenn man sonst nicht bedeutende Zeit und Mühe aufwenden will. In diesem Falle muß die Meßkunst Mittel gewähren, um die Aufgabe auf anderem Wege zu lösen, und diese finden sich in einer zweckmäßigen Anwendung der theoretischen Geometrie, durch welche man vermittelst gewissen Folgerungen und Beziehungen Größen bestimmen und mit einander vergleichen kann. Dies ist die mittelbare Lösung der Aufgabe der niedern Meßkunst. Die geradlinigen Vielecke werden aber sowohl durch ihre Seiten und Diagonalen, als durch ihre Seiten und Winkel bestimmt; je nachdem man die einen oder die anderen mißt, wird die Figur des Vielecks gemessen. Es ist leichter, Winkel als lange Linien und Diagonalen zu messen, weshalb es vortheilhafter ist, die letztere Methode, die der Messung der Seiten und Winkel der Vielecke, im Allgemeinen anzuwenden.

§. 9. Es dürfte hier der Ort sein, einige Bemerkungen über das Maaß einzuschalten.

Da in der Meßkunst die zu vermessenden Größen durch Linien und Winkel bestimmt und meistens durch Flächen ausgedrückt werden, so müssen die verschiedenen Maaße mit den zu messenden Größen gleichnamig sein; daher giebt es Längen-, Winkel- und Flächen-Maaße.

Die Längen-Maaße*) sind an und für sich etwas Willkürliches, weshalb sie denn auch fast an allen Orten von einander abweichen. Es wäre von ungemeinem Nutzen, wenn es unter allen cultivirten Völkern

*) Man vergl. C. F. Schneitler, die Instrumente und Werkzeuge der höhern und niederen Meßkunst, Leipzig 1849 im Anh. II. die Tabelle der bekanntesten Längenmaaße.

der Erde nur ein gleiches, unveränderliches Längeneinheits-Maaß gäbe. Es giebt aber sowohl am Himmel, als auf der Erde keine einzige Länge, die unveränderlich bleibt, und es ist auch keine Hoffnung vorhanden, ein unveränderliches Längeneinheits-Maaß zu finden. Zur Berichtigung und Justirung eines gemeinsamen Maaßes müßte aber durchaus eine unveränderliche Größe zu Gebote stehen. In der neuern Zeit hat man sich bemüht, dasselbe auf etwas Bestimmtes, Unveränderliches zurückzuführen, und in diesem Sinne ist der französische Mètre entstanden, nämlich der zehnmillionste Theil eines gemessenen Meridianquadranten. Indessen kann dieses Maaß immer nicht bestimmt genannt werden, da dasselbe für eine gewisse Gegend zwar ein natürliches, aber sonst kein gemeinsames Maaß abgiebt. Die Decimaleintheilung dieses Maaßsystems verdient allen Beifall, hat viel Gutes für sich und sollte füglich in allen cultivirten Ländern gebraucht worden. — Mehrere Gelehrte haben in Vorschlag gebracht, die Länge eines Secundenpendels als Normallängenmaaß anzunehmen, was wenigstens eben so sicher als die erwähnte Methode ist.

Der französische Mètre beträgt 443,296 Duodecimallinien des frühern Pariser Fußes (pied de roi), der wegen seiner Genauigkeit, mit welcher er erhalten werden kann, noch lange als Einheit zur Bestimmung anderer Längenmaaße beibehalten werden wird. Der Pariser Fuß wird in 12 Zoll = 144 Linien = 1440 Punkte eingetheilt. Ein anderes übliches Flächenmaaß ist die Toise von 6 Pariser Fuß.

Der preußische (rheinländische oder brandenburgische) Fuß enthält eine Länge von 139,13 Pariser Linien, also sind 13913 Pariser Fuß = 14400 preußischen. Eine Länge von 12 preußischen Fuß wird eine Ruthe genannt. Betrachtet man aber die Länge einer Ruthe als feststehend, so wird dieselbe gewöhnlich in 10 oder 12 gleiche Theile (Fuße) eingetheilt. Man nennt diese Theile (bei 10) Decimal- und (bei 12) Duodecimal-Fuße. Der Decimalfuß enthält 10 Zoll = 100 Linien = 1000 Scrupel, dagegen der Duodecimalfuß 12 Zoll = 144 Linien = 1728 Scrupel, oder auch, nach einer andern Theilung, 12 Zoll = 1200 Theile. Einleuchtend ist es, daß das Decimalmaaß bei der Rechnung und Schreibart bequemer und einfacher ist, daher es auch in der Meßkunst allgemein gebräuchlich ist.

Das größte Längenmaaß ist die Meile, der funfzehnte Theil eines mittleren Breitegrades und der 5400ste Theil des Aequators. Die s. g. deutsche Meile enthält 23661 rheinländische Decimal-Fuß, die preußische Meile 2000 Ruthen = 24000 Fuß oder 10000 Schritt.

Das Flächenmaaß ist nach den verschiedenen Gegenden auch verschieden, nur nimmt man die allgemeine Eintheilung von Decimal- und Duodecimal-Maaß auch hier an. Bei Ausmessungen und Inhaltsbestimmungen bedient man sich des zehntheiligen Flächenmaaßes. Für eine Anzahl Quadratruthen hat man die besonderen Ausdrücke Morgen und Hufe. Der größte Ausdruck für das Flächenmaaß ist die sogenannte Quadratmeile.

Aus der im Anhange beigefügten Tabelle über Vergleichung der verschiedenen Längen- und Flächen-Maaße mag man ersehen, wie abweichend Laune und Zufall dieselben gestellt hat. Kennt man die Verhältnißzahl der Längen-Maaße genau, so ist es immer leicht, eine Länge, in einem Maaße gegeben, auf eine im andern Maaß ausgedrückte Länge zu reduciren. Eine nähere Erläuterung dessen durch Beispiele gehört, als ganz elementarisch, nicht hierher.

In Betreff der Winkelmaaße ist Folgendes zu bemerken. Bekanntlich wird jeder Winkel durch einen Bogen gemessen, dessen Mittelpunkt sich in dem Scheitel des zu messenden Winkels befindet. Dieser Bogen kann einen beliebigen Radius haben; je größer aber dieser Radius ist, desto genauer kann auch die Messung der Winkel geschehen. Die Peripherie des Kreises, zu welchem dieser beliebige Radius gehört, wird gewöhnlich in 360 Grade, der Grad in 60 Minuten, die Minute in 60 Secunden 2c. eingetheilt, und diese Eintheilung ist bis auf den heutigen Tag die fast allgemein gebräuchliche; sie heißt die Sexagesimal-Eintheilung. Außer derselben sind noch zu bemerken:

a) die Eintheilung des Kreisquadranten (Viertelkreises) in 96 Grade, also die des ganzen Kreises in 384 Grade, welche an manchen astronomischen Instrumenten zugleich neben der gewöhnlichen Theilung und zur gegenseitigen Prüfung beider angebracht ist;

b) die Eintheilung des Quadranten in 100 Grade, also die des Vollkreises in 400 Grade, welche in der Revolutionszeit in Frankreich vorgeschlagen und bei dem dort angenommenen Decimalsystem noch jetzt im Gebrauch ist. Der Grad hat 100 Minuten, die Minute 100 Secunden u. s. w. Diese Eintheilung des Kreises heißt die Centesimal-Theilung.

c) die Eintheilung des zum Markscheiden gebrauchten Compasses in 24 oder in 2 mal 12 Stunden, so daß die Linie von Nord nach Süd durch 1 und 12 geht. Jede Stunde wird in 15 Theile getheilt, der Kreisrand enthält mithin 360 Theile (Grade).

B. Die Lehrsätze der niederen Meßkunst.

I. Von der Ausmessung der Linien.

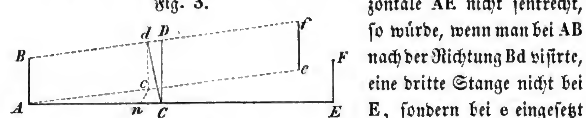
1) Das Abstecken der Linien.

§. 10. Um eine gerade Linie meßbar zu machen, bezeichnet man ihre Endpunkte mit Stangen oder Signalen, deren man, nach Verhältniß der Entfernungen, größere und kleinere gebraucht. Diese Signale müssen vertical gestellt werden, d. h. es dürfen Lothe, welche von verschiedenen Punkten der Signale auf die horizontale Ebene gefällt werden, nur immer den Punkt treffen, welchen das Signal auf dem Boden bezeichnet; im andern Falle stehen die Stangen schief. Daher steckt man eigentlich nicht gerade Linien, sondern verticale Ebenen ab, die auf der horizontalen Ebene senkrecht stehen.

Wo es auf größere Genauigkeit ankommt, oder bei höheren Signalen, wo das Augenmaaß nicht sicher genug ist, müssen die Stangen nach einem in ihrer Mitte befestigten Loth gerichtet werden; dies ist besonders bei Endpunkten langer Linien und bei Signalen, nach welchen die Richtungen der Winkelschenkel visirt werden, nothwendig. Der Fehler, welcher aus der schiefen Stellung der Signale entsteht, soll hier näher betrachtet werden.

Gesetzt das Signal CD (Fig. 3) stehe, in der Richtung Cd, gegen die Horizontale AE nicht senkrecht, so würde, wenn man bei AB nach der Richtung Bd visirte, eine dritte Stange nicht bei E, sondern bei e eingesetzt

Fig. 3.



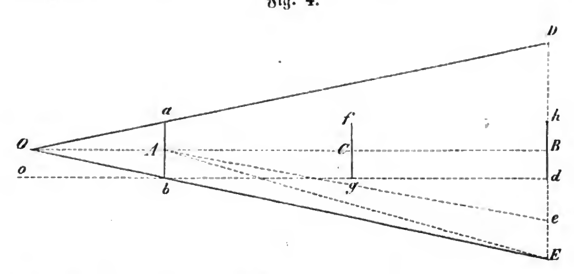
werden müssen, wo nämlich das Signal ef in die Visirlinie Bdf einträfe. Man würde also statt der verticalen Ebene ACE die über Ae erhalten, und beide würden mit einander den Winkel EAe machen, wenn AE und Ae Horizontalen sind. Fällt man von d die Senkrechte dc und von c auf AE die Senkrechte cn, so drückt cn den Abstand des Punktes d der schiefen Stange Cd von der verticalen Ebene ACE aus. Weil nun in dem Dreieck Acn der $\sin.(cAn) = \frac{cn}{Ac}$ ist, und man, wenn das Signal CD nur einigermaßen weit von A entfernt ist, $Ac = AC$ ohne merklichen Irrthum annehmen kann, also $\sin.(cAn) = \frac{cn}{AC}$ ist, so ergiebt sich, daß der Winkel CAc, oder der Fehler, welcher begangen wird, desto beträchtlicher ist, je

weiter d außerhalb der verticalen Ebene AC liegt und je näher das schiefe Signal Cd bei dem erstern AB steht.

Stände das Signal Cd zwar schief, cn wäre aber = 0 (Null), so wäre auch sin. (cAn) oder ∠ cAn gleich Null, woraus folgt, daß durch eine schiefstehende Stange dann kein Fehler entsteht, wenn ihre schiefe Lage in die verticale Ebene, welche abgesteckt ist, fällt.

§. 11. **Will man in gerader Linie zwischen zwei vorhandene Signale ein drittes setzen**, z. B. zwischen A u. B (Fig. 4)

Fig. 4.



das Signal C, so darf man das Auge nicht hinter A in O halten, sondern man muß etwas von O zurücktreten, das Auge in o halten und an der Seite des Signales A (also bei b) hin visiren. Geschieht dies nicht, so entstehen Fehler, deren Größe man aus Folgendem beurtheilen kann.

Der Durchmesser des Signales A sei ab, fg und dh die Durchmesser der Signale C und B, so würde, wenn man von O aus visirte, ein nach e gesetztes Signal von ab gedeckt werden, weil es in dem Winkelraum DOE liegt. Der Winkel BAE würde demnach der **größte** Fehler sein, den man begehen könnte. Vergleicht man nun die Linie OB mit der Linie ab, so kann, ohne großen Irrthum, der ∠ BAE dem ∠ BOE gleich gesetzt werden, und es würde dann $tg. (BOE) = \frac{BE}{OB} = \frac{Ab}{AO}$ sein. Setzt man nun den halben Durchmesser des Signales Ab = x Zoll, die Weite des Auges vom Signale OA = y Zoll, so wird $tg (BOE) = \frac{x}{y}$. Und wenn die Linie OB, in welche C als drittes Signal gesetzt werden soll, = z Zoll ist, so wird $DE = 2. BE = \frac{2 . OB . Ab}{OA} = \frac{2 . zx}{y}$ Zoll sein.

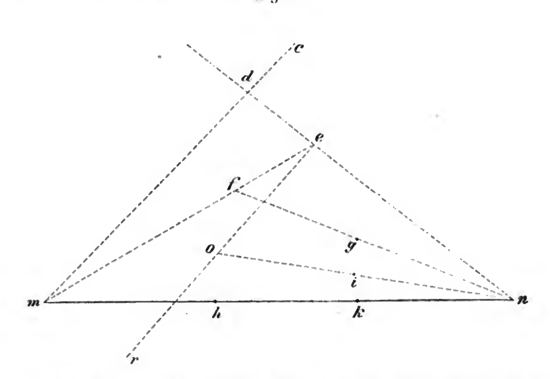
Aus der Formel $tg. (BOE) = \frac{x}{y}$ ist zu ersehen, daß der ∠ BOE, also

der Fehler, den man wegen der Dicke des sich vor dem Auge befindlichen Signales begehen kann, desto mehr zunimmt, je größer x und je kleiner y ist, d. h. je dicker die Stange ist und je näher sie sich vor dem Auge befindet. Denn tg. (BOE) oder der Bruch $\frac{x}{y}$ wächst, wenn x größer und y kleiner wird. Es kommt also lediglich auf die Lage des Auges an, um diesen Fehler zu vermeiden; auch schon durch dünne Stangen oder durch Löcher, welche durch die Stangen gebohrt sind, kann derselbe beseitigt werden.

Hat man nun bei Einsetzung eines dritten Signales zwischen zwei andern diese das Visiren betreffende Rücksicht genommen, so läßt man einen Gehülfen in die Gegend von C gehen, während man selbst bei A visirt. Der Gehülfe hält die Stange zur Seite und schwebend über dem Boden, damit dieselbe vertical stehe und bewegt nach Zeichen, die der Visirende mit der Hand giebt, die Stange so lange vor- und rückwärts, bis sie genau in die Linie trifft; ist dies der Fall, so treibt er das Signal vertical in den Boden.

§. 12. Um zwischen zwei Punkten m und n (Fig. 5), zwischen denen ein Hinderniß des Sehens liegt oder die unzugänglich sind, eine gerade Linie abzustecken, verfährt man auf folgende Weise.

Fig. 5.



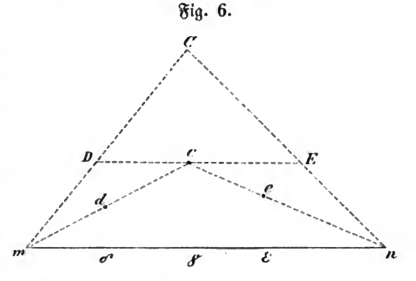
In m und n errichtet man Signale, stellt sich in die nach dem Augenmaaß ungefähre Mitte und Richtung der mn, z. B. in c, und stellt daselbst eine Stange auf. Die beiden Gehülfen, welche man zu dieser

Operation nothwendig gebraucht, müssen gut visiren können; A und B mögen dieselben sein. A visirt nun von c nach m und läßt von B ein Signal in der Visirlinie cm, etwa in d, einsetzen. Eben so visirt B von d nach n und läßt von A die Signalstange aus c nach e in die Richtung dn versetzen. Ferner visirt A von e nach m und läßt von B die Signalstange aus d nach f versetzen, nämlich in die Richtung em, eben so kommt durch Visiren von f nach n und gehöriges Einrichten das Signal e nach g in die Richtung fn. Es ist einleuchtend, daß auf diese Weise die beiden Zwischensignale sich immer mehr der Richtung oder Linie mn nähern und man erreicht seinen Zweck, wenn man mit der wechselseitigen Versetzung beider Signale so lange fortfährt, bis dieselben in h und k stehen und wenn h, k, n sowohl, als k, h, m sich in gerader Linie befinden. Es ist hierbei vorausgesetzt worden, daß man von den beiden Zwischenstationen immer nach m und n sehen konnte. Der Beweis für die Richtigkeit des Verfahrens ist übrigens ganz elementarisch.

Dieselbe Aufgabe wird noch auf eine andere und zwar auf folgende Weise gelöst.

Zwischen m und n (Fig. 6) wählt man einen Standort C, von wo aus man m und n sehen kann und wo man sich annähernd an der Richtung mn befindet. Bei D stellt man in der Linie Cm eine Signalstange auf. Fände man nun beim Visiren in D oder E die drei Stangen D, C, E in einer Verticalebene, so ständen dieselben auch in der Verticalebene durch m und n. Ist dies nicht der Fall, so bringt man die Signalstange aus C nach c in die Richtung von DE und läßt ferner die Stange aus D nach d in die Richtung cm und die Stange in E nach e in die Richtung cn bringen. Findet man jetzt beim Visiren in d oder e die Stangen d, c, e in einer Verticalebene, so stehen sie auch in der Verticalebene durch m, n. Im entgegengesetzten Falle wiederholt man die Operation so oft, bis endlich die mittlern Stangen in eine solche Lage δ, γ, ε kommen, daß sowohl δ, γ, ε, als auch γ, δ, m und γ, ε, n in einer Verticalebene, also in der Verticalebene durch m und n, stehen.

Fig. 6.



Läge zwischen m und n ein Hügel, dann hätte man die Signalstange C zuerst auf dem höchsten Punkte desselben, die Stangen D und E aber ziemlich nahe dabei aufzustellen, und zwar müßten letztere eine beträchtliche Höhe haben, wenn die Berghöhe nach der einen oder andern Seite stark abgedacht wäre.

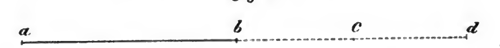
Jede Absteckung von beträchtlicher Länge auf eine oder die andere Art wird immer nach Beschaffenheit der vorwaltenden Terrain-Eigenheiten und Hindernisse ein mehr oder weniger langwieriges, mühsames Geschäft sein. Indessen kürzt einige Uebung und ein richtiges Augenmaaß diese Arbeit sehr ab.

Aus dem hier erläuterten einfachern Falle läßt sich das richtige Verfahren bei zusammengesetztern ohne Schwierigkeit ableiten, z. B. wenn zwischen m und n ein hoher breiter Bergrücken oder zwei Hügel in solcher Lage sich befänden, daß man zwei verschiedene Standpunkte auf der Höhe wählen müßte, um von dem einen aus m, vom andern aus n zu sehen. Die gehörige Einrichtung in die Verticalebene mn müßte hier mit 4 Zwischensignalen geschehen.

Eine jede Absteckung über Anhöhen und tiefe Thäler hinweg ist, wie man wohl einsieht, schwieriger, als die auf ebenem Terrain, erfordert daher mehr Zeit und Aufmerksamkeit wegen der dabei möglichen Fehler im Aufstellen der Stäbe und wegen der Hindernisse im Visiren gegen dieselben. Es müssen hier mehrere, zum Theil höhere Signalstangen angewendet und solche bei beträchtlichen Terrain-Abdachungen näher an einandergestellt werden, als auf einer Ebene. Man lernt das rechte Maaß und zweckmäßige Verhalten hierbei am besten durch praktische Erfahrung mit gesunder Urtheils- und Augenkraft. Wenn lange Linien, die durch keine Hindernisse unterbrochen sind, abgesteckt werden sollen, so bedient man sich auch mit Vortheil des Fernrohres, welches genau senkrecht über den Anfangspunkt der Linie aufgestellt wird. Die Signale werden dann von der Seite des Endpunktes der Linie her eingerichtet.

§. 13. Um eine gerade Linie zu verlängern, z. B. die Linie a b (Fig. 7) setzt man erst ungefähr auf die doppelte Länge in c ein

Fig. 7.



Signal, richtet hierauf nach a und c, wiederum um etwa die einfache Länge ab weiter, ein anderes d ein, u. s. w.; die Länge a b darf jedoch nicht zu kurz und die Signale a und b müssen dünn und gerade sein.

Von c aus sieht man nach, ob b den Stab a deckt, von c aus, ob b den Stab d, und von d, ob c die Stäbe b und a deckt u. s. w. Auf diese Weise kann man durch Visiren nach mehreren abgesteckten Signalen die abzusteckende Linie beliebig verlängern. Soll dieselbe sehr lang werden, so wird die Sache schwieriger und erfordert die größte Aufmerksamkeit. Man wird viele Stäbe nöthig haben, indessen können beim Fortgang der Arbeit einige früher ausgestellte Zwischenstäbe wieder ausgezogen und von Neuem gebraucht werden. Je mehr Stäbe man von einem Ort (der Stelle eines Stabes) aus sehen und in Hinsicht ihrer Deckung prüfen kann, desto zuverlässiger erreicht man seinen Zweck. Daß übrigens zum richtigen Abstecken und zur Prüfung nicht allein ein Vorwärts-, sondern auch ein Rückwärts-Visiren von später ausgestellten Stäben nach dem ersten im Anfangspunkt oder nach solchen, welche gegen diesen hinstehen, statt finden kann, versteht sich von selbst. Zum Behuf des Rückwärts-Visirens pflegt man im Anfangspunkt der abzusteckenden Linie ein sehr ausgezeichnetes Signal, z. B. eine sehr hohe Stange mit Flagge, Strohwisch oder dergl. aufzurichten. Läßt sich am Endpunkte der abgesteckten Linie das Signal im Anfangspunkt noch deutlich sehen, und findet man die zuletzt aufgestellten Signale noch in gerader Linie (im Alignement) mit dem Anfangs- und Endpunkt, so erhält man einen Beweis mehr von der Genauigkeit der ganzen Operation. Der Abstand der ausgesteckten Stäbe muß sich in jedem Falle nach der möglichen Deutlichkeit im Visiren richten, welche besonders von der Schärfe der Augen und von der guten Beleuchtung der Signale abhängt. Je weiter man aber die Abstände nehmen kann, desto sicherer erreicht man seine Absicht.

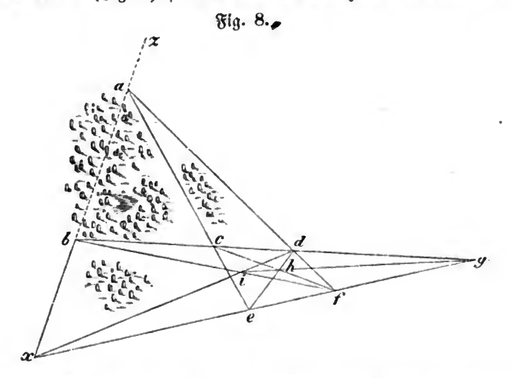
§. 14. Die Absteckung durch Gehölz oder größere Waldungen nach einer schon vor dem Gehölz bestimmten Richtung ist immer in der bisher gezeigten Art möglich, wenn die Umstände das im Wege stehende Holz zu fällen gestatten. Ist dies aber nicht der Fall, so muß man auf anderem Wege durch eine geometrische oder trigometrische Aufnahme das Erforderliche zu erreichen suchen. Da es jedoch zweckmäßig erscheint, diese letztere Art der Lösung der in Rede stehenden Aufgaben über Absteckung der Linien durch Waldung und Gehölz erst später zu erwähnen, so sollen hier nur die Lösungen zweier Aufgaben, die mit Hülfe des bisher Vorgetragenen möglich sind, folgen*):

1) Um eine gerade Linie zwischen zwei Punkten auf der Grenze des Waldes durch den Wald abzustecken, ver-

*) Vgl. Crelle, Handbuch des Feldmessens 2c. S. 116.

fährt man, wenn der Wald nicht allzu groß ist, oder wenn die gegebenen Punkte a und b (Fig. 8) so weit von der Grenze des Waldes entfernt

Fig. 8.



oder von der Art sind, daß sie, von der Seite, aus einem oder mehreren Punkten, wie c, beide zugleich gesehen werden können, wie folgt:

Man stecke einen Stab c, von welchem aus man a und b sehen kann, willkürlich, dann in der Verlängerung der geraden Linie bc, in hinreichender Entfernung zwei Stäbe, d und g, hierauf in der Verlängerung der geraden Linie ac einen Stab e, nicht allzuweit von c entfernt, so daß der ∠ cge nicht zu groß ist; ferner in den Durchschnittspunkt der geraden Linien ad und eg einen Stab f, sodann in den Durchschnittspunkt der geraden Linien eg und di einen Stab x, so befindet sich x in der geraden Linie ab und man kann xb durch den Wald verlängern und aushauen lassen und dies geschieht zuerst in einem ganz schmalen Streifen, um die Linie noch berichtigen zu können.

Der Beweis für die Richtigkeit dieser Construction beruht auf den Eigenschaften der Transversalen.

Der Wald kann selbst zwischen den angegebenen Punkten a und b, und zwischen b, c, e, x noch hindurch gehen, wenn nur a aus e und f, b aus d, f, g und x aus d und g sichtbar sind. Die Verlängerung der geraden Linie ab wird, wie gezeigt, bloß durch Visiren über Stäbe gefunden.

II. Soll eine gerade Linie jenseits des Waldes verlängert werden, ohne sie im Walde auszuhauen, z. B. die Linie bx (Fig. 8 s. oben) jenseit des Waldes nach az, so kann man, wenn der Wald

nicht zu groß ist und es eine Gegend c d e f neben dem Walde giebt, aus welcher man irgend zwei Punkte x, b der zu verlängernden Linie, so wie die Gegend ihrer Verlängerung az sehen kann, wie folgt verfahren:

Man setzt einen Stab in g, aus welchem man x und b sehen kann, willkürlich, und in die geraden Linien bg und xg zwei andere Punkte d und f, hierauf in den Durchschnitt der geraden Linien bf und dx einen Stab i; ferner irgendwo in die gerade Linie gi, etwa zwischen i und df, einen Stab h; ferner in die Durchschnitte der geraden Linien hf, bg und hd, xg Stäbe, c und e, endlich aber in die Durchschnitte der geraden Linien df und ce einen Stab a, so steht dieser Stab a in der Verlängerung der Linie xb, jenseit des Waldes. Sucht man auf gleiche Weise einen Punkt z in der Verlängerung von xb, so hat man zwei Punkte a und z, durch welche sich die Linie xb jenseit des Waldes nach Belieben verlängern läßt. Das Verfahren beruht auf denselben Gründen, wie (bei 1), und das Resultat wird auch hier durch Visiren über Stäbe gefunden.

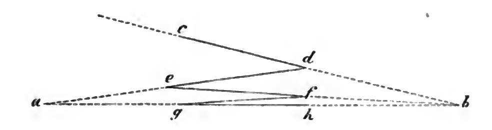
2) Das Messen der Linien.

§. 15. Die geraden Linien werden entweder mit der Kette oder mit Maaßstäben gemessen. Um mit der Kette eine gerade Linie, die in einer horizontalen Ebene liegt, zu messen, verfährt man auf folgende Weise:

Nachdem die Kette mit den Endringen an die zugehörigen Pfähle geschoben ist, wird sie auseinandergelegt und dann nachgesehen, ob nicht einzelne Ringe sich verdreht oder umgeschlagen haben. Sodann begiebt sich der vordere von den beiden, zu diesem Geschäfte nothwendigen Kettenziehern, in die Richtung der auszumessenden Linie. Der hintere Kettenzieher richtet, vom Anfangspunkte der Messung aus, den Kettenstab des vordern Kettenziehers nach dem nächsten Signale ein, so daß sich der Stab genau in der Linie befindet; der vordere Kettenzieher merkt mit dem Kettenstabe in dem Boden einen Punkt an, der sich ebenfalls in der zu messenden Linie befindet, faßt mit der einen Hand den Stab in der Nähe des Ketteninges fest, mit der andern das obere Ende des Stabes etwas weniger fest und legt die Kette durch wellenförmiges Werfen gerade, zieht sie darauf straff an und setzt den Kettenstab in den angemerkten Punkt ein. Sind schon in der ersten Kettenlänge Unterabtheilungen der Linie oder Punkte zu notiren, so wird ihr Maaß oder ihre Lage nach den Gliedern der Kette abgezählt und vom Geometer aufgeschrieben. Der Geometer wird wohl thun, wenn er selbst nachsiehet, ob sich der vordere Kettenzieher wirklich in der Linie befindet. Darauf zieht der vordere Kettenzieher den Kettenstab wieder aus, und steckt in das Loch, in welchem der Kettenstab gestanden,

ein Zeichenstäbchen, deren er gerade zehn, zur Bequemlichkeit der Rechnung (10 Stück = 50 Ruthen Länge), bei sich führt, und der hintere Kettenzieher steckt in das Loch seines Kettenstabes ein Signal, Behufs des Rückwärts-Visirens. Beide gehen nun, die Kette etwas angezogen und schwebend tragend, in der Linie vor, bis der hintere Kettenzieher an das Zeichenstäbchen gekommen ist. Derselbe nimmt dies Stäbchen (und später alle folgenden) nach sich und setzt in das nämliche Loch seinen Kettenstab; er richtet den vorderen Kettenstab wieder in die Linie ein, der vordere Kettenzieher visirt nach dem am Anfangspunkte der Linie wieder eingesetzten Signale und das vorige Verfahren wird wiederholt. Von da ab visiren immer beide Kettenzieher nach beiden Signalen, welche die Linie bezeichnen, um ein Abweichen von derselben zu vermeiden; es wird jedoch immer von Vortheil sein, wenn der Geometer sich von der Richtigkeit des Visirens überzeuget, damit nicht die beim Visiren möglichen Fehler stattfinden. Ist man dennoch aus der Linie gekommen, was besonders bei langen Linien wohl geschehen kann, z. B. aus der Linie ab (Fig. 9) nach cd

Fig. 9.



statt gh, und man will die Messung nicht wiederholen, so kann man sich wieder einrichten, wenn man erst die Kette in die gerade Linie dea, darauf in die gerade Linie efb u. s. w. legt, bis sie in die richtige Lage gh oder aghb kommt, bei welchem Verfahren die Kette aber allemal regelmäßig angezogen werden muß. Der bis dahin begangene Fehler wird nicht bedeutend sein, wenn der Abstand dh nur gering ist. Sind aber von der geraden Linie ab Ordinaten nach der Seite gemessen worden, so findet die Berichtigung nicht statt, sondern die Messung muß wiederholt werden.

Hat der hintere Kettenzieher sämmtliche Zeichenstäbchen im Laufe der Messung erhalten, so giebt er sie dem vorderen wieder zurück und der Geometer notirt dies. Reicht der letzte Kettenzug über den Endpunkt der Linie hinaus, so muß der vordere Kettenzieher immer über diesen Endpunkt hinausgehen und darf niemals seinen Kettenstab in das Loch des Signales setzen, noch weniger die Kette von dem hintern Kettenzieher anziehen und an das Zeichenstäbchen legen lassen; dies giebt leicht zu Irrun-

gen Anlaß, da das im Boden steckende Zeichenstäbchen nicht selten übersehen wird. Es kann dies nur dann gestattet werden, wenn der vordere Kettenzieher eines Hindernisses wegen nicht über den Endpunkt der Linie hinausgehen kann. Die Ruthen und Fuße des letzten Kettenzuges werden an den Gliedern abgelesen und aufgeschrieben.

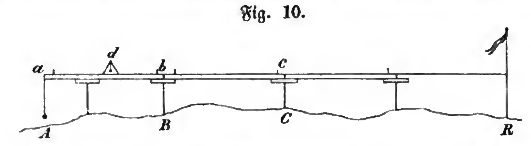
Wie man sich zu helfen habe, wenn in der Linie, die man messen will, Hindernisse liegen, die gerade noch nicht zu umgehen nöthig sind, ergiebt sich leicht von selbst. Kommt man z. B. an einen kleinen Fluß oder tiefen Pfuhl und der Kettenwechsel trifft in's Wasser, obgleich die ganze Kette noch das Wasser überspannt, so wird man irgend eine Länge bis nahe an's Ufer nehmen, dort den hintern Kettenstab einsetzen, die Kette hinüberschaffen, etwa indem man an den vorderen Kettenring eine Schnur und an das Ende derselben einen Stein bindet, den Stein hinüberwirft und vermittelst der Schnur die Kette nachziehen läßt, die Kette sodann über das Wasser ausspannen und nun von dem vorderen Kettenstab an wieder die Messung fortsetzen. Kommt man an eine hohe Mauer, so mißt man bis nahe an dieselbe, legt einen Maaßstab horizontal auf die Mauer, lothet die Enden desselben ab, und mißt von der andern Seite der Mauer von dem Punkte, den das jenseitige Loth bezeichnet, weiter, u. s. f. Bei niedrigen Mauern und Zäunen, bei kleinen Erhöhungen 2c. wird die Kette an den Stäben so weit erhoben und dann vorsichtig angespannt, auch wohl in der Mitte unterstützt, damit sie ungefährt horizontal liege.

§. 16. Um eine gerade Linie, die horizontal liegt, mit Maaßstäben zu messen, bedient man sich dreifüßiger Schemel, welche mit Hülfe einer Setzwage so gestellt werden, daß eine über sämmtliche Schemel gelegte Ebene völlig horizontal ist. Statt dieser Schemel werden auch sogenannte Brücken, d. h. starke hölzerne, in den Boden eingeschlagene Pfähle mit darüber gelegten Latten, in Vorschlag und Anwendung gebracht. Andere Methoden, mit Maaßstäben zu operiren, z. B. durch Auflegung derselben auf den Boden oder Anlegung an eine ausgespannte Schnur, gewähren nicht die Genauigkeit, die man bei Längenmessungen mit Maaßstäben erhalten kann und sind auch unbequemer.

Sind die Punkte der auszumessenden Linie AB (Fig. 10) mit Signalen bezeichnet, so wird eine Brücke oder ein Schemel nahe bei A, dem Anfangspunkt der Messung, mit Hülfe der Setzwage horizontal aufgestellt, und ein Maaßstab ab von einem Gehülfen so aufgelegt, daß sein Endpunkt senkrecht über A auf dem Boden steht; gute Dienste leistet hierzu ein in a aufgehängtes Bleiloth, eine gewöhnliche Bleikugel an einem seidenen Faden. Ein zweiter Gehülfe legt das andere Ende b des Maaßstabes auf eine

zweite Brücke in B, welcher Punkt zuerst nach dem Augenmaaß in der Verticalebene in einer solchen Entfernung von A gefunden wird, daß b

Fig. 10.



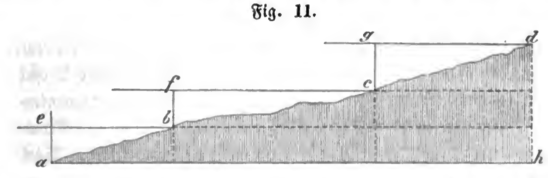
senkrecht darüber zu liegen kommt; sodann wird die zweite Brücke genau horizontal gestellt, wozu nur ein wenig Uebung gehört. Der Gehülfe in A visirt an den Visirstiften hin gegen R und es wird durch gegenseitige Operation in A und B die Lage des Stabes ab verbessert, d. h. in die abgesteckte Verticalebene eingerichtet. Hierauf legt der zweite Gehülfe einen Maaßstab auf die Brücke in B und bringt sein Ende in Berührung mit dem ersten Stabe in b, ohne jedoch ab zu verrücken; ein anderer Gehülfe legt das andere Ende c des zweiten Stabes auf eine in C aufgestellte dritte Brücke, so daß C in der bestimmten Verticalebene liegt, und c vertical über C. Indem der Gehülfe in A an den Visirstiften beider Maaßstäbe hin gegen R visirt, wird auch der zweite Maaßstab durch den Gehülfen bei C in die Verticalebene völlig eingerichtet; seine horizontale Lage aber wird wieder wie vorher ajustirt. Es erhellt, daß bei dieser Operation der erste Maaßstab seine Lage nicht verändern darf; indessen läßt sich auch der Anfangspunkt des zweiten Stabes auf dem Tischchen über B durch ein Merkmal z. B. einen Strich bezeichnen u. s. w. Daß beide Maaßstäbe in Berührung eine gerade Linie ac gleich dem Horizontalabstand der Punkte AC auf der Erde bilden, und daß ac in die abgesteckte Verticalebene falle, ist bei genauen Messungen der Art ein höchst wichtiger, gewissenhaft zu beachtender Umstand. Nachdem dieser erste Hauptact vollendet und somit ein Stück der ganzen Horizontalweite, nämlich ac gleich zwei Maaßstablängen gefunden worden, wird auf ganz gleiche Weise, wie vorher fortgefahren. So geht mit der erwähnten strengen Vorsicht und Aufmerksamkeit die Messung in der bestimmten Verticalebene weiter fort bis zum zweiten Endpunkte der auszumessenden Linie.

Auf die angezeigte Art läßt sich eine Länge sehr sicher ausmessen, obwohl nicht so schnell, als mit der Meßkette. Daher finden bei gewöhnlichen Messungen die Maaßstäbe weniger Anwendung, als in der höheren Meßkunst; von großem Nutzen wäre aber das Messen mit Maaßstäben bei s. g. Haupt- oder Standlinien. Man bedient sich daher bei gewöhnlichen Messungen fast immer der Meßkette, um so mehr als allgemein

angenommen wird, daß mit derselben bei der nöthigen Sorgfalt eine Länge wenigstens bis auf den tausendsten Theil*) genau gemessen werden kann.

§. 17. Da es, wie früher (§. 5 und 8) erwähnt worden, bei dem Ausmessen immer auf die horizontale Richtung der Linien ankommt, so wird man eine gerade Linie über einen Berg oder sonstige Erhöhung nicht anders messen können, als wenn man dieselbe in einzelne horizontalgelegene Theile zerlegt. Man mißt solche Linien absatz- oder stufenweise, d. h. die Kette oder Maaßstäbe müssen gerade über der wirklichen Linie immer horizontal gehalten werden, wie eb, fc, gd (Fig. 11), wenn abcd ein abhängiges Terrain wäre. Wäre

Fig. 11.



der Abhang nur wenige Grade, also sehr gering, so weicht die abhängige Linie um ein Unbedeutendes (bei 2 Grad um $\frac{1}{2500}$) von der horizontalen ab, dagegen würde man bei 30 Grad um den sechsten Theil länger messen, als die horizontale Linie ist. Daß die Kette oder Maaßstäbe genau horizontal liegen, ist aber weniger nöthig, als daß man die Punkte a, b, c, die im Terrain senkrecht unter den Endpunkten e, f, g der Kette ꝛc. liegen, genau bestimme; denn der Unterschied, ob die Kette 1—2 Grad von der Horizontallinie abweiche, ist gering, dagegen ist, wenn ae, bf, cg nicht senkrecht sind, der Unterschied bedeutend. Man kann daher die Kette oder Stäbe allenfalls nach dem Augenmaaße horizontal hinlegen, dagegen muß man die Endpunkte e, f, g nothwendig mit dem Loth bestimmen, um die Punkte a, b, c besser am Boden zu finden, wo die neue Ketten- oder Maaßstab-Länge anfängt. Beträgt der Abhang nur 3—4°, so sind ea, fb ꝛc. für eine gewöhnliche Kette von 5 Ruthen Länge nicht über 4 Fuß hoch, und man kann daher die Kette noch bequem in die Höhe halten und horizontal anspannen. Ist aber der Abhang stärker, so kann man die horizontale Kette unten nicht mehr erreichen. Für solche Fälle ist es gut, wenn die Kette auch theilweise gebraucht werden kann. Es ist dazu nichts weiter nöthig, als daß die Ringe, die als Ruthenzeichen gelten, so

*) Tralles fand bei der Messung mit der Kette einen Fehler von $\frac{1}{1000}$ der wahren Länge; Marinoni bei 660 F., mit Maaßstäben und Kette gemessen, gar keine Differenz.

groß sind, daß die Kettenstäbe durchgesteckt werden können, so daß die Kette in jeder beliebigen Länge von Ruthen (1, 2, 3, 4) zu gebrauchen ist.

Hat man bei der s. g. Staffelmessung richtig verfahren und zugleich an den Verticalstäben die einzelnen Höhen ae, bf, cg gemessen, so erlangt man mit mehr oder weniger Gewißheit nebenbei auch die Höhe des Berges, denn es ist z. B. $dh = ae + bf + cg$, nämlich die verticale Erhöhung des Ortes d über dem Horizont von a.

Wenn man weiß, um wie viel der Punkt d höher liegt, als a, so kann man geradezu die schiefe Linie ad messen und aus ad und dh in dem rechtwinklig angenommenen Dreieck adh die Linie ah berechnen, denn es ist $ah = \sqrt{(ad)^2 - (dh)^2}$. Oder ist der Elevationswinkel had und die Linie ad bekannt, so findet man ah, da $ah = (ad) \cdot \cos. (had)$. Dieses Verfahren ist um so anwendbarer, als sich mit guten Winkelmeßinstrumenten die Elevationswinkel leicht messen lassen, die übrigen Stücke zur Reduction aber eine einfache Kettenmessung und ein leichtes Exempel sind. Man hat hierzu besondere Reductions-Tabellen.

§. 18. Bei der Messung mit der Kette können Fehler begangen werden, die in geometrischer Schärfe wohl nie ganz zu vermeiden, aber durch gehörige Vorsicht und Geschicklichkeit doch sehr zu vermindern und fast auf Null zu reduciren sind. Diese Fehler liegen theils in der Unvollkommenheit des Werkzeuges selbst, theils in der Unvorsichtigkeit dessen, der sich der Kette zum Messen bedient. Es ist dem Geometer unumgänglich nothwendig, diese möglichen Fehler zu kennen, weshalb hier das Nöthige darüber bemerkt wird.

I. Anlangend die Fehler, welche durch Unvollkommenheit der Kette entstehen, so liegen dieselben:

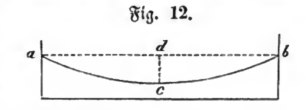
1) in der Größe und Eintheilung der Kette;
2) in dem Bogen, den die horizontal angespannte Kette stets bildet, die s. g. Kettenlinie.

Was die richtige Größe und Eintheilung der Kette, so wie die Prüfung derselben durch Maaßstäbe (étalons) anbetrifft, so ist das Erforderliche bereits im §. 11 gesagt worden. Den Fehler der s. g. Kettenlinie erklärt man sich leicht auf folgende Weise:

Da die Kette nicht völlig horizontal angespannt werden kann, sondern immer in einem mehr oder minder großen Bogen hängt, so wird die Sehne des Bogens, wenn die Kette im Bogen gerade 5 Ruthen lang ist,

etwas kürzer. Es bezeichne z. B. ab (Fig. 12) die an ihren Stäben ausgespannte Kette, acb den Bogen, nach welchem sie gegen den Boden hin herabhängt, adb den wahren horizontalen Abstand ihrer Endringe, cd das ungefähre Maaß ihrer Abweichung von der horizontalen Linie ab; die Sehne des Bogens bc (halbe Kettenlänge) kann hier ohne merklichen Irrthum dem Bogen bc gleich gesetzt werden. Demnach wird $bd = \sqrt{(bc)^2 - (cd)^2}$, und statt der ganzen Kettenlänge muß der wahre horizontale Abstand $ab = 2 . \sqrt{(bc)^2 - (cd)^2}$ genommen werden. Beträgt z. B. die Kettenlänge 5 Ruthen = 50 Fuß, die Abweichung cd = 0,5 Fuß, so wäre $bd = \sqrt{(25)^2 - (0{,}5)^2} = \sqrt{624{,}75}$ Fuß = 24,995 Fuß, also der horizontale Abstand ab = 49,99 Fuß und mithin um 1 Linie kleiner, als die Kettenlinie anzeigt. Da bei gehöriger Vorsicht die Abweichung cd noch weniger beträgt, als 5 Zoll, so wird der Irrthum in der horizontalen Länge ab noch geringer. Ein so unbeträchtlicher Fehler kann daher bei den meisten Meßoperationen außer Acht gelassen werden; indessen kann man ihn auch, besonders bei langen Linien, mit in Rechnung bringen, wenn man die Bogenabweichung der Kette durch Versuche oder eine ungefähre Schätzung kennen gelernt hat. Um den Fehler der Kettenlinie ganz zu verhindern, ist es rathsam, die straff angespannte Kette in der Mitte (bei c) so weit in die Höhe zu heben, daß der horizontale Zug der Kette erleichtert und nach dem Augenmaaß völlig erreicht wird. Das Auflegen der Kette auf den Boden, so wie das Fortschleifen derselben im Fortgange der Messung ist jedenfalls verwerflich.

Fig. 12.



II. In Betreff der Fehler, welche beim Gebrauch der Meßkette durch Unvorsichtigkeit entstehen, so finden hauptsächlich folgende statt:

1) wenn die Glieder der Kette nicht gehörig auseinander gelegt, die verschlungenen und umgeschlagenen Ringe nicht berichtigt und die krumm gebogenen Glieder nicht in gerade Richtung gebracht werden, so wird die Kette zu kurz und die zu vermessenden Linien daher zu lang vermessen;

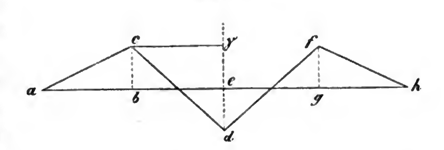
2) wenn die Kette nicht gehörig angespannt wird, die Ketten-Endringe und Kettenstäbe nicht senkrecht über den zugehörigen Punkten auf dem Boden stehen, so wird die Linie bald zu groß, bald zu klein gemessen werden;

3) wenn der Kettenstab nicht genau in das Loch, in welchem das Zeichenstäbchen stand, eingesetzt wird, so wird die gesuchte Weite entweder zu groß oder zu klein. Diese Vorsicht ist besonders da nicht außer Acht

zu lassen, wo man auf Sandboden und weichem Erdreiche mißt, in welchem Falle es leicht geschehen kann, daß, wenn der vordere Kettenzieher die Kette anzieht, der Kettenstab des nachfolgenden nachgiebt und aus seiner Stelle verrückt wird.

4. Wenn man bei jedem Kettenzuge von der geraden Linie oder aus der Verticalebene abweicht, so wird die auszumessende Linie zu groß angegeben. Gesetzt ah (Fig. 13) sei die gerade auszumessende Linie, man sei aber bei den verschiedenen Kettenzügen um die Senkrechten

Fig. 13.



bc, de, fg von ah abgewichen; fh sei der letzte Kettenzug: so würde man für ah hier 4 Kettenzüge, ac + cd + df + fh, oder 4 × 5 Ruthen = 20 Ruthen rechnen. Da aber ah etwas kleiner ist, als ac + cd + df + fh, so ist es nöthig, die Größe des zu befürchtenden Fehlers zu bestimmen, wobei man annimmt, daß die Senkrechten bc, de und fg gegeben sind, welche in Rücksicht auf die Kettenlänge immer klein sein werden. Die Kettenlänge oder ac, cd, df ꝛc. sei = r, so ist im △ abc die Linie ab =

$$\sqrt{\left((ac)^2 - (bc)^2\right)} = \sqrt{\left(r^2 - (bc)^2\right)} = r\sqrt{\left(1 - \frac{(bc)^2}{r^2}\right)}.$$

Weil nun bc gegen r sehr klein, folglich $\frac{bc}{r}$ ein sehr kleiner Bruch ist, so kann man ohne merklichen Fehler setzen

$$\sqrt{\left(1 - \frac{(bc)^2}{r^2}\right)} = 1 - \frac{(bc)^2}{2r^2}, \text{ und mithin}$$

$$ab = r - \frac{(bc)^2}{2r}.$$

Nun verlängere man de und ziehe cγ parallel mit be, so ist im △ cdγ die Linie cγ = be = $\sqrt{\left((cd)^2 - (d\gamma)^2\right)}$ =

$$\sqrt{\left(r^2 - (de + bc)^2\right)} = r\sqrt{\left(1 - \frac{(de + bc)^2}{r^2}\right)} =$$

$r - \frac{(de + bc)^2}{2r}$, weil eben so, wie vorhin, der Bruch $\frac{de + bc}{r}$ sehr klein ist. Eben so wird eg = $r - \frac{(de + gf)^2}{2r}$ und gh = $r - \frac{(gf)^2}{2r}$, also

$$ah = ab + be + eg + gh$$
$$= 4r - \frac{(bc)^2 + (bc + de)^2 + (de + gf)^2 + (gf)^2}{2r}$$

oder, wenn man

$$(bc)^2 + (bc + de)^2 + (de + fg)^2 + (gf)^2 = C \text{ setzt,}$$
$$ah = 4r - \frac{C}{2r}, \text{ d. h.}$$

die Linie ah ist hier um die Größe $\frac{C}{2r}$ kleiner als 4 Kettenlängen, oder $\frac{C}{2r}$ ist der Fehler, den man begeht, wenn man bei der Messung aus der verticalen Ebene abweicht. Hierbei ist angenommen, daß jede zwei auf einanderfolgenden Abweichungen, wie bc, de 2c. auf verschiedenen Seiten der Linie ah liegen. Fielen diese Abweichungen auf eine Seite der Linie ah, so würde man in dem Werthe von C nur $(bc - de)^2$ statt $(bc + de)^2$ setzen müssen. Gesetzt nun, es sei $bc = de = gf = m$, so wird

$C = m^2 + 4\,m^2 + 4\,m^2 + m^2 = 10\,m^2$, also

$$ah = 4r - \frac{10\,m^2}{2r} = 4\,r - \frac{5\,m^2}{r}.$$

Hätte man überhaupt von a bis h n Kettenlängen gezählt, so würde $C = m^2 + 4m^2 + 4m^2 \ldots + . m^2 = m^2 + 4\,(n - 2)\,m^2 + m^2 = (4n - 6)\,m^2$ sein, daher in diesem Falle $ah = n . r - \frac{(4n - 6)\,m^2}{2r} = n . r - \frac{(2n - 3)\,m^2}{r}$. Wäre r also 5 Ruthen = 500 Zoll, die jedesmalige Abweichung aber = 5 Zoll und n = 20, so wird der Werth von $ah = 20 \times 5 - \frac{(2 \times 20 - 3)}{500} \times 25$ sein. Es wäre also der Fehler, um welchen man ah zu groß angäbe, $= \frac{C}{2r} = \frac{(2 \times 20 - 3)}{500} \times 25$ Zoll = 1,85 Zoll, derselbe würde also bei 100 Ruthen sehr unbeträchtlich sein.

Aus der Formel $\frac{C}{2r} = \frac{(2n - 3)\,m^2}{r}$ erhellet, daß der Fehler, den man bei Messung einer Linie begehen kann, sich bei gleichen r und n, d. h. bei gleich großen und gleich vielen Kettenzügen, verhalten würde, wie m^2 oder wie das Quadrat der Abweichung von der geraden Linie.

Der Bruch $\frac{C}{2r} = \frac{(bc)^2 + (bc + de)^2}{2r} \ldots$ wächst, wenn C größer wird und r abnimmt, d. h. der Fehler, den man in einer ausgemessenen Länge wegen Abweichung von der geraden Linie zu befürchten hat, ist desto

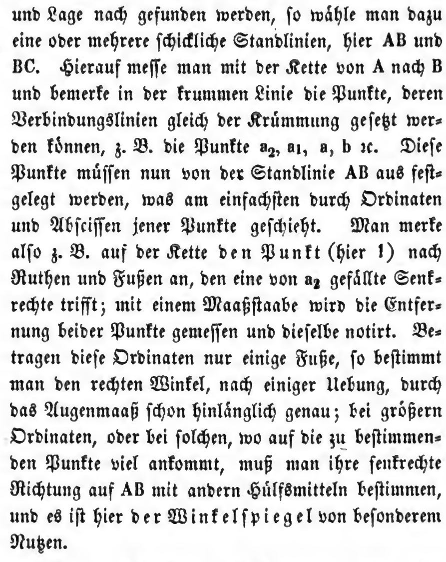
beträchtlicher, je mehr und öfter man von der geraden Linie abgewichen und je kürzer die Meßkette ist.

Nimmt man nun im Allgemeinen an, daß bei jedem Kettenzuge die Fehler zu II. 1—4 begangen werden, und zwar bei jedem Kettenzuge gleich große Fehler, so soll (nach Marinoni) der zu befürchtende Fehler der auszumessenden Linie proportional sein, was um so mehr wahrscheinlich ist, je mehr die Fehler bei den einzelnen Kettenzügen einander gleich und ähnlich sind. Im Allgemeinen ergiebt sich aus dem Vorstehenden, daß die ausgemessenen Linien gewöhnlich zu groß angegeben werden.

§. 19. Es ist bereits im §. 7 das Nöthige über die Rectification einer krummen Linie gesagt worden, und es kommt hier nun darauf an, zu zeigen, wie deren Gestalt und Lage gefunden werden kann.

Gesetzt die krumme Linie AacdefBghCk (Fig. 14) soll ihrer Gestalt

Fig. 14.



und Lage nach gefunden werden, so wähle man dazu eine oder mehrere schickliche Standlinien, hier AB und BC. Hierauf messe man mit der Kette von A nach B und bemerke in der krummen Linie die Punkte, deren Verbindungslinien gleich der Krümmung gesetzt werden können, z. B. die Punkte a_2, a_1, a, b ꝛc. Diese Punkte müssen nun von der Standlinie AB aus festgelegt werden, was am einfachsten durch Ordinaten und Abscissen jener Punkte geschieht. Man merke also z. B. auf der Kette den Punkt (hier 1) nach Ruthen und Fußen an, den eine von a_2 gefällte Senkrechte trifft; mit einem Maaßstaabe wird die Entfernung beider Punkte gemessen und dieselbe notirt. Betragen diese Ordinaten nur einige Fuße, so bestimmt man den rechten Winkel, nach einiger Uebung, durch das Augenmaaß schon hinlänglich genau; bei größern Ordinaten, oder bei solchen, wo auf die zu bestimmenden Punkte viel ankommt, muß man ihre senkrechte Richtung auf AB mit andern Hülfsmitteln bestimmen, und es ist hier der Winkelspiegel von besonderem Nutzen.

Mit der Bestimmung der Ordination fährt man in der eben beschriebenen Weise fort bis bei c, wo die krumme Linie die AB schneidet, welcher Punkt ebenfalls angemerkt wird. Auf diese Weise erhält man den übrigen Theil der krummen Linie und somit deren Lage gegen AB und BC.

Man zeichnet diese Bestimmung der krummen Linie entweder, wie in der Figur 14 geschehen, in ein Manual als ungefähren Grundriß auf, schreibt an die Stelle der Nummern und Durchschnittspunkte die Länge der Abscissen, auf die Ordinaten aber die Größe derselben, und bemerkt zuletzt die Längen der Linien AB und BC, oder man bringt das Resultat der Messung in Form einer Tabelle, in welcher man die Abscissen, die rechts liegenden Ordinaten mit +, die links liegenden mit —, die Durchschnittspunkte mit $\underline{+}$ oder 0 in einzelnen Rubriken durch die gefundenen Längen bezeichnet. Ist dann mit einem Winkel-Instrumente die Neigung der Linien AB und BC bestimmt, so ist es nicht schwer, die krumme Linie im verjüngten Maaßstabe zu verzeichnen.

Folgendes verdient hierbei noch bemerkt zu werden:

1) Es erhellet leicht, daß die Punkte a_2, a_1, a, b ꝛc. eben nicht Punkte einer krummen Linie sein müssen, sondern sich auch auf andere Gegenstände beziehen können, deren Lage man in Hinsicht auf die Abscissenlinie bestimmen will, z. B. Ecken von Gebäuden, Grenzsteine u. s. w.
2) Man nimmt die Abscissenlinie gern so nahe als möglich neben der krummen Linie, damit die Ordinaten nicht gar zu groß werden; fangen daher die Ordinaten an, sehr stark zuzunehmen, so wendet man, wie oben geschehen, eine zweite Abscissenlinie an.
3) Die Abscissenlinie sowohl, als auch die Ordinaten müssen horizontal gemessen, oder auf den Horizont reducirt werden.
4) In manchen Fällen ist eine sehr genaue Bestimmung der Ordinaten nicht nöthig, z. B. bei Bestimmung der Krümmungen eines Flusses, da die Ufer oft sehr unbestimmte Grenzen haben; es wird jedoch jeder Geometer mit Einsicht das rechte Maaß der erforderlichen Genauigkeit zu treffen wissen.

3) Mittelbare Messung der Linien mit Kette und Stäben (Signalen.)

§. 20. Da sich die Länge einer geraden Linie oder die Entfernung zweier Punkte, vorhandener Hindernisse wegen, oft nicht unmittelbar messen läßt, so ist es nöthig, eine Anleitung zu geben, wie man mit Hülfe der Meßkette und Stangen und mit Anwendung der einfachen geometrischen Sätze von der Gleichheit und Aehnlichkeit der Dreiecke solche Fälle behandelt, um seinen Zweck zu erreichen. Diese Fälle sind sehr mannigfaltig und deshalb hier nicht insgesammt mitzutheilen; jedoch wird es meistens möglich sein, mit den hier gegebenen Lösungen auszukommen. Ob es manchmal aber nicht zweckmäßiger sei, zu der Lösung dieser Auf-

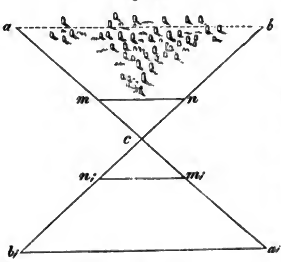
gaben ein Winkelmeß-Instrument anzuwenden, wird später gezeigt werden und hängt allein von der Einsicht des Geometers ab.

Als besonders nothwendig bei der richtigen Lösung der folgenden Aufgaben ist die genaue Längenmessung und das richtige Einrichten (Visiren) der Signale zu betrachten.

§. 21. **Wenn die Endpunkte einer geraden Linie zugänglich sind, die Linie aber wegen eines Hindernisses, z. B. eines Waldes, Flusses 2c. nicht gemessen werden kann, die Endpunkte der Linie aber von einem andern Punkte aus sichtbar sind.**

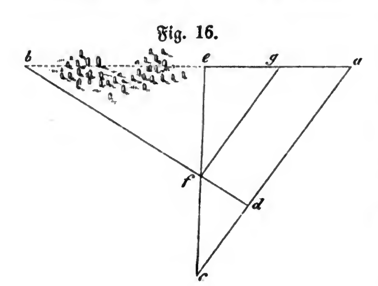
I. ab (Fig. 15) sei die nicht direct meßbare Linie, c der Punkt, von welchem aus a und b sichtbar sind. Man messe die Linien ac und bc, verlängere dieselben rückwärts, so daß $a_1c = ac$, $b_1c = bc$ und messe dann a_1b_1, welche Linie nach einfachen Elementarsätzen der ab gleich ist; oder man kann in der Richtung der gemessenen ca, cb gleichproportionirte Stücke $cm = \frac{1}{3}$ ca und $cn = \frac{1}{3}$ cb abtragen und sodann mn messen, woraus sich $ab = 3$ mn ergiebt; oder aber man kann die proportionirten Stücke rückwärts abtragen, nämlich $cm_1 = \frac{1}{3} ca_1$, $cn_1 = \frac{1}{3} cb_1$ sodann m_1n_1 messen, woraus $ab = 3 . m_1n_1$ folgt. Es müssen aber mn und m_1n_1 sehr genau gemessen werden, denn ein kleiner Fehler in diesen Linien vervielfältigt sich, wenn man ab daraus berechnet.

Fig. 15.



II. Von der Linie ab (Fig. 16) mißt man direct ein Stück ae, ferner von c aus die Geraden ca, ce, von ac ein beliebiges Stück ad und von ec ein Stück ef, so weit, daß f in der Richtung db liegt; ef wird durch Visiren gefunden und durch eine Signalstange begrenzt. Die gesuchte Weite sei = x, die gemessenen

Fig. 16.

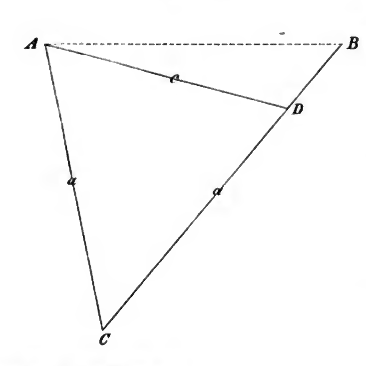


mögen ab $= e'$ (Fuße oder Ruthen) ae $= c'$, ce $= a'$, ad $= m'$, ef $= n'$ sein. Die unbekannte Größe x wird aus den bekannten (gemessenen) also hergeleitet: Man denke sich fg $\parallel$ ca, so ist ce : ef = ae : eg = ac : fg oder $a' : n' = c' : eg = e' : fg$; ferner ab : ad = bg : fg, oder $x : m' = bg : fg$. Hieraus folgt: $eg = \frac{c'.n'}{a'}$, $fg = \frac{e'\,n'}{a'}$, $bg = \frac{fg.x}{m'} = \frac{e'.n'.x}{a'.m'}$; auch ist $bg = x - (c' - eg) = x - c + \frac{c'.n'}{a'}$. Demnach wird $\frac{e'.n'.x}{a'.m'} = x - c + \frac{c'.n'}{a'}$, also $(e'.n' - a'.m').x = c'.m'.n' - a'.m'.c'$, daher $x = \frac{c'.m'.(n'-a')}{e'.n'-a'.m'}$. Die Berechnung der Weite ab $= x$ nach den numerischen Werthen der gemessenen Längen a', c', e', m', n' hat keine Schwierigkeit. Je richtiger diese gemessen werden, desto genauer findet man ab.

Diese Aufgabe ist nicht als ein theoretisches Kunststück anzusehen, sondern hat in gewissen Fällen wirklich praktischen Werth.

III. A und B (Fig. 17) sollen die beiden Objecte und C der gewählte Standpunkt sein. Man nehme nach der Richtung CB die Weite CD = CA, und messe, wenn es sich thun läßt, AD. Es sei AC = CD = a, BC = b, AD = c, BD = b − a = d, so ist in dem $\triangle$ ACB, $(AB)^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab\,.\cos.C$, und in dem $\triangle$ ACD, $c^2 = 2\,a^2 - 2\,a^2\,.\cos.C$, weil AC = CD = a ist. Ziehet man den Werth von cos. C aus der zweiten Gleichung und setzt ihn in die erste, so erhält man

Fig. 17.



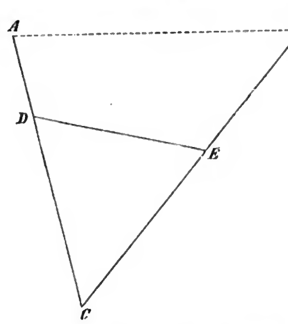
$$(AB)^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab + \frac{(bc)^2}{a}$$
$$= (a - b)^2 + \frac{(bc)^2}{a}$$

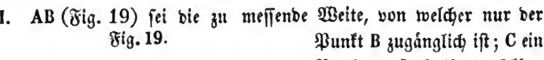
$$AB^2 = d^2 + \frac{(bc)^2}{a} \text{ und daher}$$

$$AB = \sqrt{\left(d^2 + \frac{(bc)^2}{a}\right)}.$$

IV. Giebt es in den Richtungen CA, CB (Fig. 18) zwei Punkte D und E, deren Entfernung DE man messen kann, so läßt sich, wenn man noch überdies die Weiten CA, CB, CD, CE mißt, die Entfernung der Objecte A und B von einander ebenfalls bestimmen. Es sei CA $= a$, CB $= b$, CD $= c$, CE $= d$, DE $= e$, so ist in dem $\triangle$ ABC $(AB)^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab\,.\cos.\,C$, und in dem $\triangle$ DCE, $e^2 = c^2 + d^2 - 2\,.\,cd\,.\cos.\,C$, und wenn man den Werth von cos. C aus der zweiten Gleichung in die erste setzt:

Fig. 18.



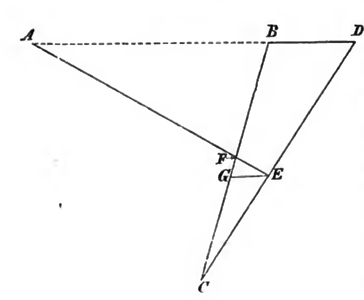


$$AB = \sqrt{\left[a^2 + b^2 - \frac{ab}{cd}(c^2 + d^2 - e^2)\right]}.$$

§. 22. **Wenn ein Endpunkt der auszumessenden Linie unzugänglich ist, jedoch von dem andern Endpunkte und von einem dritten Punkte gesehen werden kann.**

I. AB (Fig. 19) sei die zu messende Weite, von welcher nur der Punkt B zugänglich ist; C ein Punkt außerhalb derselben und D ein Punkt in ihrer Verlängerung. Man nehme auf CD irgend einen Punkt E und gehe nach der Richtung EA so lange fort, bis man zu einem Punkte F kommt, welcher mit B, C in gerader Linie liegt, messe hierauf die Weite BD, BF, FC, CE, ED, so läßt sich daraus die Entfernung AB bestim-

Fig. 19.



men. Es sei $BD = a$, $BF = b$, $CF = c$, $DE = d$, $EC = e$. Man ziehe EG der BD parallel, so ist wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke CGE und CBD, $CD : CE = BD : GE$ oder $d + e : e = a : GE$ und $CD : CE = BC : CG$ oder $d + e : e = b + c : CG$, folglich $GE = \frac{a.e}{d+e}$, $CG = \frac{(b+c)e}{d+e}$

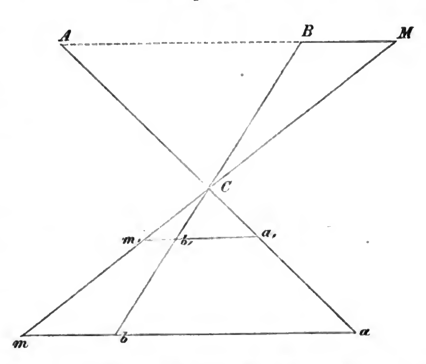
$FG = CF - CG = \frac{c.d - b.e}{d + e}$.

Die Dreiecke EFG, AFB sind ebenfalls ähnlich; man hat daher $FG : GE = BF : AB$ oder $\frac{c.d - b.e}{d+e} : \frac{a.e}{d+e} = b : AB$, folglich:

$$AB = \frac{a.b.e}{cd - be}.$$

II. Man kann in der Verlängerung von AB (Fig. 20) einen Punkt M durch eine Signalstange bezeichnen und von C nach B und M hinmessen. Die gemessenen Längen trage man durch Visiren und Messen rückwärts ab, nämlich $Cb = CB$, $Cm = CM$, gehe hierauf in der Richtung mb so weit fort, bis

Fig. 20.

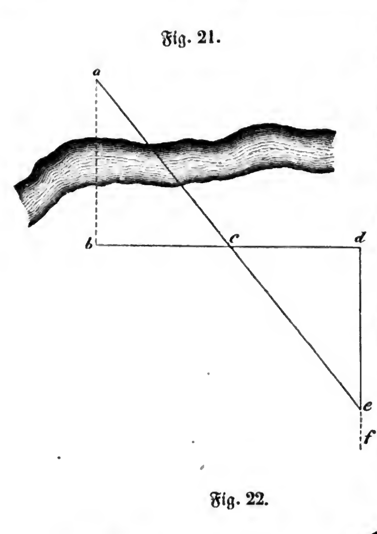


man bei a in die Linie (Alignement) AC kommt und messe ab, so ist, wie leicht zu beweisen, $ab = AB$. Trägt man nun proportionirte Stücke von CB und CM rückwärts, z. B. $Cb' = \frac{1}{3} CB$ 2c., so erhält man (wie im §. 21 I.) $3 . a'b' = AB$.

III. Es sei nun ab (Fig. 21) die auszumessende Linie, a nicht zugänglich, aber überall sichtbar. Man errichte in b auf ab eine Senkrechte bd, oder stecke bei b einen rechten Winkel ab, desgleichen errichte man in d auf bd die Senkrechte bf, halbire bd in c und verlängere ac, bis diese Verlängerung in e die df schneidet, so wird $de = ab$ sein.

Es kann übrigens der Winkel abd von beliebiger Größe sein, wenn nur dann der Winkel bdf ihm gleich gemacht wird. Diese Lösung der

Fig. 21.

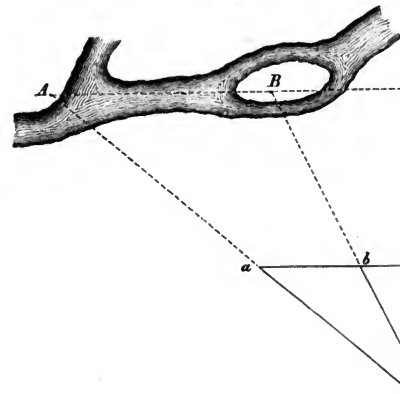


Aufgabe empfiehlt sich durch ihre Einfachheit und allgemeine Anwendung beim Messen, obgleich dabei ausnahmsweise die Absteckung eines rechten oder beliebig großen Winkels (s. weiter unten) zu Hülfe genommen wird.

§. 23. Wenn die Endpunkte der Linie, so wie die Linie selbst unzugänglich sind.

I. Die Linie AB (Fig. 22) sei ganz unzugänglich. Man stelle sich in der Richtung von AB bei D auf, errichte auf ABD die Senkrechte DC von beliebiger Länge, auf dieser in d eine unbestimmte lange Senkrechte da, in derselben durch Signale die Punkte b und a in der Richtung CB und CA. Aus den gemessenen Längen DC, dC und ab läßt sich AB berechnen, nämlich es ist: CD : Cd = BC : bC = AB : ab, mithin

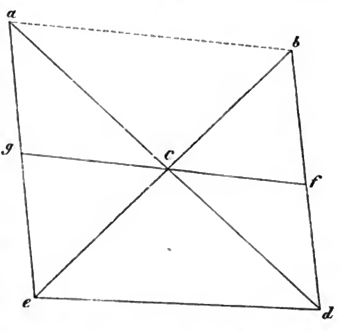
Fig. 22.



$$AB = \frac{CD \,.\, ab}{Cd}.$$

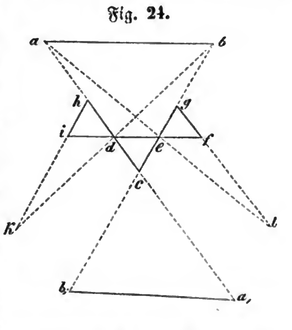
II. Die Linie ab (Fig. 23) ist an sich und auch in ihrer Verlängerung unzugänglich. Man wähle einen schicklichen Standort c, von wo aus man nach a und b visiren kann; in den Richtungen von ac, bc stecke man auf beliebige Entfernungen in d und e Signalstangen aus, so daß ed verhältnißmäßig groß genug gegen ab wird; in db bezeichne man einen andern Punkt f und in ea einen Punkt g, welcher zugleich in der Richtung von fc liegt. Man messe die Weiten eg, gc, cf, fd, de, ec, dc, construire sodann auf das Papier eine, der Figur gfdce ähnliche Figur, indem man die gemessenen Längen nach einem verjüngten Maaßstabe aufträgt, ziehe endlich eg, dc und df, ec rückwärts, um die Durchschnittspunkte a und b auf dem Papier zu erhalten. Die Weite ab auf dem Papier giebt nach dem verjüngten Maaßstabe die ab auf der Erde. Der Beweis dafür ist elementarisch. Dieses Beispiel hat jedoch für die Praxis nur einen geringen Werth, denn es giebt dabei sehr viel zu messen und zugleich Gelegenheit zu beträchtlichen Fehlern in der verjüngten Construktion der Figur.

Fig. 23.



III. Die Linie ab (Fig. 24) ist an sich und auch ihre Verlängerung unzugänglich. Man wähle bei c einen willkürlichen Standpunkt und setze in mäßiger Entfernung von c bei e und d ein Paar Stäbe in die Richtungen cb und ca ein; in den Verlängerungen von ce, cd, de nehme man eg = ce, hd = cd, ef und di = de und setze bei g, f, h, i Stäbe ein. Hierauf setze man in l, wo sich die verlängerten Linien gf und ae schneiden, einen Stab, so wird gl = ac sein, wie sich aus der Congruenz der Dreiecke ace und egl erweisen läßt. Eben so setze man bei k einen Stab, wo sich die verlängerten Linien db und hi schnei-

Fig. 24.



den, so wird aus demselben Grunde hk = bc sein. Man messe also die beiden Längen hk und gl und trage erstere in die Verlängerung von ac nach ca′, letztere in die Verlängerung von bc nach cb′; messe dann a′b′ so wird dieselbe gleich ab sein, wie leicht zu beweisen ist.

§. 24. Soll die Länge einer Linie, welche eines Hindernisses wegen nicht unmittelbar gemessen werden kann, mit Kette und Stäben gefunden werden, so ist dies dann noch möglich, wenn es selbst keinen Punkt giebt, von wo aus man die beiden Endpunkte der Linie sieht. Man muß alsdann beide Endpunkte durch eine Kette von Dreiecken verbinden. Aus den Seiten lassen sich die Winkel und folglich auch die innern Winkel des durch die Dreieckskette und die unbekannte Linie entstandenen Vielecks berechnen, und aus diesen wiederum und den gemessenen Seiten des Vielecks läßt sich die gesuchte Linie bestimmen. Das Verfahren ist aber wegen der vielen Längenmessungen weitläufig und die Aufgabe ist mit Winkelmessern leichter zu lösen.

II. Von der Messung der Winkel.

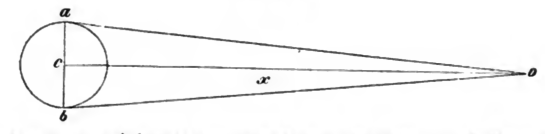
§. 25. Die Größe eines Winkels auf der Erdoberfläche zu bestimmen, ist eine der hauptsächlichsten Aufgaben der praktischen Geometrie; es geschieht entweder durch eine geometrische Construktion, wozu vorzüglich der Meßtisch dient, oder nach Gradmaaß durch eigene Winkelmesser. Die Genauigkeit einer Winkelmessung wird zum Theil begrenzt durch die kleinen, leicht möglichen oder unvermeidlichen Fehler der Winkelmesser selbst, zum Theil aber auch durch den unrichtigen und sorglosen Gebrauch dieser Werkzeuge, durch die mehr oder weniger beschränkte Vollkommenheit des Seheorgans und die davon abhängige Schärfe im Visiren.

Wenn man von einem Standpunkte aus einen Winkel messen will, den zwei entfernte Objekte in diesem Punkte bilden, so muß man nach einem bestimmten Punkte dieser Objekte — Mitte oder Grenzrand z. B. einer Stange ꝛc. — hinvisiren und zwar bei wiederholter oder aus verschiedenen Standpunkten angestellter Beobachtung immer nach einem und demselben Zielpunkte. Demnach kommt es hier nicht bloß auf einen genauen Winkelmesser, sondern auch auf ein scharfes, aufmerksames Sehen an. Die Schärfe im Sehen hängt ab von der Beschaffenheit des Auges, von der Durchsichtigkeit der Luft, von der Beleuchtung der Sonne, von der Lebhaftigkeit der Farben und der verhältnißmäßigen Stärke der Lichtstrahlen, welche von entfernten natürlichen oder künstlichen Signalen in's Auge des Beobachters gelangen, endlich auch von der Größe

des Sehewinkels (scheinbare Größe), unter welchem ein entferntes Objekt erscheint. Man sieht ein Objekt und einzelne Theile desselben um so deutlicher, je bessere Augen man hat, je näher dasselbe steht und je stärker es beleuchtet ist; helle Farben weiter als dunkle, wenn sie sonst nicht durch helle gehoben werden. Daher auch stark von der Sonne beleuchtete Objekte, Feuer, brennende Lichter rc. auf weitere Entfernung sichtbar bleiben, als dunkle Objekte. Sogar ein Gegenstand, der durch helles Licht auf eine weite Entfernung sichtbar ist, kann durch ein anderes, viel stärkeres Licht den Augen entschwinden. Dieser Umstand erschwert oft das Visiren nach Signalen, die uns die beschattete Seite zukehren. Was die scheinbare Größe, oder den Sehewinkel betrifft, unter welchem ein entferntes Objekt dem Auge erscheint, so begreift man leicht, daß derselbe um so kleiner wird, je weiter das Objekt vom Auge des Beobachters absteht, und daß das Bild von jenem auch dem besten Auge verschwindet, wenn der Sehewinkel bis auf ein gewisses Minimum abnimmt. Diese Grenze des deutlichen Sehens für gesunde Augen, nämlich der kleinste Winkel, unter welchem ein entferntes Objekt oder ein Theil desselben eben noch sichtbar bleibt, hat nicht anders, als durch Erfahrung und Versuche ungefähr ausgemittelt werden können.

Es bedeute ab (Fig. 25) die wahre Größe (größten Durchschnitt)

Fig. 25.



eines entfernten Objektes oder Theiles von demselben, o das Auge des Beobachters, oc die Seheaxe, oa und ob die Visirlinien nach den äußersten Grenzen des Objektes, so heißt der Winkel aob der Sehewinkel (scheinbare Größe) unter welchem ab dem Auge in o erscheint. ab ist eine unveränderliche Größe; hingegen nimmt seine scheinbare Größe um so mehr ab, je weiter sich o von ab entfernt. Ist nun ab = 1 und seine Entfernung vom Auge oc = 3438, so ist oc : bc oder 3438 : 0,5 = sin. tot. : tg. x, mithin $\angle$ x = 30″ (Secunden) und der Winkel aob = 1 Minute sehr nahe. Da ein Kreis in einer Entfernung von 5156 mal den Durchmesser desselben verschwindet, und für sehr kleine Winkel sich die Sinus und Tangenten sehr nahe verhalten, wie die Winkel selbst und hier 5156 : 3438 = 60″ : 40″ nahe, so folgt daraus, daß der Sehewinkel, unter welchem ein entfernter Gegenstand dem Auge verschwindet, ungefähr 40″

beträgt. Diese Grenze des deutlichen Sehens ist aber nur eine ungefähre, denn es hängt dieselbe immer von der Beleuchtung der Objekte ab.

So erhellt, warum beim Visiren mit bloßen Augen nach einem gewissen Punkt (Grenze) eines Richtobjektes auch bei der größten Aufmerksamkeit ein Fehler von zwei oder mehreren Minuten bei einer Winkelmessung stattfinden könne. Visirt man z. B. durch gewöhnliche Dioptern nach einer Signalstange, so muß ihre Dicke dem Auge wenigstens unter einem Winkel von 1 Minute erscheinen; er beträgt aber bei der gewöhnlichen Unvollkommenheit der Augen und bei schwacher Beleuchtung wohl meist noch mehr. Um einen Winkel zu bekommen, muß man nach zwei verschiedenen Signalen visiren und man kann also durch Verdoppelung des Fehlers den Winkel um wenigstens zwei Minuten falsch bestimmen. Gebraucht man an Stelle gewöhnlicher Dioptern ein Fernrohr, so erlangt man dadurch Vergrößerung und vermehrte Deutlichkeit des entfernten Richtobjektes, folglich werden hiermit die Fehler in den gemessenen oder auf dem Meßtisch construirten Winkeln außerordentlich vermindert.

§. 26. Der Grad der Genauigkeit einer Winkelmessung steht immer mit der größern oder geringern Vollkommenheit der angewendeten Werkzeuge in Verhältniß, und der Zweck und Ausdehnung der geodätischen Arbeit schreibt das erforderliche Maaß der Genauigkeit vor.

Da bei den gewöhnlichen Messungen immer horizontale Winkel verlangt werden, so muß der Winkelmesser mit seinem Mittelpunkt senkrecht über dem Standpunkt, von wo aus ein Winkel genommen werden soll, sorgfältig invellirt, d. h. horizontal aufgestellt werden. Diese Horizontalstellung geschieht mit Hülfe der Libelle. Bei etwas schiefer Stellung der Kreisebene entstehen mehr oder weniger beträchtliche Fehler in den gemessenen Horizontalwinkeln. Die Genauigkeit wird hier begrenzt durch die größere oder geringere Empfindlichkeit der Libellen selbst. Es lassen sich Formeln geben, nach welchen man Fehler in den gefundenen Horizontalwinkeln aus den Neigungswinkeln der Kreisebene gegen den Horizont berechnen könnte. Allein solche Formeln können in der Ausübung wenig oder gar nichts helfen, da es fast unmöglich ist, die Data hierzu, nämlich die geringen Neigungswinkel selbst genau zu finden. In jedem Falle wird es folglich gerathener sein, für die Horizontalstellung des Winkelmessers durch empfindliche berichtigte Libellen eifrigst zu sorgen. Kleine Neigungsfehler von einer oder einigen Minuten, auf welche eine Libelle etwa keinen Ausschlag mehr geben sollte, erzeugen in den Horizontalwinkeln nur äußerst geringe, für die meisten praktischen Arbeiten ganz bedeutungslose

Fehler; weshalb die Besorgniß in dieser Sache nicht zu weit getrieben werden muß.

Bewegt sich ferner bei horizontalem Stand der Kreisebene das Fernrohr, als Kippregel, nicht in einer gegen jene ganz verticalen Ebene auf und nieder, so werden daraus ebenfalls kleine Fehler für die gemessenen Horizontalwinkel erwachsen. Da jedoch bei guten Instrumenten der Neigungsfehler in der Bewegung des Fernrohres = 0 oder wenigstens äußerst gering ist, so kommen auch die daraus für die Horizontalwinkel entspringenden in keine Betrachtung.

Diese Fehler nach einer besondern Formel der sphärischen Trigonometrie, die hier füglich übergangen werden kann, genau zu bestimmen, verhindert wieder der Umstand, daß man eine sehr geringe Neigung der Fernrohrebene nicht zuverlässig finden kann. Es wäre übrigens eine verdrießliche, zeitraubende und mühsame Arbeit, wenn man die mit einem grobfehlerhaften Instrumente, dessen Mängel im Gradmaaß bekannt wären, gefundenen Winkel durchgängig mittelst einer besonderen Formel erst auf ihren wahren Werth reduciren müßte.

1) Messung der Winkel durch eine geometrische Construction.

a) Mit Kette und Stäben.

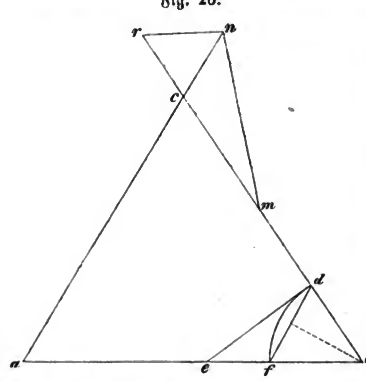
§. 27. Diese Art, Winkel auf der Erde zu bestimmen, auf eine Karte überzutragen oder auch wohl in Graden, Minuten &c. anzugeben, ist die unvollkommenste von allen und wird jetzt nur noch in beschränkteren Fällen des Aufnehmens oder in Ermangelung guter Winkelmesser gebraucht. Diese Methode gründet sich auf den geometrischen Satz, daß durch drei Seiten eines Dreiecks seine drei Winkel völlig bestimmt sind, in welchem Verhältniß man auch diese Seiten verjüngen mag, so wie auf den geometrischen Satz, daß die Sehne eines Kreisbogens in gewisser Art das Maaß des dazu gehörigen Centriwinkels ist &c.

Bei kleinern Aufnahmen können nun folgende Fälle vorkommen:

1) Es sind a, b, c (Fig. 26, s. folg. Seite) drei Punkte in nicht zu großer Entfernung auf ziemlich horizontalem Terrain, welche ihrer Lage nach aufgemessen werden sollen. Man mißt mit einer Kette die drei Seiten des Dreiecks abc genau auf und construirt auf dem Papier nach einem beliebigen, verjüngten Maaßstabe ein Dreieck, dessen Seiten den gemessenen Linien proportionirt sind, so werden auch die Winkel des construirten Dreiecks wechselseitig den Winkeln a, b, c in dem aufgemessenen Dreieck gleich.

2) Es soll bloß der ∠ cba bestimmt werden, man kann von b aus nach a und c hin visiren und beliebig weit messen. Man mißt entweder von den Schenkeln des Winkels abc beliebig lange Stücke bd und be ab, dann auch die Linie de und construirt das △ bde, wodurch man den Winkel abc findet; oder man mißt gleich lange Stücke von bc und ba ab, bf und bd, dann auch df, wodurch man den ∠ abc in Graden und Minuten erhalten kann. Es ist nämlich dann sin. tot. bd = bf und die halbe Länge der Sehne df des Winkels b wird dann, nach den ersten Sätzen der ebenen Trigonometrie, gleich dem Sinus des halben Winkels b, also ½ df = sin. ½ b. Aus dem Maaß der ganzen oder halben Sehne df in aliquoten Theilen des sin. tot. bd läßt sich sobann vermittelst einer Tafel der logarithmischen oder natürlichen Sinus die Größe des Winkels b in Graden und Minuten berechnen, wozu die Formel $\sin. \frac{1}{2} b = \frac{df . \sin. tot.}{2 bd}$ dient. Uebrigens giebt diese Messungsart keine Annäherung auf Minuten, noch viel weniger auf Secunden, wenn man sonst nicht absichtlich täuschen will.

Fig. 26.



Einige Schriften, besonders fast alle älteren geodätischen Werke, haben s. g. Sehnen oder Chordentafeln, in denen für irgend eine Länge, z. B. für 30 Ruthen die Sehnen aller Winkel von 5 zu 5 Minuten berechnet worden sind. Solche beschränkte Hülfsmittel sind aber um so mehr zu entbehren, als bei den jetzigen Anforderungen an Geometer mit Recht verlangt wird, daß sie solche einfache trigonometrische Rechnungen mit Leichtigkeit lösen.

3) Soll der Winkel acb (Fig. 26) bestimmt werden und man kann von c aus nur nach b hinmessen, nach a hin aber nur visiren, so verlängert man entweder ca rückwärts, bis n etwa, mißt dann ein beliebig Stück, cm, nach b hin, dann mn, wodurch das △ cmn construirt und der ∠ mcn gefunden wird, welcher zur Bestimmung des Winkels acb dient,

da $\angle$ acb = 180° — $\angle$ mcn; oder man verlängert beide Schenkel ac und bc rückwärts bis n und r, mißt cn, cr und nr und construirt das Dreieck cnr, in welchem $\angle$ rcn = $\angle$ acb u. s. w.

b) Mit dem Meßtisch.

§. 28. Wenn der Meßtisch aufgestellt und der Punkt, bei welchem man auf dem Tische die Messung beginnen will, mit Hülfe der Einlothzange senkrecht über den zugehörigen Punkt auf dem Boden gebracht worden ist, so kann man die Operation der Winkelmessung beginnen.

In Fig. 27 stelle c den Standpunkt vor, bei welchem man die Messung beginnen will und der auf dem Tische mit einer feinen stählernen Nadel bezeichnet ist. Man lege nun das Lineal an die Nadel und drehe es so lange, bis dasselbe in der Richtung cA liegt, und ziehe längs demselben die Linie ca; sodann bringe man das Lineal in die Richtung cB und ziehe die Linie cb, so ist der $\angle$ AcB bestimmt. Daß aber bei der Wendung des Lineales aus der Lage ca in die Lage cb der Meßtisch seine Stellung nicht verändert habe, erfährt man dadurch, daß man das Lineal in die Lage ca zurückführt und in seiner Diopternebene den Richtpunkt A noch unverrückt sieht.

Fig. 27.

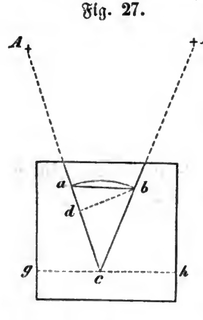
Da, wie man leicht begreift, die Visirlinien ca und cb um die halbe Dicke der eingesteckten Nadel vom Centralpunkte c abweichen, so kann man auch, wenn es eine äußerst genaue Aufnahme betrifft, die Nadel weglassen, den Punkt c durch einen sehr feinen Nadelstich oder dergleichen bezeichnen und das Diopternlineal bloß um diesen Punkt drehen. Indessen möchte, wenn sonst die Anschlagnadel recht fein ist und senkrecht steht, eine zu große Aengstlichkeit in den allermeisten Fällen wenig oder gar nichts helfen. Ein größerer Fehler würde entstehen, wenn man das Lineal an beide Seiten der Nadel anlegte.

Wegen der Undeutlichkeit des Visirens und wegen der Dicke der auf dem Papier gezogenen Linien — die feinste Linie verursacht wegen ihrer Dicke 1 Minute Ungewißheit — kann in der Construktion des Winkels acb ein Fehler von etwa 3 Minuten begangen werden; indessen wird dieser Fehler bei nachlässigem Verfahren auch größer ausfallen, jedoch findet im Allgemeinen die Wahrscheinlichkeit Statt, daß sich die Fehler der beiden

Lagen des Diopternlineals theilweise aufheben und mindern. Es hängt hier Vieles von der vorsichtigen Behandlung und vom Zufall ab, doch muß der Fehler seine Grenzen haben.

Die Visirlinien ac und bc bis an den Punkt c auszuziehen, ist meistens unnöthig. Es erscheint aber zweckmäßig, rings um den Tisch herum auf dem Papier einen fingerbreiten Rand abzugrenzen, auf welchem die Richtung der Visirlinien zu beiden Seiten durch kleine feine Linien bemerkt werde, auch wohl eine andere Bezeichnung noch beigeschrieben wird, damit man die Richtung der Linie, wenn sie sonst in Folge der Messung nöthig wird, nicht nach dem kleinen Stücke auf dem Meßtische verlängern oder bestimmen muß. Bei Aufnahmen mit dem Meßtisch ist gewöhnlich eine Linie ca auf dem Meßtisch bereits gegeben (gezeichnet) und es wird verlangt, diese Linie ca in die gleichnamige cA auf dem Boden so einzurichten, daß c senkrecht über den correspondirenden Punkt auf der Erde und ca in die Verticalebene cA zu liegen komme. Um den Meßtisch demgemäß über c aufzustellen, oder, wie man sich ausdrückt, gehörig zu orientiren oder zu etabliren, dient hauptsächlich ein gutes Augenmaaß, Visiren durch das an ca gelegte Diopternlineal, demgemäße Prüfung und Berichtigung durch Verrücken des Tisches, zur Beihülfe die Einlothzange und ein Steinchen, welches man unter c von der untern Fläche des Meßtisches gegen den Boden fallen läßt; auch kann man am Rande des Tisches in g und h (Fig. 27) Bleilothe anhängen, wodurch die Linie gh auf dem Meßtisch gegen den Boden projicirt wird, und darnach, wenn c auf dem Meßtisch nicht senkrecht über dem gleichnamigen Punkte des Bodens steht, den fehlerhaften Stand des Meßtisches verbessern. Eine weitere Erörterung dieses in der Theorie sehr leichten, in der Ausübung aber allerdings etwas schwierigen und nicht zu vernachlässigenden Gegenstandes scheint für denkende Leser überflüssig zu sein.*) Bisweilen verlangt man die Größe des auf dem Meßtische construirten Winkels im Gradmaaß. Unvollkommen erhält man dies mit dem Transporteur, genauer hingegen durch einen tausendtheiligen

Fig. 27.



*) Ein Mehreres darüber findet man in Tob. Mayers prakt. Geometrie Bd. I. und in Lehmann's klassischem Werke: „Anleitung zum vortheilhaften und zweckmäßigen Gebrauche des Meßtisches, Dresden 1820.“

Maaßstab. Man nehme von den mit dem Lineale auf dem Meßtisch gezogenen Linien die größte Länge, schneide nach dem richtig eingetheilten tausendtheiligen Maaßstabe von beiden gleich lange Stücke ca = cb ab, so ist die gerade Linie ab die Sehne des Winkels c und $\frac{1}{2}$ ab = sin. $\frac{1}{2}$ c. Man messe also ab in Theilen des Maaßstabes und suche die Hälfte dieser Zahl unter den drei ersten Stellen der natürlichen Sinus auf, so ist der dazugehörige Winkel im Gradmaaß = $\frac{1}{2}$ c, also das Doppelte des Winkels im Gradmaaß = dem $\angle$ acb; z. B. ab = 0,956 für ca = sin. tot. = 1, so ist $\frac{1}{2}$ a oder sin. $\frac{1}{2}$ c = 0,478. Nach den Sinustafeln ist 0,47818 ... = sin. $28^0\ 34'$; also $\angle$ $\frac{1}{2}$ c = $28^0\ 34'$ und $\angle$ c oder $\angle$ acb = $57^0\ 8'$. Wegen der Dicke der Linien ca, cb auf dem Papier, wegen kleiner Fehler, die im Abmessen der geraden ab nach Tausendtheilen des Maaßstabes auch mit Zuziehung des feinsten Haarzirkels noch stattfinden können, endlich wegen des progressiven Wachsthums der Sinus um kleinere Theile als $\frac{1}{1000}$ des Sinus totus, wenn die Winkel um einzelne Minuten fortschreiten, darf man von dieser Art das Gradmaaß eines auf dem Papier construirten Winkels zu finden, keine größere Genauigkeit erwarten, als auf höchstens 6—3 Minuten. Auf ganz ähnliche Weise läßt sich umgekehrt ein in Graden und Minuten angegebener Winkel geometrisch auf Papier construiren.

Man könnte auch von b (Fig. 27) eine Senkrechte bd auf ca fällen und das Maaß von bd = sin. c in den Sinustafeln aufsuchen u. s. w. Allein die Bestimmung der Senkrechten bd und ihres Maaßes in Tausendtheilen ist noch größern Fehlern ausgesetzt als die vorerwähnte.

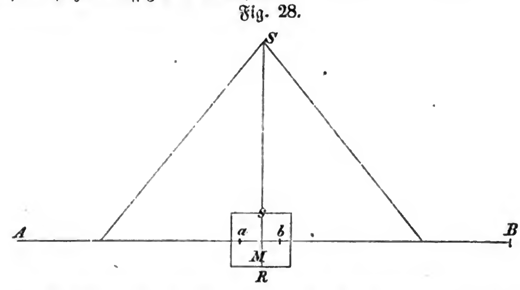
Fig. 27.

Um mit Hülfe des Meßtisches eine Senkrechte in irgend einem Punkte einer geraden Linie zu errichten, verfährt man in nachstehender Weise:

Man stellt einen Meßtisch horizontal über dem Punkt M (Fig. 28 folg. S.) auf, zieht mit Hülfe des Diopterlineals auf dem Meßtisch die Visirlinie ab, welche in die Verticalebene von AB fällt; auf ab errichtet man in M, nach den bekannten Constructionen der Elementargeometrie oder mit Hülfe des Transporteurs eine Senkrechte ms, legt hierauf an ms die Alhidadenlinie des Diopterlineals, visirt durch die Diopteru gegen S oder R, und läßt in dieser Diopterebene durch einen Gehülfen eine oder

der Punkte a und b, in welchen da und db die vorhin gezogenen Linien ca mehrere Signalstangen ausstecken, so ist das Verlangte geschehen. Diese Methode ist zuverlässig und brauchbar.

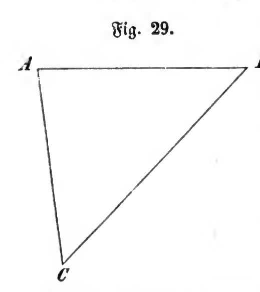
Fig. 28.



§. 29. Mit Hülfe des Meßtisches lassen sich Entfernungen auch mittelbar bestimmen, wovon folgende Methoden die gebräuchlichsten sind:

I. Wenn nur ein Endpunkt A der auszumessenden Linie AB (Fig. 29) zugänglich ist, von der Linie aber seitwärts hin, nach AC zu, gemessen werden kann, auch die Linie übersehbar ist, so stelle man den Meßtisch in A auf, ziehe darauf ab und ac in den Richtungen AB und AC, messe AC, mache nach dem Maaßstabe der Zeichnung auf dem Meßtische eine Linie ac gleich Ac, stelle den Tisch dann in C auf, so daß c über C steht, und ca in die Richtung CA fällt, und ziehe auf dem Meßtische die Linie cb in der Richtung CB, so ist die Länge ab, welche cb auf dem Tisch von der Linie ab abschneidet, nach dem Maaßstabe der Zeichnung, gleich der Länge der Linie AB im Felde.

Fig. 29.



II. Wenn die auszumessende Linie AB (Fig. 30, s. folg. S.) ganz unzugänglich ist, und ihre Endpunkte nur von der Seite her, etwa aus C und D, gesehen werden können, so stelle man den Meßtisch z. B. in C auf, ziehe auf demselben ca, cb und cd in den Richtungen CA, CB und CD, messe CD im Felde, trage diese Länge nach dem Maaßstabe in cd auf den Tisch, bringe den Meßtisch nach D; stelle ihn mit d über D und so auf, daß dc in die Richtung DC fällt, und ziehe da und db in den Richtungen DA und DB, so ist die Entfernung ab

und cb schneiden, nach dem Maaßstabe der Zeichnung die gesuchte Länge der Linie AB im Felde.

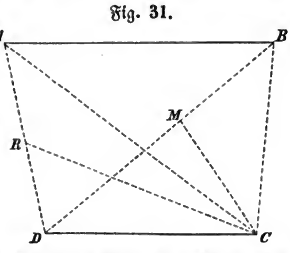
Fig. 30.

A B C E D

Eine andere Methode, die Weite AB zu finden, falls ein Berg, Wald ꝛc. das Visiren von D nach A und von CB verhindert, wäre anzuwenden möglich, wenn es auf der Linie CD einen Punkt E gäbe, von wo aus man nach A und B hinvisiren könnte.

III. Wenn die ganz unzugängliche Weite AB (Fig. 31) blos in einem Endpunkt C einer auszumessenden Standlinie CD bestimmt werden soll, so stelle man den Tisch über C auf und bestimme beliebig R in der Richtung von DA und M in der Richtung DB, und ziehe Visirlinien nach D, R, A, M und B. Man mißt die Linien CD, CR, CM und trägt sie nach dem Maaßstabe der Zeichnung als cd, cr und cm auf. Verlängert man nun dr, so schneidet sie die Visirlinie cA in a, die verlängerte dm hingegen schneidet die Visirlinie cB in b, und es giebt die Weite ab auf dem Meßtische die Länge der Linie AB an, weil nach der Construction die Figur abcd der Figur ABCD ähnlich ist.

Fig. 31.



Diese angegebenen Methoden sind in ihrer Theorie zwar ganz richtig, aber in der Praxis wenig empfehlenswerth, weil die Anwendung des verjüngten Maaßstabes und nicht ganz genaue Weitenmessungen leicht Fehler hervorrufen. Außerdem dürfen die Winkel nicht zu spitz und die unmittelbar gemessenen Linien nicht zu kurz sein, indem im gegentheiligen Falle die gesuchte Linie nicht genau genug gefunden wird.

2) Messung der Winkel und mittelbare Längenbestimmung mit Winkelmessern.

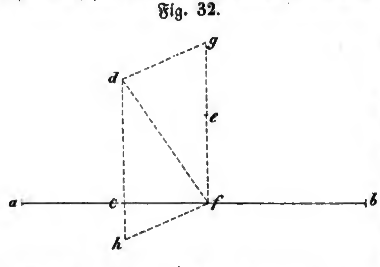
a. Mit Winkelkreuz und Winkelspiegel.

§. 30. Das Winkelkreuz und der Winkelspiegel dienen mehr dazu, Winkel von bestimmter Größe abzustecken, als Winkel von be-

liebiger Größe zu messen. Die einfachsten Fälle einer Absteckung sind folgende:

1) Um einen rechten Winkel oder überhaupt einen Winkel, den das Instrument angiebt, gegen eine gegebene Linie ab (Fig. 32) aus einem in ihr liegenden Punkte c abzustecken, stellt man das Instrument in den gegebenen Punkt c senkrecht auf und dreht es so lange, bis man durch eine seiner Visirlinien die Punkte a und b erblickt. Darauf läßt man in der Richtung derjenigen andern Visirlinie im Instrument, welche mit der vorigen den besagten Winkel macht, einen Stab d einsetzen, so ist der ∠ dcb der verlangte.

Fig. 32.



Die Anwendung des Winkelspiegels zur Lösung dieser Aufgabe ergiebt sich hieraus leicht von selbst.

2) Um aus einem gegebenen Punkt d (Fig. 32 s. oben) außerhalb einer gegebenen Linie ab, unter einem Winkel dcb, den das Winkelkreuz angiebt, eine gerade Linie dc abzustecken, die mit der gegebenen Linie ab den besagten Winkel macht, läßt man den Stab des Winkelkreuzes in irgend einen Punkt der Linie ab, von welchem, nach dem Augenmaaß, zu vermuthen, daß in demselben die gesuchte Linie die ab schneiden werde, z. B. in f, von einem Gehülfen, der von a nach b visirt, einrichten und steckt mit dem Winkelkreuz (nach 1) die Linie ef unter dem verlangten Winkel ab. Trifft die Linie ef den gegebenen Punkt d nicht, so mißt man aus d rechtwinklig, d. h. nachdem man mit dem Winkelkreuz den rechten Winkel abgesteckt hat, auf df die Länge dg bis an die Linie ef und steckt die nämliche Länge rechtwinklig auf fd nach fh ab. Hierauf läßt man durch gleichzeitiges Visiren von h nach d und von a nach b einen Stab in den Punkt c einrichten, in welchem sich die geraden Linien hd und ab schneiden. Dieser Punkt ist der gesuchte und die gerade Linie dc macht mit ab den verlangten Winkel. Denn da in den rechtwinkligen Dreiecken gdf und hfd, df = df, dg = hf ist, so ist dfg = fdh, folglich dc ∥ ef und ∠ dcb = ∠ efb. — Kürzer erreicht man den Zweck, wenn man versuchsweise das Winkelkreuz so oft an verschiedenen Stellen aufstellt, bis man durch

eine seiner Visirlinien die Punkte a und b und durch eine andere, die mit der vorigen den gegebenen Winkel macht, den Punkt d erblickt.

§. 31. Das Winkelkreuz und der Winkelspiegel können auch zur unmittelbaren Bestimmung einer geraden Linie gebraucht werden; es geschieht dies auf folgende Weise:

1) Wenn beide Endpunkte a und b der zu messenden Linie ab (Fig. 33) zugänglich sind.

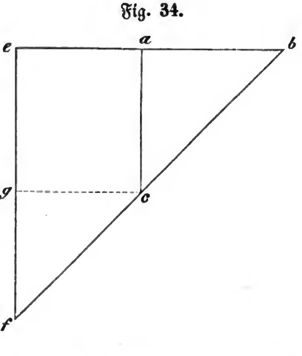
Fig. 33.

a) Man stecke mit dem Winkelkreuz oder Winkelspiegel die rechten Winkel bac und abd, und in einem beliebigen Punkt c der Linie ac, cd auf ac senkrecht ab, so ist ab = cd und cd kann für ab gemessen werden.

b) Wenn der Punkt b aus e blos sichtbar, aber nicht zugänglich ist, so mache man ∠ bef = ∠ bea und ef = ae, so ist bf = ab und kann statt ab gemessen werden, denn die Dreiecke abe und bef sind congruent, mithin bf = ab.

2) Wenn nur ein Endpunkt a der Linie ab (Fig. 34) zugänglich ist.

Fig. 34.



a) Man stecke aus dem zugänglichen Endpunkt a gegen die zu messende Linie ab irgend einen Winkel bac ab, den das Winkelkreuz angiebt, suche in der Linie ac den Punkt c, in welchem der ∠ acb ebenfalls ein bestimmter Winkel des Instruments ist, so läßt sich im △ abc aus der Seite ac und den anliegenden Winkeln a und c die Linie ab trigonometrisch finden, denn es ist $ab = \frac{ac.\ \sin.\ (acb)}{\sin.\left((bac)+(bca)\right)}$, was mit Logarithmen leicht zu berechnen ist. Die einfachste Lösung ist

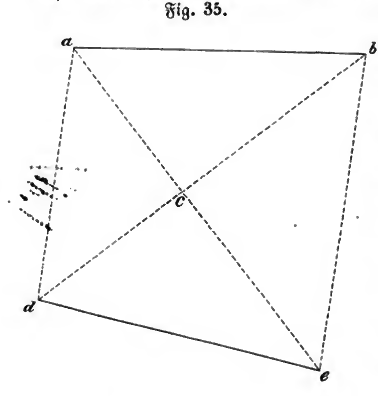
die, wenn man den $\angle$ bac $=$ R und $\angle$ bca $= \frac{1}{2}$ R annimmt, wodurch ab $=$ ac wird.

b) Man stecke aus dem zugänglichen Endpunkte a gegen die zu messende Linie ab einen beliebigen Winkel bac des Instrumentes ab; ebendenselben Winkel stecke man in dem beliebigen Punkt e der Verlängerung von ba ab, so daß $\angle$ bac $=$ $\angle$ bef, wobei der Punkt f durch die Richtung bc bestimmt wird. Mißt man nun ac, ef und ae, so ist ab $=$ ac . $\frac{ae}{fe - ac}$; denn wenn gc mit ab parallel ist, so sind die Dreiecke fgc und cab ähnlich, also ist ab : ac $=$ gc : gf. Aber ac $=$ ae und gf $=$ fe $-$ ac, also ab : ac $=$ ae : (fe $-$ ac), woraus ab $=$ ac . $\frac{ae}{fe - ac}$ folgt.

3) Wenn beide Endpunkte der auszumessenden Linie unzugänglich sind.

a) Man nehme einen Punkt c (Fig. 35), aus welchem a und b sichtbar sind, so an, daß acb ein rechter Winkel ist, und in den Verlängerungen von ac und bc e und d so an, daß ceb und cda halbe rechte Winkel sind, so ist de $=$ ab und de kann statt ab gemessen werden. Denn es ist $\angle$ ceb $=$ $\angle$ cbe und $\angle$ cda $=$ $\angle$ cad, mithin ce $=$ cb und cd $=$ ca; ferner ist $\angle$ acb $=$ $\angle$ dce, mithin $\triangle$ acb $\cong$ $\triangle$ dce, also de $=$ ab.

Fig. 35.



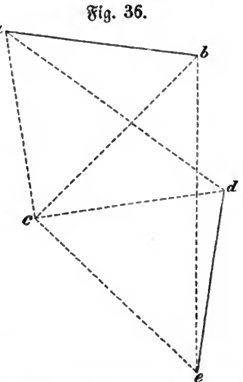
b) Man nehme einen Punkt c (Fig. 36 folg. S.), aus welchem a und b sichtbar sind, beliebig an und mache $\angle$ acd $=$ R, $\angle$ cda $= \frac{1}{2}$ R, und $\angle$ bce $=$ R, $\angle$ bec $= \frac{1}{2}$ R, so ist de $=$ ab und de kann statt ab gemessen werden. Denn wie in (a) ist dc $=$ ac, ec $=$ cb und $\angle$ dce $=$ R $-$ $\angle$ bcd $=$ $\angle$ acb, also $\triangle$ dce $\cong$ $\triangle$ acb und folglich de $=$ ab.

Außer diesen weniger schwierigen Fällen sind noch andere Auflösungen der Aufgaben zur mittelbaren Bestimmung der Länge einer geraden Linie mit Hülfe des Winkelkreuzes und Winkelspiegels denkbar und möglich, die aber hier füglich übergangen werden können.

b) Mit der Boussole.

§. 32. Es darf als bekannt vorausgesetzt werden, mit welcher besondern Vorsicht die Boussole zu Winkelbestimmungen anzuwenden ist, und bis zu welcher Genauigkeit man dieselben mit diesem Instrumente erhält. Vorausgesetzt nun, der Geometer habe sich darüber Rechenschaft gegeben und gefunden, daß der geforderte Grad der Zuverlässigkeit seiner Arbeit die Anwendung der Boussole gestattet, so wird es ihm leicht sein, nach Analogie der im folgenden §. 33 vorgetragenen Fälle dies Instrument zu der Bestimmung oder Absteckung von gegebenen Winkeln und Linien anzuwenden.

Fig. 36.



Um den mit der Boussole gemessenen Winkel im Gradmaaß zu erhalten, braucht man nur die Zahl der Grade und Minuten der Abweichung von der Magnetlinie des einen Winkelschenkels, von der des andern Schenkels abzuziehen; der Rest ist dann der Winkel im Gradmaaß.

Dadurch jedoch, daß die Richtungen der Magnetnadel an verschiedenen, entfernt von einander liegenden Orten parallel angenommen werden, entstehen mehr oder minder bedeutende Fehler, besonders wenn man die Boussole zur Orientirung des Meßtisches anwendet. Diese Fehler sind um so einflußreicher, je weiter die Orte von einander entfernt liegen.

Zur mittelbaren Bestimmung unzugänglicher, gerader Linien wird die Boussole nur in den Fällen gebraucht werden können, wo die Auflösungen die Absteckung von beliebigen Winkeln erfordere, keineswegs aber, wo mit derselben Winkel gemessen werden sollen, die zur trigonometrischen Berechnung und Lösung der Aufgaben nöthig sind; in diesem Falle sind die Winkel der Boussole viel zu wenig genau und die zu bestimmende Länge würde nicht zuverlässig genug gefunden werden.

c) Mit dem Theodoliten.

§. 33. Die mittelbare Bestimmung der Längen mittelst eines Winkelmessers kann am zuverlässigsten durch Anwendung eines Theodoliten geschehen, der von allen Instrumenten die Winkel am genauesten im Gradmaaß angiebt. Für diese Längenbestimmungen dürften nachstehende Fälle ausreichen:

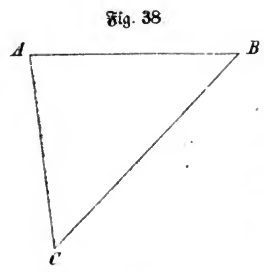
1) Wenn die Endpunkte der Linie AB (Fig. 37, s. folg. Seite) zugänglich sind, die Linie aber eines Hindernisses, z. B.

eines Waldes, Flusses ꝛc. wegen nicht gemessen werden kann, die Punkte A und B aber von einem andern C aus gesehen werden können.

Fig. 37.

Man messe den Winkel bei C und die Linien AC und BC; es sei AC = a, BC = b, AB = x, so ist $x^2 = a^2 + b^2 - 2ab . \cos. (ACB)$ und daher $x = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab . \cos.(ACB)}$. Mittelst dieser Formel ist x dann logarithmisch zu berechnen.

Fig. 38

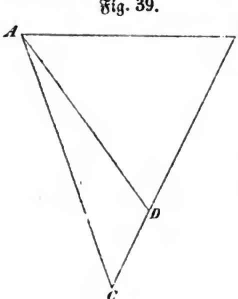


2) Wenn nur ein Endpunkt der auszumessenden Linie AB (Fig. 38) zugänglich ist, von demselben aber seitwärts hin nach AC gemessen werden kann, und die Linie sich auch übersehen läßt.

a) Man darf nur die beiden Winkel BAC = α und BCA = γ, nebst der Linie AC = a messen. Daraus findet man, weil $\frac{a}{\sin. (\alpha + \gamma)} = \frac{x}{\sin. \gamma}$, $x = a . \frac{\sin. \gamma}{\sin. (\alpha + \gamma)}$.

b) AB (Fig. 39) sei eine nur in B zugängliche Linie, die aber auf keiner Seite verlängert werden kann. Man wähle zwei Standpunkte C und D, welche mit B in einer geraden Linie liegen und von wo aus sowohl A als B gesehen werden können, messe die Weiten CD, CB und die Winkel ACB, ADB. Es sei BC = a, CD = b, $\angle$ ADB = α, $\angle$ ACB = β. Im Dreieck ACD ist sin. (CAD) : sin. (ADC) = CD : AC oder $\sin. (\alpha - \beta) : \sin. \alpha = b : AC$, daher $AC = \frac{b . \sin. \alpha}{\sin. (\alpha - \beta)}$. Im Dreieck

Fig. 39.



ACB ist aber $(AB)^2 = (BC)^2 + (AC)^2 - 2. \quad (BC) . (AC) . \cos. \beta = a^2 + \left(\frac{b . \sin. \alpha}{\sin. (\alpha - \beta)}\right)^2 - \frac{2 ab . \sin. \alpha . \cos. \beta}{\sin. (\alpha - \beta)}$, folglich ist AB $= \sqrt{\left(a^2 + \left(\frac{b . \sin. \alpha}{\sin. (\alpha - \beta)}\right)^2 - \frac{2 . ab . \sin. \alpha . \cos. \beta)}{\sin. (\alpha - \beta)}\right)}$.

3)*) Wenn die auszumessende Linie AB (Fig. 40) unzugänglich ist.

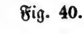
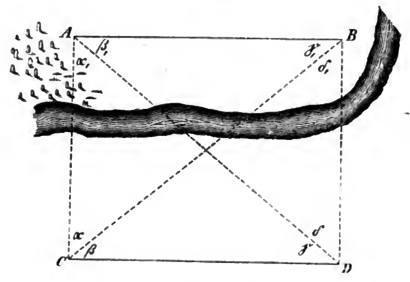


Fig. 40.



Können die Punkte A und B nur etwa aus C und D gesehen werden, so messe man die Linie CD = a und die Winkel ACB $= \alpha$, BCD $= \beta$, ADC $= \gamma$ und BDA $= \delta$.

Alsdann ist

$$x = a . \sqrt{\left(\frac{\sin. (\alpha + \beta)^2}{\sin. (\alpha + \beta + \gamma)^2} + \right.}$$

$$\left. + \frac{\sin. \beta^2}{\sin. (\beta + \gamma + \delta)^2} - \frac{2 . \sin. (\alpha + \beta) . \sin \beta}{\sin. (\alpha + \beta + \gamma) \ \sin. (\beta + \gamma + \delta)}\right),$$

denn es ist AD $= a . \frac{(\sin. \alpha + \beta)}{\sin. (\alpha + \beta + \gamma)}$ und BD $= a . \frac{\sin. \beta}{\sin. (\beta + \gamma + \delta)}$, woraus der Ausdruck für x folgt.

4)**) Ist etwa die auszumessende Linie AB (Fig. 40) an den Endpunkten zugänglich, kann sie aber weder verlängert, noch kann zu ihr hingemessen werden, so nehme man entfernt von der Linie zwei Punkte C und D an und messe CD = a, die Winkel CAD $= \alpha_1$, DAB $= \beta_1$, CBA $= \gamma_1$ und DBC $= \delta_1$, so ist (nach 3):

---

*) S. Crelle's Handbuch § 77. III.
**) S. Crelle's Handbuch § 77. IV.

$$a = x . \sqrt{\left(\frac{\sin.(\alpha_1+\beta_1)^2}{\sin.(\alpha_1+\beta_1+\gamma_1)^2} + \frac{\sin.\beta_1^2}{\sin.(\beta_1+\gamma_1+\delta_1)^2} - \frac{2.\sin.(\alpha_1+\beta_1)\sin.\beta_1}{\sin.(\alpha'+\beta_1+\gamma_1)\sin.(\beta_1+\gamma_1+\delta_1)}\right)}$$

also

$$x = \frac{a}{\sqrt{\left(\frac{\sin.(\alpha_1+\beta_1)^2}{(\sin.\alpha_1+\beta_1+\gamma_1)^2} + \frac{\sin.\beta_1^2}{\sin.(\beta_1+\gamma_1+\delta)^2} - \frac{\sin.(2.(\alpha_1+\beta_1)\sin.\beta_1}{(\sin.\alpha_1+\beta_1+\gamma_1)\sin.(\beta_1+\gamma_1+\delta_1)}\right)}}$$

Für diese Bestimmungen ist unstreitig der Theolit dasjenige Winkelmeß-Instrument, was, bei sonst richtigem Gebrauch und Rechnung, die meiste Zuverlässigkeit gewährt. Die Winkelbestimmung bis auf einzelne Minuten, ja durch Nonius und Repetition, bis auf Theile der Minute, reicht vollständig aus. —

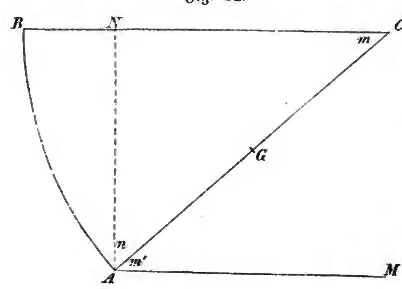
In den gewöhnlichen Fällen werden die Aufgaben, welche bisher über die mittelbare Bestimmung der Längen gerader Linien gegeben wurden, selten vorkommen, allein sie werden nichts desto weniger dem nachdenkenden Leser überflüssig erscheinen. Sie liefern zugleich den Beweis, welche Hülfsmittel dem mit Mathematik vertrauten Geometer zu Gebote stehen.

3. Absteckung gerader Linien unter einem gegebenen Winkel und Bezeichnung der Parallelen.

§. 34. Nicht selten wird verlangt, gerade Linien unter einem Neigungswinkel abzustecken, welcher entweder im Gradmaaß, oder blos geometrisch auf dem Papier construirt gegeben ist; man nennt dies gewöhnlich das Abstecken eines Winkels. Besonders wichtig und unentbehrlich wird diese Operation, wenn eine geradlinigte Figur vom Papier nach einem großen Maaßstab richtig proportionirt abgesteckt (mit Grenzsignalen bezeichnet) werden soll.

Gesetzt, eine gerade Linie (Verticalebene) BC (Fig. 41) wäre durch deutliche Signale gegeben oder in willkürlicher Lage angenommen, es sollte ferner an BC eine andere gerade Linie AC unter einem gegebenen Winkel BCA abgesteckt werden; so könnten hier zweierlei Bedingungen stattfinden:

Fig. 41.



1. Man soll an BC, in einem gegebenen Punkt derselben C, die gerade Linie CA unter dem gegebenen Winkel m ansetzen.

α) Ist der Winkel m ohne Gradmaaß blos geometrisch construirt auf dem Papier gegeben, so zeichne man ihn möglichst genau auf einen Meßtisch über dem gegebenen Standort C auf und richte ihn hier gehörig ein, so daß der Scheitel c des construirten Winkels senkrecht über dem gleichnamigen C auf dem Boden steht, und der Schenkel Cb in die Verticalebene CB falle. Sodann lege man das Diopterlineal genau an den zweiten Schenkel Ca, und lasse, indem man durch die Dioptern nach der Verticalebene Ca visirt, einen Gehülfen durch allmähliges Fortschreiten, etwa von B gegen A hin, sich in diese Ebene einrichten, welches geschehen ist, sobald der Geometer beim Visiren den Gehülfen in der Diopternebene Ca, z. B. in A oder G, erblickt. Der Gehülfe setzt in A eine Signalstange ein, und corrigirt ihren Stand auf Anleitung und verabredete Zeichen des Geometers in C, so ist der Forderung Genüge geleistet.

β) Wenn der Winkel m in Gradmaaß ohne geometrische Construction gegeben worden, so kann man denselben mittelst eines Minuten-Transporteurs auf den Meßtisch übertragen, und dann weiter verfahren, wie eben gezeigt wurde. Größere Genauigkeit gewährt ein Winkelmesser, welcher zur Absteckung des $\angle$m hier eben so gebraucht wird, wie zur Absteckung rechter Winkel oder Perpendikularen.

2) Man soll an BC (Fig. 41 f. o.) von unbestimmter Länge einen gegebenen $\angle$ m von einem bestimmten Punkt (Ort) A aus, der außerhalb BC liegt, abstecken. Da hier vorausgesetzt wird, daß man nicht an BC kommen kann, so muß anderweitig entweder die Senkrechte AN zuvor abgesteckt worden sein, woraus sich sodann die Parallele AM leicht ergiebt, oder aber, man muß durch eine ziemlich weitläufige Aufnahme trigonometrisch oder geometrisch mit dem Meßtisch die Richtung der Parallele AM finden.

Ist die Perpendilulare AN gegeben, so kann man entweder mit Hülfe des Meßtisches oder eines Winkelmessers, in der Weise wie zu 1. den $\angle$ n $= 90^0 -$ m an AN anlegen, und die gerade Linie AG so abstecken, daß sie, gehörig verlängert, BC in C unter dem gegebenen $\angle$ m schneiden muß.

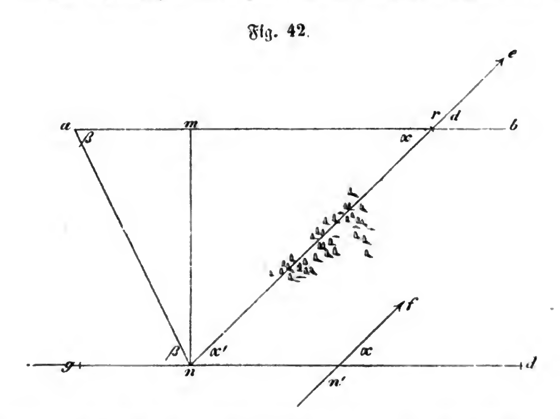
Wenn hingegen die Parallele AM durch Signale gegeben ist, so kann man mit Anwendung des Meßtisches oder eines Winkelmessers an AM in A den $\angle$ m gleich dem gegebenen anlegen, und AG so abstecken, daß sie, genugsam verlängert, BC in C unter dem $\angle$ m $=$ $\angle$ m' (Wechselwinkel) schneidet. —

Man begreift, daß diese Aufgabe in der Praxis ihre Schwierigkeiten haben müsse; indessen kommt sie nur äußerst selten vor.

§. 35. Wenn die Aufgabe gestellt wird: *zu einer geraden Linie durch einen außerhalb derselben liegenden Punkt eine Parallele von beliebiger Länge abzustecken*; so können nach Beschaffenheit der Umstände zwei verschiedene Fälle stattfinden.

I. Es sei ab (Fig. 42) die gerade Linie, welche durch die Signale m

Fig. 42.



und r bezeichnet und welche überall zugänglich ist; n sei der Punkt, durch welchen man eine Parallele mit ab abstecken soll, so suche man in ihr den Punkt m der Senkrechten nm, stelle in m ein Signal auf und stecke hierauf an nm in n einen rechten Winkel mnd ab, so erhält man nd || ab. Von der genauen Absteckung des rechten Winkels hängt wesentlich die Zuverlässigkeit dieser Lösung ab.

Man kann auch in der geraden ab einen andern Ort als m, z. B. r, zu dieser Bestimmung gebrauchen. Dann mißt man bei r den Winkel α oder construirt solchen geometrisch auf dem Meßtisch, begiebt sich hierauf nach n und legt hier an nr mittelst des Meßtisches oder eines Winkelmessers den Winkel rnd $= \angle\, \alpha$. so daß man nur die Richtung des zweiten Schenkels nd örtlich zu bezeichnen braucht, um die Parallele nach beiden Seiten hin beliebig zu verlängern.

Befände sich, wie es leicht vorkommen kann, zwischen n und der Linie ab ein Hinderniß, welches das Visiren unmöglich machte, so kann man mit Hülfe der Boussole ein annähernd richtiges Resultat erlangen, was in den meisten Fällen ausreichen wird. Man kann nämlich die Richtung einer gut gearbeiteten empfindlichen Magnetnadel an zwei oder mehreren ver-

schiedenen Oertern auf der Erde, wenn diese nicht allzuweit von einander liegen, z. B. nur 1 Meile, und die Beobachtungen in kurzen Zeiträumen auf einander folgen, ohne beträchtliche Fehler als parallel annehmen, nämlich $n'f \parallel re$. Ist nun durch eine vorgängige aufmerksame Beobachtung in r, oder einem andern Ort in der Linie ab, der Winkel $erb = \alpha$ bekannt, welchen der magnetische Meridian der Nadel re mit der Linie ab bei r bildet, so läßt sich ferner in einem außerhalb ab liegenden Orte, z. B. in n', der Winkel $fn'd = \alpha$ machen, und weil $n'f \parallel re$, somit zugleich $n'f \parallel ab$ abstecken. Ebenso, wenn diese Absteckung durch n geschehen sollte. Der Beweis für dieses Verfahren ist elementarisch.

In der Ausführung bedient man sich der Boussole oder eines Meßtisches mit einer Orientirboussole in unverrückbarer Lage. Wendet man die Boussole an, so stellt man sie über r auf, richtet hier die Visirebene durch ihre feststehenden Dioptern oder Fernrohr in die Linie ab ein und bemerkt dann die Gradzahl, auf welches ihr Nordende (e) zeigt. Hierauf begiebt man sich nach dem Orte n', richtet hier durch Centralbewegung die Boussole so, daß ihr Nordende bei f wieder auf denselben Grad des Bogens zeigt (einspielt), wie bei r, und läßt in der Visirebene ein oder mehrere Signale, z. B. in d, aufstellen, so ist dadurch die Lage der Parallelen bestimmt, welche durch n' zu der von hier aus unsichtbaren Ebene ab geht.

Da man auch unter den günstigsten Umständen die Winkel durch eine Boussole höchstens nur bis auf 7—8 Minuten genau erlangt, so läßt sich beurtheilen, wie annähernd man dadurch den Parallelismus zweier geraden Linien auf der Erde bestimmt und auf welche Fälle der Meßkunst sich ein solches Verfahren beschränken muß. Auf ähnliche Weise wird der Meßtisch in Verbindung mit der Orientirboussole gebraucht. Man stellt sich nämlich damit über r auf, zieht auf dem Tischplatte die Visirlinie rb, und bemerkt den Stand der Nadel. Dann begiebt man sich nach n', drehet den Tisch in eine solche Lage, daß die Magnetnadel wieder denselben Stand erhält, als in r, so wird die auf dem Meßtisch gezogene Linie annähernd parallel zu ab. Man legt nun das Diopterlineal an ab, visirt durch die Dioptern nach dieser Richtung, und läßt in solcher ein oder mehrere Signale ausstecken.

II. Kann man nicht in die Linie ab (Fig. 42, s. vorige Seite) kommen, und kennt man auch die Richtung der Magnetnadel gegen dieselbe nicht, so steckt man eine Parallele zu ab durch einen bestimmten oder beliebig angenommenen Punkt in folgender Weise ab.

Man wählt eine Standlinie außerhalb ab und erhält dann durch trigonometrische oder geometrische Aufnahme das Dreieck nar und hier-

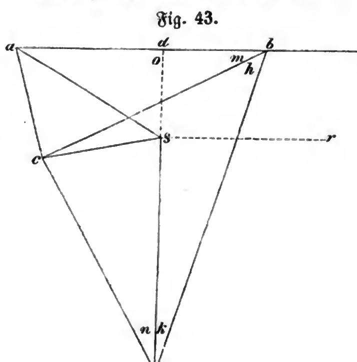
Fig. 42.

mit den Winkel arn $= \alpha$. Es müssen aber a und r zwei von n aus sichtbare Signale in der Linie ab sein. Geschieht die Aufnahme geometrisch, so braucht die Standlinie nicht gemessen zu werden. Hat man durch eine solche Aufnahme den Winkel α bei r, oder den Winkel β bei A bestimmt, so legt man α an rn bei n, oder β an an bei n. (§ 34.) —

Eine andere Auflösung dieser Aufgabe ist die nachstehende.

Es sei zu der geraden Linie ab (Fig. 43) durch einen nicht sehr weit davon gelegenen Punkt s eine Parallele abzustecken. Man lege an die Visirlinie sa die Linie sc unter einem Winkel von 45^0 ($\frac{1}{2}$ R), gehe in der Richtung sc so weit vor, bis in c die Linie ac senkrecht auf sc oder $\angle$ acs $= 90^0$, folglich auch ca $=$ cs wird. Ferner lege man an die Visirlinie cb die Senkrechte ce und gehe in dieser Richtung so weit vor, bis in e der Winkel ceb $= 45^0$, also auch ce $=$ cb wird. Durch die so fest gelegten Punkte e und s

Fig. 43.



stecke man eine gerade Linie ab, so wird diese, gehörig verlängert, die gerade Linie ab in d unter einem rechten Winkel scheiden, oder sd ist senkrecht auf ab. Setzt man nun weiter an sd oder es die Senkrechte sr, so läuft diese parallel zu ab.

Beweis: $ca = cs$, $cb = co$, $\angle acb = \angle sce$, folglich $\triangle acb = \triangle sce$, daher $\angle m = \angle n$. Nun ist $\angle o = \angle m + \angle h + \angle k = \angle h + \angle k + \angle n$; mithin $\angle o = \angle cbe + \angle ceb = 90^0$. Also steht ed oder sd senkrecht auf ab u. s. w.

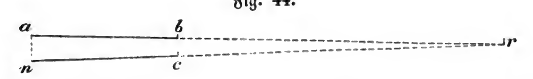
Wollte man hier einen Sextanten oder einen reflektirenden Halbkreis gebrauchen, um den rechten Winkel bei c, nämlich den Punkt c in der Richtung sc für die Senkrechte ac zu erlangen, so müßte man den Index des Instruments auf 90^0 des Limbus stellen, und nun so weit von s gegen c hin vorrücken, bis im kleinen Spiegel das directe Bild von a und das das reflektirte von s zusammenfallen.

Diese geometrische Construction durch Winkelabsteckung giebt eine Art von geometrischen Ort für alle rechtwinkligten gleichschenkligen Dreiecke, wenn die Gerade ab und die gemeinschaftliche Spitze der rechten Winkel bei c gegeben ist; der geometrische Ort der Dreiecke ist hier eine gerade ed auf ad in d senkrechte Linie.

In manchen Fällen, besonders wenn s nahe bei ab, und a, b nicht weit von einander liegen, kann die angeführte Methode mit Nutzen angewendet werden. Bequemer und leichter bleibt jedoch immer der Gebrauch des Meßtisches zu diesem Behuf, weil man hier nur zwei Standpunkte nöthig hat und nicht so beträchtlichen Fehlern in der Construction der Winkel ausgesetzt ist.

Noch ist hier das Abstecken von Parallelen zu erwähnen, welche man durch Visiren nach sehr entfernten Richtpunkten (Signalen) erhält. Wenn nämlich ab (Fig. 44) eine gerade Linie auf der Erde,

Fig. 44.



r ein sichtbarer Richtpunkt, z. B. eine Thurmspitze in der Verlängerung von ab in weiter Entfernung, n ein seitwärts von ab nicht weit liegender Ort ist, so werden ar, nr unter einem sehr kleinen Winkel zusammenlaufen, und man kann kleine Stücke dieser Linien als annähernd parallel ansehen, um so annähernder, je weiter r von a und n und je näher zugleich n dem Orte a liegt. Das Weitere geht aus einfachen Sätzen der Geometrie her-

vor. Für bestimmte Entfernungen für ar und die Senkrechte an läßt sich der parallaktische Winkel bei r sehr leicht trigonometrisch finden; dieser Winkel bestimmt, um wie viel die Gerade nc im Parallelismus gegen ab fehlt, und man kann dies leicht durch ein Beispiel in Zahlen berechnen.

Unter günstigen Umständen soll man daher zu ab durch n eine Parallele näherungsweise dadurch erlangen, daß man von n nach r hin visirt und in dieser Visirebene, etwa in c, ein Signal aufstellen läßt. Allein nur selten wird man im Alignement einer geraden Linie ab ein hinlänglich weit entferntes Richtobject r, wie es sein muß, finden; wird na einigermaßen beträchtlich (etwa 1000′ lang), so giebt dies Verfahren zu grobe Fehler; bei einer kleineren Distanz wird man ohne viel mehr Mühe und zu größerer Genauigkeit lieber eine der übrigen Methoden wählen. —

4) Das Vorwärts-, Seitwärts- und Rückwärts-Einschneiden.

§. 36. Wenn bisher dargethan worden, daß die Aufgabe der Meßkunst in der Bestimmung gerader Linien und Winkel besteht, und diese wiederum durch die Lage von Punkten bedingt werden, so wird sich jene Aufgabe dahin erweitern und bezeichnen lassen, daß sie auf die Bestimmung der Lage der Punkte gegen einander, auf die Festlegung eines System's von Punkten gerichtet ist. Da nun festzulegende Punkte nicht immer zugänglich oder deren Verbindungslinien direkt zu messen sind, so muß ihre Bestimmung und Festlegung in Beziehung auf bereits bekannte oder festgelegte Punkte geschehen. Es geschieht dies durch das sogenannte Einschneiden, wovon man drei Fälle insbesondere unterscheidet:

I. Wenn der Punkt, dessen Lage gesucht wird, aus andern bekannten Punkten nicht gerade zugänglich ist Der gesuchte Punkt wird dann durch das Verfahren des Vorwärts-Einschneidens gefunden.

II. Wenn der gesuchte Punkt zwar zugänglich, man aber nur seitwärts von ihm in das Alignement zweier anderer Punkte kommen kann. Das Verfahren, den gesuchten Punkt unter diesen Bedingungen zu finden, nennt man Seitwärts-Einschneiden; endlich

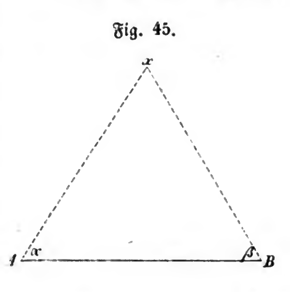
III. Wenn der gesuchte Punkt, aber kein anderer bekannter oder das Alignement von zwei bekannten Punkten zugänglich ist. Dann wird der gesuchte Punkt durch Rückwärts-Einschneiden gefunden.

In diesen drei Fällen wird aus den gegebenen Stücken der gesuchte Punkt allein durch Messen von Winkeln gefunden. Die bezüglichen Aufgaben werden daher am kürzesten und richtigsten mit Winkelmessern, wie Theodolit und Meßtisch, gelöst.

a) Das Vorwärts-Einschneiden.

§. 37. Es sei x (Fig. 45) der Punkt, dessen Lage gesucht wird und der von A und B aus zwar sichtbar aber nicht zugänglich ist; die Entfernung von A und B kann gemessen werden. Man bestimmt den Punkt x mit Hülfe des Winkelmessers (Theodolit), indem man die Winkel α und β und die Länge der Linie AB $\doteq$ a misst. Alsdann ist der Winkel bei x $= 2R - \alpha - \beta$, mithin die Linie Ax $= a \cdot \frac{\sin. \beta}{\sin. (\alpha+\beta)}$,

Fig. 45.



die Linie Bx $= a \cdot \frac{\sin. \alpha}{\sin. (\alpha+\beta)}$. Es sind demnach die das Dreieck ABx bestimmenden Linien bekannt oder durch logarithmische Rechnung gefunden worden, und man kann dasselbe verzeichnen. Der Punkt x des Dreiecks ABx ist der gesuchte.

Wird zur Bestimmung des Punktes x (Fig. 45) der Meßtisch zu Hülfe genommen, so verfährt man in folgender einfachen Weise: Man stellt den Meßtisch über dem Punkte A auf, richtet (orientirt) ihn nach dem Alignement von AB und visirt über den Punkt A (auf dem Meßtische) nach x; dann stellt man den Tisch über dem Punkte B auf, orientirt ihn auch dort nach dem Alignement AB und visirt über B nach x. Der Durchschnittspunkt x der Visirlinien Ax und Bx ist durch dies Verfahren, wie leicht einzusehen, festgelegt worden. Man sagt in dem eben gezeigten Falle, das Object (x) sei von der Station A aus anvisirt und von der Station B aus geschnitten.

Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, daß außer dem Punkte x auch andere Punkte von A und B aus auf die angegebene Weise bestimmt und festgelegt werden können. —

§. 38. So einfach nun auch, wie eben gezeigt worden, das Verfahren des Vorwärts-Einschneidens ist, so hat dasselbe doch für die gesammte Meßkunst eine solche Bedeutung, daß nicht wohl irgend welche Meßopera-

tionen von einigem Umfange ohne die größtmöglichste Anwendung dieses einfachen Verfahrens vorkommen dürften. Aus der Lage zweier bekannten Punkte soll die eines dritten gefunden werden, ohne daß man eine direkte Messung zwischen je einem der bekannten und dem unbekannten Punkte anstellt. Ist demnach eine Linie gegeben, so kann jeder außerhalb derselben liegende Punkt in seiner Lage zu derselben bestimmt werden, mithin auch das Dreieck, welches die Endpunkte der gegebenen Linie und der festzulegende Punkt bilden. Aus der einen gemessenen oder gegebenen Linie und den beiden durch Messung gefundenen Winkeln lassen sich die übrigen Stücke des Dreiecks leicht berechnen.

Nun ist die directe Messung der Linien weit schwieriger und zeitraubender als die subtilste Messung der Winkel; die Längenmessung hat keine Controlle in sich selbst, die geringste Unaufmerksamkeit oder Fahrlässigkeit kann die unumgänglichen Fehler vergrößern, ja verdoppeln. Anders verhält es sich mit der Messung der Winkel, vorausgesetzt, daß der Geometer wenigstens gute Instrumente dazu anwendet; nach dem jetzigen Standpunkte der wissenschaftlichen Anforderungen an die Leistungen des Geometers, darf man eine Winkelmessung bis auf Minuten verlangen. Aus solchen Angaben wird man durch Rechnung genaue und zuverlässige Resultate erhalten, man wird also, um auf das angeführte Beispiel zurückzukehren, die ungemessenen Seiten des Dreiecks genauer finden, als dies durch eine directe Messung überhaupt möglich gewesen wäre, und man hat überdem bedeutend an Zeit gespart. Es ist daher die Regel wohl zu beachten: stets möglichst Winkel anstatt der Linien zu messen.

Die Anwendbarkeit des Vorwärts-Einschneidens läßt sich nunmehr auch auf die festzulegenden Punkte, welche selbst einer directen Messung zugänglich sind, erweitern; immer wird man durch Vorwärts-Einschneiden den gesuchten Punkt sicherer und in kürzerer Zeit festlegen, als durch directe Messung. Man erhält den Durchschnittspunkt der beiden Visirlinien gleich gezeichnet (bei Anwendung des Meßtisches), oder die ihn bestimmenden Linien durch Rechnung (bei Anwendung des Theodoliten). In beiden Fällen können die so gefundenen Dreiecksseiten wiederum zur Festlegung anderer Punkte angewandt werden, ohne daß man sie zuvor direct misst. Es leuchtet ein, daß die Anwendung des Vorwärts-Einschneidens auf ein ganzes Netz oder System von Punkten, die festzulegen sind, ausgedehnt werden kann.

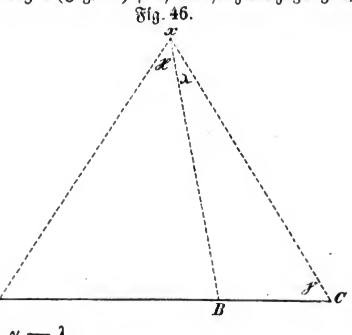
In der That geschieht dies denn auch und die höhere und niedere Meßkunst begründen die Zuverlässigkeit aller Meßoperationen auf ein denselben zu Grunde zu legendes, sorgfältig gemessenes und berechnetes Dreiecksnetz,

auf das noch ausführlicher zurückgekommen werden wird. Nur so viel sei hier nebenbei bemerkt, daß die gegebene oder bekannte Linie, von welcher man ausgeht, um Punkte festzulegen, gewöhnlich die Grund- oder Standlinie (Basis) genannt wird.

b) Das Seitwärts-Abschneiden.

§. 39. Der gesuchte Punkt möge x (Fig. 46) sein, welcher zwar zugänglich ist, zu dem aber die beiden bekannten Punkte A und B eine solche Lage haben, daß man nur in deren Alignement, etwa bei C, kommen kann. Soll die Aufgabe mit einem Winkelmesser gelöst werden, so misst man die Winkel x, λ und γ, und die Linie AB = a. Alsdann ist der Winkel xBA $= \gamma + \lambda$ und der Winkel xAB $= 2R - x - \gamma - \lambda$,

Fig. 46.



$$\text{also die Linie } Ax = a \cdot \frac{\sin. (\gamma + \lambda)}{\sin. x}$$

$$\text{und die Linie } Bx = a \cdot \frac{\sin. (\gamma + x + \lambda)}{\sin. x}$$

wodurch der Punkt x bestimmt wird. Will man das Resultat durch eine Zeichnung darstellen, so trägt man die Winkel $\gamma + \lambda$ und $2R - (\gamma + x + \lambda)$ an die Linie AB oder schlägt mit den berechneten Linien Ax und Bx aus A und B Kreisbogen, die sich in x schneiden.

Kann man nicht nur in das Alignement von AB nach C, sondern nach einem der Punkte A und B selbst kommen, so ist $\gamma =$ xBA und $\lambda = 0$, also dann

$$xBA = \gamma,\ xAB = 2R - \gamma - x$$

$$\text{und } Ax = a \cdot \frac{\sin. \gamma}{\sin. x},\ Bx = \frac{a \cdot \sin. (\gamma + x)}{\sin. x}.$$

Wird der Meßtisch zum Seitwärts-Einschneiden angewandt, so verfährt man auf folgende Weise: Man stellt den Tisch über C auf, visirt nach AB und zieht die Linie CBA; darauf visirt man von C nach x und zieht diese Visirlinie in einer der Figur ungefähr entsprechenden Länge. Der Meßtisch wird sodann über dem Punkte x des Feldes aufgestellt und auf der Zeichnung der Punkt x, in der von C nach der Richtung x gezogenen

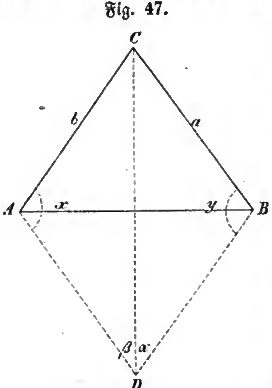
Linie, beliebig, jedoch so angenommen, daß die Entfernung Cx auf dem Meßtische der auf dem Felde möglichst entspricht. In dieser Stellung des Meßtisches liegt die darauf gezogene Linie CBA mit der im Felde bezeichneten gleichnamigen parallel. Man visirt von x nach A und B und zieht die Visirlinien xA und xB. Die auf diese Weise auf dem Tische entstandene Figur wird der auf dem Felde bezeichneten ähnlich sein. Setzt man nun die Länge von AB in die Zeichnung und zieht die entsprechenden Parallelen, so erhält man die Lage des Punktes x genau. —

Das Verfahren des Seitwärts-Einschneidens wird gleichfalls zur Festlegung der Punkte eines Dreiecksnetzes angewendet und zwar in den Fällen, wo die Entfernung zweier Punkte, welche zur Bestimmung eines dritten dienen sollen, zwar bekannt, die Punkte selbst aber nicht zugänglich sind. Im Allgemeinen wird das Verfahren übrigens weniger Anwendung finden, als das des Vorwärts- und Rückwärts-Einschneidens.

c) Das Rückwärts-Einschneiden.

§. 40. Der Anwendung des Rückwärts-Einschneidens liegt die Aufgabe zum Grunde: die Lage von 3 Punkten, A, B, C (Fig. 47) oder das Dreieck ABC ist nach dem Maaß seiner Seiten und Winkel gegeben, und es soll die Lage eines vierten Punktes D, innerhalb oder außerhalb des Dreiecks ABC, gegen die Punkte A, B, C gefunden werden, wobei vorausgesetzt wird, daß man von D aus nur die Sehewinkel α und β gegen A und C, gegen B und C messen kann und daß D nicht in der Peripherie des durch ABC gehenden Kreises liege.

Fig. 47.



Diese Aufgabe wird bei Anwendung eines Winkelmessers durch trigonometrische Berechnung auf folgende Art gefunden:

I. Die Linien BC = a, AC = b sind ihrer Größe nach bekannt, ebenso der $\angle$ ACB = C und die Winkel α und β werden am Standorte bei D gemessen. Zur Berechnung der Linien DA, DC, BD sind die Winkel x und y erforderlich. Man findet nun den Winkel x also:

Es sei $\angle y = 360^0 - \angle C - \angle D - \angle x$ oder, wenn man die bekannte Winkelgröße $360^0 - C - D = \gamma$ nennt,

$\angle y = \gamma - x.$

Ferner ist im $\triangle$ ACD die Seite $CD = \frac{b . \sin. x}{\sin. \beta}$

" $\triangle$ BCD " " $CD = \frac{a . \sin. (\gamma - x)}{\sin. \alpha}$

folglich $\frac{b . \sin. x}{\sin. \beta} = \frac{a . \sin. (\gamma - x)}{\sin. \alpha}$, daher

$$\frac{b . \sin. \alpha}{a . \sin. \beta} = \frac{\sin. (\gamma - x)}{\sin. x} = \frac{\sin. \gamma . \cos. x - \sin. x . \cos. \gamma}{\sin. x}$$

$= \sin. \gamma . \cot. x - \cos. \gamma$, also

$$\frac{b . \sin. \alpha}{a . \sin. \beta . \sin. \gamma} + \frac{\cos. \gamma}{\sin. \gamma} = \cot. x,$$ oder für $\sin. tot. = 1$,

$$\cot. x = \frac{b . \sin. \alpha . \sin. tot.}{a . \sin. \beta . \sin. \gamma} + \cot. \gamma.$$

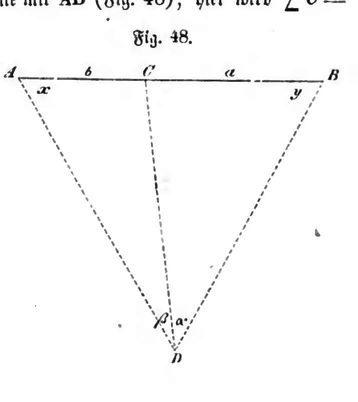
So findet man die Größe von der Cotangente des $\angle$ x für sin. tot. = 1 und in den Tafeln der natürlichen Sinus den zugehörigen Winkel x. Ist nun der Winkel x bekannt, so läßt sich auch der $\angle$ y und dann die Linien DA, DB, DC finden, wenn man nur bei der Berechnung einige Aufmerksamkeit auf die positive oder negative Bedeutung der gefundenen Größen richtet. —

Die Punkte D und A, B, C können folgende verschiedene Lagen gegen einander haben, wonach sich die Werthe in obenstehender Formel modificiren:

1) C liegt oberhalb, D unterhalb AB (Fig. 47); dann ist $\angle$ C kleiner als 180^0.

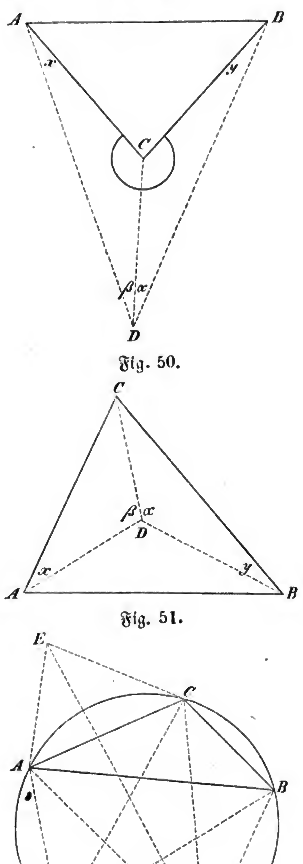
2) C liegt in gerader Linie mit AB (Fig. 48); hier wird $\angle C = 180^0$; also $\angle \gamma = 180^0 - D$ ein stumpfer Winkel, wenn D ein spitzer, daher wird in obiger Formel $\cot. \gamma = -\cot. D$ negativ, dagegen $\sin. \gamma = +\sin. D$ positiv;

Fig. 48.



3) C und D liegen beide unterhalb oder nach einer Seite von AB (Fig. 49, siehe folgende Seite) folglich

wird der $\angle$ C (nämlich der convexe ACBD) größer als 180^0; derselbe ist $= 360^0 - \angle$ ACB (der spitze $\angle$ C) welcher letztere als bekannt angenommen wird.



4) Der Standort D liegt innerhalb des Dreiecks ABC (Fig. 50), folglich wird der $\angle$ D (der convexe $= \alpha + \beta$) größer als 180^0, nämlich $= 360^0 -$ ADB, welchen letztern man durch Beobachtung erhält.

5) Der Standort D liegt in der Peripherie des durch ABC gehenden Kreises (Fig. 51), welcher Fall immer Statt findet, wenn $\angle D + \angle C = 180^0$; hier wird: $\angle \gamma = 180^0$, folglich $\cot. \gamma = -\infty$ und $\sin. \gamma = 0$; die oben berechnete Formel würde dann lauten:

$$\text{Cot. } x = \frac{b \, . \sin. \, \alpha}{0} - \infty$$

und ein unbestimmter Ausdruck sein, aus dem die Lage des Standorts D gegen ABC nicht zu bestimmen ist. Dies ergiebt sich aus der geometrischen Construction (Fig. 51), wo der Standort verschiedene Lagen in der Kreisperipherie, z. B. in D oder D′, haben kann, ohne daß sich die Sehewinkel α und β ändern, u. s. w. Daß der Standort

D in Hinsicht seiner Lage gegen ABC unbestimmbar sei, wird man immer daraus schließen, daß die beiden Winkel C und D zusammen $= 180^0$ sind. In diesem Falle muß man, wenn bereits mehrere Punkte im Felde gegeben sind, zur Bestimmung des Ortes D gegen jene andere drei Punkte, z. B. AEC, die mit D nicht in einer Kreisperipherie liegen, zu Hülfe nehmen.

II. Es sei (Fig. 47) ABC das gegebene Dreieck, D der gesuchte Punkt (Standort), α und β die gemessenen Winkel, $\angle$ x der gesuchte ꝛc., so ist:

Fig. 47.

$$CD = \frac{a . \sin. y}{\sin. \alpha} = \frac{b . \sin. x}{\sin. \beta},$$

folglich $\frac{\sin. y}{\sin. x} = \frac{b . \sin. \alpha}{a . \sin. \beta}$

Man setze $\text{tang. } \varphi = \frac{b . \sin. \alpha}{a . \sin. \beta}$.

Nach diesem Ausdruck suche man nämlich den Hülfswinkel φ logarithmisch, was immer möglich, da die Tangenten jede Größe von 0 bis ∞ haben können. Man rechnet hier also:

$$\log. \text{tang.} \varphi = \log. b + \log. \sin. \alpha + 10 - (\log. a + \log. \sin. \beta)$$

So findet man unter den Logarithmen der Tangenten den $\angle \varphi$.

Da ferner $\text{tang. } \varphi = \frac{\sin. y}{\sin. x}$, so wird

$$\frac{1 + \text{tang. } \varphi}{1 - \text{tang. } \varphi} = \frac{\sin. x + \sin. y}{\sin. x - \sin. y}, \text{ oder}$$

$$\text{tang. } (45^0 + \varphi) = \frac{\text{tang. } \frac{1}{2}(x + y)}{\text{tang. } \frac{1}{2}(x - y)}.$$

Da die Winkel C und D bekannt, so ist auch $\frac{1}{2}(x+y) = 2R - \frac{1}{2}(C+D) = m$ bekannt; mithin wird $\text{tang. } \frac{1}{2}(x-y) = \text{tang. } m . \cot. (45^0 + \varphi)$.

Nun ist $\frac{1}{2}(C + D) = 2R - \frac{1}{2}(x + y)$

$\frac{1}{2}(C + D) + y = 2R - \frac{1}{2}(x - y)$, also

$\text{tang. } \frac{1}{2}(x - y) = \text{tang. } (\frac{1}{2}(C + D) + y)$

und man erhält durch gehörige Substitution die Formel:

$$\text{tang. } [\tfrac{1}{2}(C + D) + y] = \text{tang. } \tfrac{1}{2}(C + D) . \cot. (45^0 + \varphi).$$

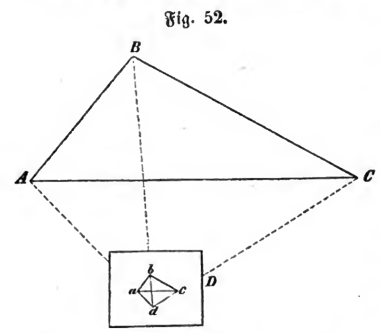
So kann man logarithmisch den Winkel $[\frac{1}{2}(C + D) + y]$ berechnen; subtrahirt man davon den bekannten Winkel $\frac{1}{2}(C + D)$, so erhält man $\angle$ y und darnach ferner $\angle$ x.

Wie man sieht, geschieht die Berechnung des ∠ y durch zwei logarithmische Operationen, indem man zuerst den Hülfswinkel φ und dann den Winkel $\frac{1}{2}(C + D) + y$ und daraus y bestimmt. Obgleich diese Methode nicht schneller zum Ziele führt, als die zu I. dargelegte, so gestattet sie doch den Vortheil einer rein logarithmischen Behandlung, wenn man dabei die nöthige Aufmerksamkeit auf die positive und negative Bedeutung der Tangenten und Cotangenten richtet. —

§. 41. Wendet man zur Lösung der Aufgabe des Rückwärts-Einschneidens den Meßtisch an, so geschieht dies in folgender Weise:

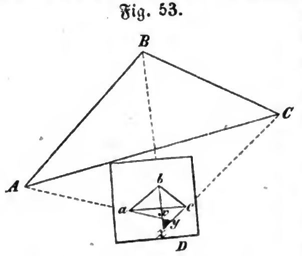
Die drei Punkte a, b, c (Fig. 52) sind auf dem Meßtische gegeben und bilden mit den entsprechenden Punkten A, B, C des Feldes ähnliche Dreiecke. Hat man daher auf dem Standorte D den Meßtisch orientirt, d. h. haben beide Dreiecke eine parallele Lage zu einander, so müssen sich die rückwärts gezogenen Visirlinien Aa, Bb, Cc in einem Punkte d schneiden, welcher zugleich den Stationspunkt bezeichnet.

Fig. 52.



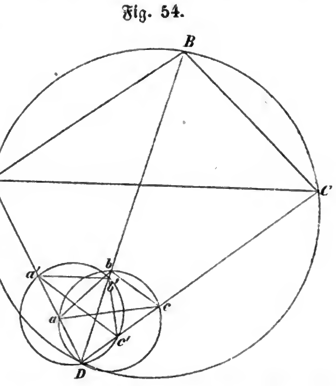
Ist dagegen die Lage beider Dreiecke nicht parallel, so werden sich die drei Visirlinien nicht in einem, sondern in drei Punkten x, y, z (Fig. 53) schneiden und auf diese Weise das Dreieck xyz bilden, welches man, weil dasselbe die fehlerhafte Orientirung des Meßtisches anzeigt, das fehlerzeigende Dreieck nennt. Nur in einem Falle wird trotz einer mangelhaften Orientirung des Meßtisches kein fehlerzeigendes Dreieck entstehen, wenn nämlich der Stationspunkt D in der Peripherie des um ABC beschriebenen Kreises liegt. (Fig. 54, s. folgende S.) Denn in diesem Falle läßt sich nachweisen, daß das dem Dreieck ABC ähnliche △ abc sich mit seinen Winkelspitzen a, b, c in die Verbindungslinien AD, BA, CD auf unendlich verschiedene Weise

Fig. 53.



einpassen läßt, während bei jeder andern Lage des Punktes D das △ abc mit seinen Winkelspitzen nur auf eine Weise in jene Verbindungslinien eingepaßt werden kann, wobei es zugleich eine zum △ ABC parallele Lage erhält.

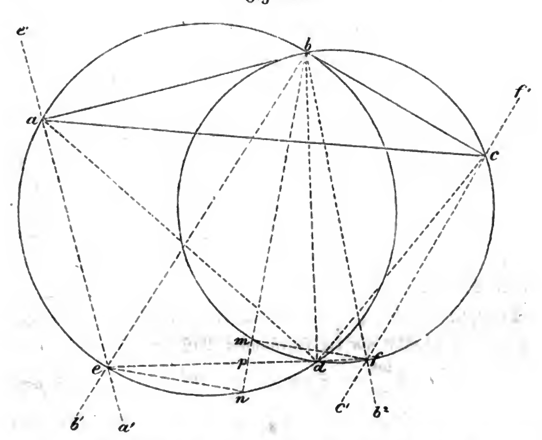
Fig. 54.



Befindet sich nun die Aufstellung des Meßtisches nicht in der Peripherie des um das △ ABC (Fig. 53) beschriebenen Kreises, welches fortan stets vorausgesetzt wird, so läßt sich der Stationspunkt d und damit die Orientirung des Meßtisches nach verschiedenen Methoden bewerkstelligen, von denen hier drei näher dargelegt werden sollen:

I. Allgemeines directes Verfahren. Wenn man um drei Punkte a, b, d und b, c, d eines Vierecks abcd (Fig. 55)

Fig. 55.



zwei Kreise, ferner deren Durchmesser bc, bf und die Sehnen ae, ed, cf, fd,

sowie auch die Diagonale oder gemeinschaftliche Sehne bd zieht, so erhält man nach der Lehre der Peripheriewinkel

1) $\angle$ bae = $\angle$ bcf = $\angle$ bde = $\angle$ bdf = 90^0, mithin edf geradlinig und bd senkrecht auf edf;

2) $\angle$ aeb = $\angle$ adb und $\angle$ cfb = $\angle$ cdb; und zwar allgemein, es mögen a, b, c in gerader Linie liegen, oder die Winkelsumme abc + adc sei größer oder kleiner als 180^0, oder abc sei gegen d überstumpf, oder adc sei gegen b überstumpf.

Diese Bemerkung führt zu folgendem allgemeinen, nämlich für die eben genannten fünf Fälle gleichen directen Verfahren, auf dem Meßtisch den dem Standpunkte D zugehörigen Punkt d nach den den Punken A, B, C des Terrains zugehörigen Punkten a, b, c und nach den Winkeln ADB, CDB, resp. adb, cdb zu bestimmen:

Auf der Linie ab errichte man in a eine Senkrechte aa′, ebenso auf der Linie bc in c die Senkrechte cc′. Darauf lege man das Diopterlineal an aa′ und und orientire den Meßtisch nach dem Objekte A, lege sodann das Diopterlineal an b, visire nach B und ziehe die Linie bb′. Ebenso lege man das Diopterlineal an cc′ und orientire den Meßtisch nach dem Objekte C, lege wieder das Dipterlineal an b, visire nach B und ziehe die Linie bb^2. Verbindet man die Schnittpunkte e und f der genannten Linienpaare durch die gerade Linie ef und fällt man von b aus eine Senkrechte auf ef, so wird sie dieselbe in dem gesuchten Punkte d schneiden.

Ist der Winkel adb, cdb spitz, so fällt der zugehörige Punkt e, f, diesseits ab, cb; ist derselbe 90^0, so fällt dieser Punkt mit a, c zusammen; ist er stumpf, so fällt derselbe in einen Punkt e′, f′ jenseits ab, cb. Ebenso fällt f links oder e rechts neben bd, wenn bcd oder bad stumpf ist. — Ist die Winkelsumme abc+adc = 180^0, so läßt sich d nicht bestimmen, weil jene beiden Kreise, ihre Mittelpunkte und also auch e und f zusammenfallen. Es müssen alsdann andere Punkte zur Bestimmung von d gewählt werden. Dieses ist auch der Fall, wenn ef sehr kurz ausfällt, sich nämlich jene Summe 180^0 sehr nähert, denn alsdann wird die wahre Lage der Senkrechten bd auf ef unsicher.

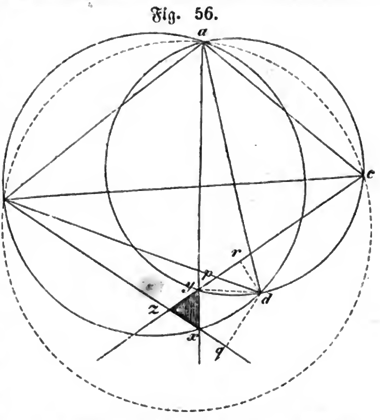
Die Linie ef läßt sich auch zur Correktion einer falschen Orientirung benutzen. Ist nämlich mn die sogenannte Basis des zugehörigen Visirliniendreiecks, so ist $\frac{mn}{ef}$ der Sinus des Correktionswinkels mbd, denn die rechtwinkligen Dreiecke enp, fmp, bdp sind ähnlich, mithin hat man

ep : pn = fp : pm oder auch ef : mn = bp : pd.

II. **Verfahren, das fehlerzeigende Dreieck durch Konstruktion zweier excentrischer Kreise wegzuschaffen.** Diese Methode gründet sich auf die zwar nicht streng geometrische, jedoch praktisch richtige Voraussetzung, daß die Winkel, welche zwei entfernte Objekte mit beliebigen Punkten des Meßtisches bilden, als einander gleich angesehen werden können, weil die Differenz jener Winkel, wegen der geringen Dimension der Meßtischplatte im Vergleich zu der Entfernung der Objekte, zu unbedeutend ist, um durch die vorhandenen Mittel noch erkannt und in Betracht gezogen werden zu können.

Ist nun der Meßtisch nicht orientirt und bilden daher die von den drei Punkten a, b, c (Fig. 56) zurückgezogenen Visirlinien das fehlerzeigende Dreieck xyz; bezeichnet ferner d den Stationspunkt, in welchem sich die drei Visirlinien bei richtiger Orientirung des Meßtisches schneiden würden, so folgt obiger Voraussetzung gemäß, daß $\angle adb = \angle axb$, $\angle adc = \angle ayc$ und $\angle bdc = \angle bzc$ zu betrachten ist. Es muß daher der Stationspunkt d mit a, b und x in der Peripherie desselben Kreises liegen, desgleichen mit a, c und y, sowie auch mit b, c und z, also überhaupt **im Durchschnitt der drei Kreise, welche durch je zwei Punkte und den Durchschnittspunkt der von ihnen aus rückwärts gezogenen Visirlinien bestimmt sind.** Durch Konstruktion zweier dieser Kreise kann also der Stationspunkt d gefunden werden; ist dies aber geschehen, so läßt sich der Meßtisch nach ihm und einem der Netzpunkte leicht orientiren.

Fig. 56.



III. **Verfahren, das fehlerzeigende Dreieck durch Annäherung wegzuschaffen.** Die Konstruktion von Kreisen durch drei gegebene Punkte ist jedoch zu umständlich, als daß sie zur Bestimmung des Stationspunktes eine praktische Anwendung finden könnte; aber es läßt sich aus ihr mit Leichtigkeit das einfachere Verfahren herleiten, welches unter dem Namen der **Annäherungs-Methode** bekannt ist.

Denkt man sich den Stationspunkt d (Fig. 56) nämlich als Durchschnitt der beiden Kreise abx und acy bestimmt, mit den drei Winkelspitzen des △ abc verbunden und von ihm aus auf die drei Visirlinien, welche das fehlerzeigende Dreieck bilden, die Perpendikel dp, dq und dr gefällt, so sind die rechtwinkligen Dreiecke adp, bdq und cdr ähnlich, indem ∠ pad = ∠ qbd, als Peripheriewinkel auf dem Bogen dx, und ∠ pad = ∠ rcd ist, als Peripheriewinkel auf dem Bogen dz; es ist daher dp : da = dq : db = dr : dc, d. h. die senkrechten Abstände des Stationspunktes von den drei Visirlinien müssen seinen Entfernungen von den entsprechenden Netzpunkten proportionirt sein.

Hiernach läßt sich die Lage des Stationspunktes gegen die übrigen Punkte und mit Bezug auf das fehlerzeigende Dreieck nach dem Augenmaaße bestimmen.

§. 42. Kann man bei'm Rückwärts-Einschneiden nach drei Punkten diese unter mehreren Objekten wählen, so geschieht dies nach folgenden Rücksichten:

a) die drei Objekte müssen so liegen, daß der Stationspunkt sich weder in der Peripherie des umschriebenen Kreises noch in der Nähe derselben befindet;

b) die zurückgezogenen Visirlinien dürfen sich nicht unter spitzen Winkeln schneiden und wenigstens zwei von ihnen nicht unter einem kleinern Winkel als 45^0;

c) der Stationspunkt wird sich um so genauer bestimmen, je entfernter und schärfer markirt die Objekte sind. Als günstig sind sie noch zu betrachten, wenn wenigstens ein Objekt entfernt ist und die nahe gelegenen nicht breite Flächen darbieten.

d) Sollen vom Stationspunkte aus, wie dies gewöhnlich der Fall ist, andere Punkte festgelegt werden, so muß der entfernteste Netzpunkt vom Stationspunkte noch weiter abliegen, als der entfernteste festzulegende Punkt.

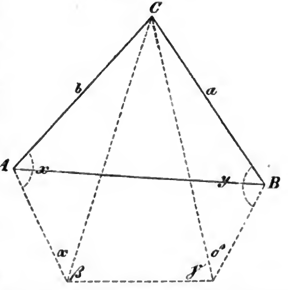
e) Als die günstigste Lage des Stationspunktes wird im Allgemeinen die innerhalb des Netzdreiecks erscheinen. Ist das Dreieck jedoch sehr stumpfwinklig, so wird es vortheilhafter sein, wenn der Stationspunkt außerhalb desselben, und zwar entweder der größten Seite gegenüber innerhalb des umschriebenen Kreises, oder der Spitze des stumpfen Winkels gegenüber liegt. Als die ungünstigste Lage des Stationspunktes ist im Allgemeinen die außerhalb des Kreises einer Seite gegenüber zu betrachten. Nur dann ist die Lage günstiger,

als die beiden zuletzt genannten, wenn der Gegenwinkel des Netzdreiecks spitzer als etwa 30^0 ist. —

§. 43. Die Aufgabe, welche, wie gezeigt worden, durch Rückwärts-Einschneiden gelöst wird, hat in der Meßkunst eine Art von Berühmtheit erlangt; sie wird gewöhnlich die Pothenot'sche Aufgabe genannt, weil sie zuerst von dem Geometer Pothenot gründlich behandelt sein soll. Die Wichtigkeit und Brauchbarkeit dieser Aufgabe in der Meßkunst hat verschiedene Gelehrte veranlaßt, sich mit derselben zu beschäftigen, namentlich Lambert, Delambre, Burkhardt, Lehmann u. A. und wir haben ihnen eine Reihe interessanter Auflösungen zu danken, die alle hier aufzuführen es an Raum gebricht; nur die einfachern und allgemein ausreichenden sind hier erwähnt worden.

Es scheint jedoch von Interesse, die Lösung einer Aufgabe noch anzuführen, welche von besonderem praktischen Nutzen ist. Wenn nämlich die Lage von drei Punkten A, B, C (Fig. 57) oder das Dreieck ABC nach dem Maaße seiner Seiten und Winkel gegeben ist, so kann man die Lage von zwei andern Punkten, D und E, gegen jene auf folgende Art bestimmen, vorausgesetzt, daß man von D aus blos gegen A, C, E und von E aus blos gegen B, C D hin visiren, folglich nur die Sehewinkel α, β, γ, δ messen kann:

Fig. 57.



Es kommt hier, wie bei den Aufgaben §. 40 I, II. zunächst darauf an, den $\angle$ x bei A zu berechnen, woraus sich sodann $\angle$ y und die Längen DA, DC durch einfache Rechnung ergeben. Der $\angle$ x wird auch hier durch zwei logarithmische Operationen gefunden:

1) $\text{tang. } \varphi = \frac{a \,.\, \sin.\ \alpha \,.\, \sin.\ \gamma \,.\, \sin.\ \text{tot.}}{b \,.\, \sin.\ \beta \,.\, \sin.\ \delta}$, wonach der Hülfswinkel φ berechnet werden kann.

Setzt man ferner

$540^0 - \angle C - \angle D - \angle E = M$ (eine bekannte Winkelgröße), so wird

2) $\text{tang. } (\frac{1}{2}M - x) = \text{tang. } \frac{1}{2}M \text{ cot. } (45^0 + \varphi)$,

so berechne man $\angle (\frac{1}{2}M - x) = D$, und daher $\angle x = \frac{1}{2}M - D$.

Beweis: $CD : CE = \sin.\ \gamma : \sin.\ \beta$,

$$CD = \frac{b\ .\ \sin.\ x}{\sin.\ \alpha}, \text{ und}$$

$$CE = \frac{a\ .\ \sin.\ \gamma}{\sin.\ \delta}.$$

Die Summen aller Winkel im Fünfeck ABCDE ist $= 6R = 540^0$, also

$$\angle y = (540^0 - \angle C - \angle D\,(\alpha+\beta) - \angle E\ (\gamma+\delta) - \angle x).$$

Daher verwandelt sich die obige Proportion in diese:

$$\frac{b\ .\ \sin\ x}{\sin.\ \alpha} : \frac{a . \sin.\ (540^0 - C - D - E - x)}{\sin.\ \delta} = \sin.\ \gamma : \sin.\ \beta.$$

Setzt man $540^0 - C - D - E = M$ (als bekannt), so erhält man

$$\frac{a . \sin.\ \alpha . \sin.\ \gamma}{b . \sin.\ \beta . \sin.\ \delta} = \frac{\sin.\ x}{\sin.\ (M-x)}.$$

Man setze 1) $\text{tang.}\ \varphi = \frac{a . \sin.\ \alpha . \sin.\ \gamma . \sin.\ \text{tot.}}{b . \sin.\ \beta . \sin.\ \delta}$

und berechne daraus logarithmisch den Hülfswinkel φ.

Hierauf setze man $\text{tang.}\ \varphi = \frac{\sin.\ x}{\sin. (M-x)} =$

$$\frac{\sin.\ x}{\sin. M . \cos.\ x - \sin.\ x . \cos.\ M}.$$

Daraus folgt vermittelst einer ganz einfachen Substitution

$$1 - \text{tang.}\ \varphi = \frac{\sin.\ M . \cos.\ x - (1 + \cos.\ M) . \sin.\ x}{\sin.\ M . \cos.\ x - \sin. x . \cos.\ M}$$

$$1 + \text{tang.}\ \varphi = \frac{\sin.\ M . \cos.\ x + (1 - \cos.\ M)\ \sin.\ x}{\sin.\ M . \cos.\ x - \sin.\ x . \cos.\ M},$$

Folglich $\frac{1 - \text{tang.}\ \varphi}{1 + \text{tang.}\ \varphi}$ oder

$\text{cotang.}\ (45^0 + \varphi) = \frac{\sin. M . \cos. x - (1 + \cos. M) \sin. x}{\sin. M . \cos. x + (1 - \cos. M) \sin. x}$, (dividirt durch $\cos.\ x$)

$$= \frac{\sin. M - (1 + \cos. M) \text{tang.}\ x}{\sin. M + (1 - \cos. M) \text{tang.}\ x}, \qquad \text{(dividirt durch } (1+\cos. M))$$

$$= \frac{\frac{\sin. M}{1 + \cos. M} - \text{tang.}\ x}{\frac{\sin. M}{1 + \cos. M} + \left(\frac{1 - \cos. M}{1 + \cos. M}\right) . \text{tang.}\ x}.$$

Nun ist $\frac{\sin.\ M}{1 + \cos.\ M} = \frac{2 . \sin.\ \frac{1}{2}M . \cos.\ \frac{1}{2}M}{2 . \cos.^2\ \frac{1}{2}M}$

$$= \text{tang.}\ \tfrac{1}{2}M$$

$$\text{und}\quad \frac{1-\cos.M}{1+\cos.M} = \frac{2.\sin.^2 \tfrac{1}{2}M}{2.\cos.^2 \tfrac{1}{2}M} = \text{tang.}^2 \tfrac{1}{2}M.$$

Demzufolge wird

$$\text{cotang.}\ (45^0 + \varphi) = \frac{\text{tang.}\ \tfrac{1}{2}M - \text{tang.}\ x}{\text{tang.}\tfrac{1}{2}M + \text{tang.}^2\ \tfrac{1}{2}M\ .\ \text{tang.}\ x},$$

$$= \frac{\text{tang.}\tfrac{1}{2}M - \text{tang.}\ x}{\text{tang.}\ \tfrac{1}{2}M(1+\text{tang.}\ \tfrac{1}{2}M)\ \text{tang}\ x},$$

also: $\text{tang.}\ \tfrac{1}{2}M\ .\ \text{cot.}\ (45^0+\varphi) = \dfrac{\text{tang.}\ \tfrac{1}{2}M - \text{tang.}\ x}{1+\text{tang.}\ \tfrac{1}{2}M\ .\ \text{tang}\ x}$

oder, wenn man mit cos. x

oben und unten multiplicirt: $= \dfrac{\text{tang.}\ \tfrac{1}{2}M\ .\ \cos.\ x - \sin.\ x}{\cos.\ x + \text{tang.}\ \tfrac{1}{2}M\ .\ \sin.\ x}$

oder, wenn man mit cos. ½ M

multiplicirt: $= \dfrac{\sin.\ \tfrac{1}{2}M\ .\ \cos.\ x - \cos.\ \tfrac{1}{2}M\ .\ \sin.\ x}{\cos.\ \tfrac{1}{2}M\ .\ \cos.\ x + \sin.\ \tfrac{1}{2}M\ .\ \sin.\ x}$

$$= \frac{\sin.(\tfrac{1}{2}M - x)}{\cos.(\tfrac{1}{2}M - x)} = \text{tang.}\ (\tfrac{1}{2}M - x).$$

Daher 2) $\text{tang.}\ (\tfrac{1}{2}M - x) = \text{tang.}\ \tfrac{1}{2}M\ .\ \text{cotang.}\ (45^0+\varphi)$, was zu erweisen war.

Wenn, wie hier angenommen ist, nur die Sehewinkel α, β, γ, δ gemessen werden können, so muß die Messung derselben sehr scharf und genau geschehen; ist es dagegen möglich, die Winkel CDB und CEA zu messen, so erhält man dadurch noch mehr Bestimmungsstücke und Prüfungsmittel der berechneten Resultate.

Die Auflösung dieser Aufgabe kann nicht, wie die einfacheren (§.40.I,II.) unbestimmt oder zweifelhaft werden, wie eine geometrische Construction leicht zeigt; daher ist dieselbe für neue Ortsbestimmungen gegen schon bestimmte Punkte von entschiedenem Vorzuge vor den einfacheren. Eine Lösung der Aufgabe durch geometrische Construktion giebt zu wenig verläßliche Resultate. —

Außer dieser hat man noch mehrere andere, mit den aufgeführten verwandte Aufgaben von zusammengesetzter Beschaffenheit; sie kommen jedoch, selbst bei den größten trigonometrischen Operationen so selten in Anwendung, daß sie hier füglich übergangen werden können. *)

*) Wer sich des Weiteren für solche Aufgaben interessirt wird in Lambert's Schriften (namentlich in den „Beiträgen"), sowie in der Sammlung geometrischer Aufgaben von Meyer Hirsch I. Bd. p. 175 ꝛc. deren finden.

5) Das Centriren und die Wahl der Winkel.

§. 44. Wenn es bei der Aufnahme größerer Flächen und bei Legung von Dreiecksnetzen über dieselben vorkommt, daß man den Winkelmesser nicht in der Mitte des gewählten Standpunktes, sondern etwa nur ihm zur Seite aufstellen kann, so wird dann der gemessene Winkel größer oder kleiner sein, als der Winkel, welcher aus der Mitte des Standpunktes hätte gemessen werden sollen. Der gemessene Winkel ist aber nicht der wahre, weshalb gezeigt werden muß, wie man aus dem ersteren den letzteren berechnen kann, und dies Verfahren nennt man das Centriren der Winkel.

Es lassen sich in Bezug auf die Lage des Standpunktes, welcher auf die Mitte des wahren reducirt werden soll, überhaupt fünf verschiedene Fälle denken, die hier in Kürze durchgenommen werden sollen:

1) Es sei ein für allemal ADB (Fig. 58—62) der Winkel, welcher auf das Maaß des wahren, zur Messung erforderlichen Winkels zu reduciren ist, so kann der Scheitelpunkt C zur Seite von D (Fig. 58) liegen.

Fig. 58.

Man messe sodann, wenn es möglich ist, die kleine Entfernung DC = b und die Winkel n und r, so ist

$$\angle o = \angle n + \angle x = \angle m + \angle y, \text{ also}$$
$$\angle m = \angle n + \angle x - \angle y.$$

Ferner ist CA : b = sin. (n+r) : sin. x, also

$$\sin. x = \frac{b . \sin. (n+r)}{CA}.$$

Ebenso ist CB : b = sin. r : sin. y, also

$$\sin. y = \frac{b . \sin. r}{CB}.$$

Aus dem gemessenen Winkel n und den berechneten x und y läßt sich also der $\angle$ m oder $\angle$ ACB finden, wobei zu bemerken ist, daß, wenn die Linien CA und CB nicht bekannt sind, schon eine annähernde Bestimmung nach dem Augenmaaß genügt.

Fig. 59.

2) Es liege D (Fig. 59) im Alignement zwischen C und A.

Man messe wieder CD = b und den $\angle$ n und $\angle$ r, so ist:

$$m = n - y = n - \frac{b \cdot \sin. r}{CB} \text{ oder}$$

$$= n - \frac{b \cdot \sin. n}{CB}.$$

Fig. 60.

3) Liegt D (Fig. 60) innerhalb der Schenkel des Winkels m, so wird:

$$m = n - x - y \text{ oder}$$

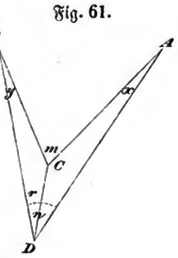
$$m = n - \frac{b \cdot \sin. (n + r)}{AC} - \frac{b \cdot \sin. r}{CB}.$$

4) Liegt aber C (Fig. 61) innerhalb der Schenkel des excentrischen Winkels n, so erhält man:

$$m = n + x + y \text{ oder}$$

$$m = n + \frac{b \cdot \sin. (n - r)}{AC} + \frac{b \cdot \sin. r}{BC}.$$

Fig. 61.



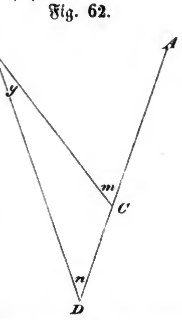
5) Liegt D in der Verlängerung rückwärts von CA oder CB (Fig. 62) so ist:

$$m = n + y \text{ oder}$$

$$m = n + \frac{b \cdot \sin. r}{BC}.$$

Zur Bestimmung der Winkel x und y, die zur Reduktion des Winkels n in den gesuchten m unentbehrlich sind, kann man auf folgende Weise verfahren:

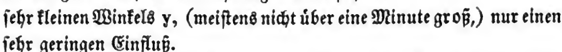
Fig. 62.



Man bestimme und messe (Fig. 59) eine auf BC senkrechte Linie Cd, so daß d in der Verlängerung von BD liegt; ist nun zugleich CB annähernd bekannt, so läßt sich daraus y berechnen; es ist nämlich:

$$CB : Cd = \sin. tot. : tg. \ y \text{ 2c.}$$

Da CB gewöhnlich nicht genau genug bekannt, so wird auch y auf diesem Wege nur ungefähr gefunden. Weil aber CB insgemein sehr groß im Vergleich gegen die Perpendikulare Cd ist, so hat ein nicht allzubeträchtlicher Fehler in der Länge CB auf die Berechnung des an sich



sehr kleinen Winkels y, (meistens nicht über eine Minute groß,) nur einen sehr geringen Einfluß.

§. 45. Man hat bei der Auswahl der Stationspunkte (Scheitelpunkte der Winkel) besonders darauf zu achten, daß der zu messende Winkel nicht

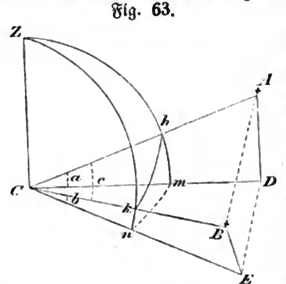
zu spitz oder zu stumpf wird, d. h. nicht zu nahe an Null und zwei Rechten liegt. Es ist bekannt, daß sich die goniometrischen Linien nicht in demselben Verhältniß ändern, wie die dazu gehörigen Bogen oder Winkel und daß sie besonders bei sehr spitzen oder sehr stumpfen Winkeln in ganz anderem Verhältniß zu- oder abnehmen. Daher kommt es, daß durch die Wahl zu spitzer oder zu stumpfer Winkel leicht Fehler entstehen, die ihre Ursache in einer geringen Winkeldifferenz haben. Jeder Geometer wird mit Hülfe der Trigonometrie sich hierzu leicht ein Beispiel berechnen können und wird überdem wissen, daß wenn sich beim Zeichnen zwei Linien unter einem sehr spitzen Winkel schneiden, der Schnittpunkt sehr unsicher wird. Die brauchbarsten Winkel sind die des gleichseitigen Dreiecks, also $\frac{2}{3}$R. Sind allzu spitze oder stumpfe Winkel nicht zu vermeiden, dann muß man um so größere Aufmerksamkeit bei der Arbeit anwenden. —

6) Reduction schiefgemessener Winkel auf den Horizont des Standorts.

§. 46. Die entfernten Objekte, nach denen bei der Messung der Winkel visirt wird, liegen selten in der durch den Standort der Beobachtung gelegten Horizontalebene. Wendet man aber Instrumente zur Messung der Winkel an, welche nicht, wie Meßtisch, Boussole und Theodolit, die Schenkel des Winkels auf den Horizont reduciren, was namentlich bei allen Spiegelinstrumenten nicht geschieht, so muß die Reduction der schiefgeneigten Winkel auf den Horizont durch Rechnung bewirkt werden.

Es sei der Winkel ACB (Fig. 63) ein schiefgeneigter, wo A und B über dem Horizont von C liegen. Die verticale Projektion des Visirstrahls CA auf die Horizontalebene durch C ist CD, die des Visirstrahls CB ist CE. Der Winkel DCE ist die horizontale Projektion des schiefgeneigten ACB. Die Punkte A und B können auch unter dem Horizont von C liegen. Statt des schiefgeneigten Winkels ACB wird nun stets die horizontale Projektion, d. h. der zum Standort C horizontale Winkel DCE, verlangt. Um den schiefgeneigten Winkel

Fig. 63.



ACB = c in DCE zu verwandeln, muß man noch die beiden Höhen- oder Tiefen-Winkel ACD = a und BCE = b messen; mit Hülfe der spärischen Trigonometrie läßt sich dann der Winkel DCE auf folgende Weise finden:

Durch die Schenkel CA und CB des schiefgeneigten Winkels c denke man sich Verticalebenen gelegt, welche den scheinbaren Horizont des Standorts C in D und E schneiden; ferner aus C mit einem beliebig großen Halbmesser, z. B. Cm = Cn in den Ebenen des schiefen und der Höhen- oder Tiefenwinkel Bogen größter Kreise beschrieben, so wird im Gradmaaß Bogen kh = $\angle$ c, Bogen hm = $\angle$ a, Bogen kn = $\angle$ b. Die Bogen hm und kn müssen einander in einer Entfernung von 90^0 schneiden. Der Durchschnittspunkt Z ist der Pol der verlängerten Bogen hm, kn, und stimmt mit dem Zenithpunkt des Standorts C zusammen. Offenbar erhält man so ein sphärisches Dreieck khZ auf der Oberfläche einer Kugel von beliebig großem Halbmesser; der sphärische Winkel Z ist im Gradmaaß = dem Aequatorbogen mn = dem Horizontalwinkel DCE.

Aus dem gemessenen Höhenwinkel a ergiebt sich sein Complement zu 90^0, nämlich Bogen hZ oder $\alpha = 90^0 - a$, ebenso Bogen kZ oder $\beta = 90^0 - b$. Sind die Bogen oder Winkel α und β gemessen worden, so kennt man auch ihre Complemente zu 90^0, $a = 90^0 - \alpha$, $b = 90^0 - \beta$, wenn a und b Höhenwinkel sind. Ebenfalls ist Bogen kh als Maaß des schiefgemessenen Winkels c bekannt.

Aus den 3 Seiten (Bogen) des sphärischen Dreiecks khZ, nämlich

$$kh = c,\ hZ = \alpha,\ kZ = \beta$$

läßt sich der sphärische Winkel Z = DCE nach folgenden Formeln berechnen:

1) $\cos. DCE = \frac{\cos. c - \cos. \alpha . \cos. \beta}{\sin. \alpha . \sin. \beta}$ oder, da

$\cos. \alpha = \sin. a$ u. s. w.

$$\cos. DCE = \frac{\cos. c - \sin. a . \sin. b}{\cos. a . \cos. b}$$

2) $\sin. \frac{1}{2} DCE = \sqrt{\frac{\sin. \frac{1}{2}(c+\alpha-\beta) . \sin. \frac{1}{2}(c+\beta-\alpha)}{\sin. \alpha . \sin. \beta}}$

oder, da

$\alpha = 90^0 - a,\ \beta = 90^0 - b,\ \sin. \alpha = \cos. a,\ \sin. \beta = \cos. b,$

$$\sin. \frac{1}{2} DCE = \sqrt{\frac{\sin. \frac{1}{2}[c+(a-b)] . \sin. \frac{1}{2}[c-(a-b)] . r^2}{\cos. a . \cos. b}}$$

Die zweite Formel läßt logarithmische Bearbeitung zu, ist daher der erstern bei wirklichen Winkelreductionen vorzuziehen.

Liegen A und B unter dem Horizont von C, oder sind a und b beide Tiefenwinkel, so ändert dies in der Rechnung nichts weiter; a und b werden nur in diesem Falle negative Höhenwinkel, und die Formel (2) lautet danach:

$$\sin. \tfrac{1}{2}DCE = \sqrt{\frac{\sin. \tfrac{1}{2}[c-(a-b)] . \sin. \tfrac{1}{2}[c+(a-b)]}{\cos a . \cos b}}.$$

Dieser Fall tritt ein, wenn man von einem Thurm aus die Sehewinkel nach niedriger liegenden Objekten mit Spiegelinstrumenten misst.

Liegt ein Objekt, z. B. B, im Horizont des Standortes C, so wird $b = 0^0$, also:

$$\sin. \tfrac{1}{2}DCE = \sqrt{\frac{\sin. \tfrac{1}{2}(c+a) . \sin. \tfrac{1}{2}(c-a)}{\cos. a}}.$$

Liegt ein Richtpunkt, z. B. A, über dem Horizont von C, der andere B unter demselben, so wird der Höhenwinkel $+a$, der Tiefenwinkel $-a$, also:

$$\sin. \tfrac{1}{2}DCE = \sqrt{\frac{\sin. \tfrac{1}{2}[c+(a+b)] . \sin. \tfrac{1}{2}[c-(a+b)]}{\cos. a . \cos. b}}.$$

Je genauer man die Höhen- oder Tiefen-Winkel zu messen vermag, desto annähernder erlangt man den reducirten Horizontalwinkel. Indessen haben Fehler von einer oder einigen Minuten in Bestimmung jener keinen sehr beträchtlichen, bei kleinen Dreiecksnetzlegungen zu beachtenden Einfluß auf letzteren. Die Reduction der Winkel auf den Horizont wird aber immer ein mühsames Geschäft bleiben.

III. Vom Ausmessen ganzer Figuren.

§. 47. Schon in §. 2 ist der Umfang der niederen Meßkunst dahin begrenzt worden, daß sich dieselbe mit solchen Theilen der Erdoberfläche beschäftigt, bei denen man von der sphärischen (Kugel-) Gestalt der Erde abstrahiren kann, die geradlinigten Entfernungen zweier Oerter gleich den zugehörigen Bogen und die horizontalprojicirten ebenen Flächen gleich den zugehörigen Kugeloberflächen annehmen darf. Aus der gewöhnlichen Betrachtung der Kugel erhellt schon, daß man in diesem Sinne die Aufnahme von Erdstrecken von 2—10 Quadratmeilen oder noch mehr nach den Regeln der niederen Meßkunst bewirken kann. Meistens hat man es jedoch bei ökonomischen, militairischen und markscheiderischen Aufnahmen nicht mit Theilen der Erdoberfläche von diesem Umfange zu thun, sondern nur mit Entfernungen von höchstens 1000 Ruthen und mit Flächen von einer oder ein Paar Quadratmeilen. Dann ist um so weniger Rücksicht auf die sphärische Gestalt der Erde zu nehmen.

Für die Aufnahme von Figuren des eben bezeichneten Umfanges giebt es nun verschiedene Methoden, die sich sowohl nach dem Zwecke dersel-

ben, wie nach der Größe, nach den Instrumenten, nach dem Terrain, ja nach Gewohnheit und Einsicht des Geometers unterscheiden.

Soweit die Ausmessungs-Methode von dem *Zwecke der Aufnahme überhaupt* abhängig ist, wird davon im folgenden Abschnitte die Rede sein.

Die *Größe* der auszumessenden Figuren ist nicht ohne wesentlichen Einfluß auf die Ausmessungs-Methode. Die Bedingungen, unter denen man kleinere Figuren richtig erhält, gelten nicht überall für größere; bei ersteren können Fehler in Bestimmung der Linien, vornämlich aber der Winkel, ganz verschwinden oder sich ausgleichen und aufheben, während bei letzteren die Fehler zunehmen und sich vergrößern. Der *erlaubte Fehler*, d. h. das Maaß der Genauigkeit, was von jeder Aufnahme verlangt werden kann, darf daher bei der größeren Figur nicht im Verhältniß des bei der kleineren Figur zulässigen stehen, vielmehr muß der erlaubte Fehler im Verhältniß der Fläche abnehmen, wie dies auch, z. B. in Preußen, gesetzlich bestimmt ist.*) Hieraus leuchtet ein, daß eine Methode für kleinere Flächen hinreichend genau, für größere aber unzulänglich sein kann.

Daß das *Terrain* für die anzuwendende Ausmessungs-Methode maßgebend ist, geht schon aus dem Umstande hervor, daß auf ebenem und freiem Terrain die Absteckung und Messung langer Linien, deren Reduction auf den Horizont und die Messung der Winkel bedeutend leichter, als auf coupirtem, bergigem und bewachsenem Terrain ist.

Nicht minder ist die Ausmessungs-Methode von den *Instrumenten und Werkzeugen* abhängig, die dem Geometer zu Gebote stehen, da dieselben in Bezug auf die Richtigkeit ihrer Angaben so sehr verschieden sind.

Was endlich den Einfluß der *Gewohnheit* und der *Einsicht* des Geometers auf die Wahl der Ausmessungs-Methode betrifft, so ist dieselbe durch die Thatsache fehlerhafter Arbeiten genugsam festgestellt, aber leider nicht gut auf andere Weise zu beseitigen, als durch gesetzliche Bestimmungen. Wenn der Geometer nicht wenigstens jenen Grad wissenschaftlicher Bildung oder nur jene mathematischen Kenntnisse besitzt, welche ihn befähigen, die Zuverlässigkeit und Brauchbarkeit seiner Arbeiten im Voraus zu bestimmen, so gehört er in die Klasse der Handwerker, nicht zu den Meßkünstlern. Kein Staat sollte solche Arbeiter beschäftigen; aber er sollte von jedem Geometer eine tüchtige Ausbildung verlangen und die Arbeiten dann anständig honoriren, wie sie es verdienen. —

---

*) Preuß. Feldmesser-Reglement v. 29. April 1813 § 72 u. § 73.

Wir gehen nun zu den gebräuchlichsten Ausmessungs-Methoden ganzer Figuren über, indem wir zugleich eine nähere Würdigung derselben damit verbinden.

1) Die Dreiecks- oder Triangulir-Methode.

§. 48. Das Dreieck ist die Basis aller zuverlässigen Meßoperationen; es kann überall bei Aufnahmen von Theilen der Erdoberfläche als Grundlage angewandt werden und gewährt mehr Sicherheit für die Richtigkeit derselben als jede andere regelmäßige oder unregelmäßige Figur oder Linie der Geometrie.

Die Anwendung des Dreiecks zur Ausmessung ganzer Figuren oder Vielecke, sowie einer Reihe aneinanderhängender Vielecke, wird in der Meßkunst als Dreiecks- oder Triangulir-Methode bezeichnet. Je nachdem man das eine oder das andere Instrument anwendet, hat diese Methode den größeren Werth der Zuverlässigkeit.

Im eigentlichen Sinne des Wortes versteht man unter der Dreiecks- oder Triangulir-Methode der Ausmessung nur das System eines Netzes von Dreiecken über den auszumessenden Theil der Erdoberfläche, bei welchem als Dreiecks-Eckpunkte Punkte oder Oerter des Terrains gewählt werden, die von einer besondern Bedeutung für die ganze Aufnahme sind, z. B. Thürme, Grenzsteine, Häuser und andere künstliche oder natürliche Grenzzeichen oder Merkmale. Man kann jedoch die Dreiecksmessung auch auf die Ausmessung der einzelnen Theile eines solchen Dreiecks-Netzes, auf das s. g. Detail, anwenden, worüber weiter unten das Nöthige gesagt werden wird.

§. 49. Um ein Dreiecks-Netz über ein auszumessendes Terrain zu legen, muß der Geometer sich zuvor eine übersichtliche Kenntniß des letzteren verschaffen; er muß die Punkte auswählen, welche er den Zwecken des Dreiecksnetzes für entsprechend und geeignet hält. Eine solche Recognoscirung des Terrains wird zugleich eine Kenntnißnahme aller Verhältnisse und der Beschaffenheit des Bodens gewähren, welche auf die ganze Meßoperation von Einfluß sind.

Man kann nun die Legung eines Dreiecksnetzes entweder von einer Standlinie (Basis) aus beginnen oder man kann dieselbe auf zwei bereits feste und bestimmte (gegebene) Punkte gründen. In beiden Fällen wird man bei der Recognoscirung des Terrains Gelegenheit haben, darauf zu rücksichtigen; man wird für die Standlinie oder Basis die beste Lage auszumitteln suchen, im Betreff der gegebenen festen Punkte dagegen in Erwägung ziehen, welche Richtobjekte von ihnen aus gesehen werden können,

und umgekehrt, von welchen Terrainpunkten aus die gegebenen festen Punkte sichtbar sind.

Bei der Wahl der Standlinie hat man die Rücksichten zu nehmen, daß dieselbe in einem möglichst ebenen Terrain liege, damit sie mit Genauigkeit gemessen werden kann; daß sie eine verhältnißmäßige Länge zum aufzunehmenden Terrain habe; daß ihre Endpunkte eine freie Aussicht gewähren und zu den wichtigsten Richtobjekten eine günstige Lage haben, damit nicht die entstehenden Winkel kleiner als 30° sind; daß die Basis in ihrem Alignement möglichst durch zwei weit entlegene und scharf markirte Objekte bestimmt ist.

In Betreff der Wahl der Dreieckspunkte hat man zu bemerken, daß dieselben von andern aus gesehen werden können, und umgekehrt, daß man von ihnen aus soviel als möglich nach andern Punkten hin visiren kann, und daß die Punkte irgend welche bemerkenswerthe Punkte des Terrains überhaupt sind.

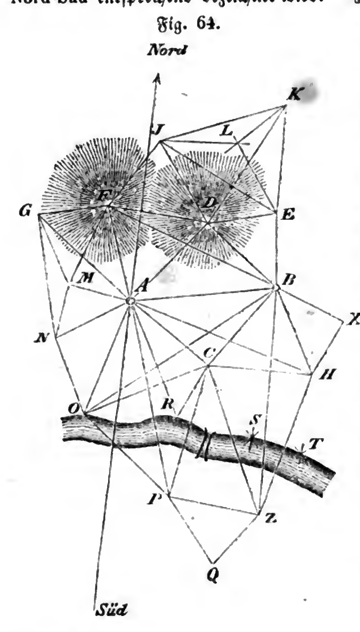
§. 50. Nachdem die Standlinie ihrer Lage nach bestimmt und die Dreiecks-Netzpunkte ausgewählt sind, bezeichnet man dieselben mit Signalen. Es sei nun AB (Fig. 64) die schicklich ausgewählte Standlinie des Dreiecksnetzes; liegt dieselbe auf einem ganz oder nahe ebenen, horizontalen Terrain, so ist die Absteckung und Messung der Linie AB mit keinen besonderen Schwierigkeiten verknüpft. Muß man dagegen die Basis AB auf einer schiefen Fläche nehmen, so hat die Horizontal-Messung, besonders mit der Meßkette größere Schwierigkeit. Zur genausten Längenbestimmung in der Basis wird man immer am besten durch Messung mit Maßstäben gelangen.

Fig. 64.

Nachdem man die Standlinie AB ihrer Länge nach gemessen hat, bestimmt man ihre

Lage gegen den durch AB laufenden magnetischen Meridian, welcher mit Nord-Süd entsprechend bezeichnet wird. Hierauf geht man zur Bestimmung der übrigen Dreiecks-Netzpunkte über, so daß man z. B. von dem Standorte B aus nach den Punkten D, F, H, C und O hinvisirt und die bezüglichen Winkel, welche diese Visirlinien mit der Standlinie AB machen, misst. Von dem Standorte A aus visirt man ebenfalls nach den Punkten H, C, O, D, F, mißt die von diesen Visirlinien und der Standlinie AB gebildeten Winkel, und erhält demnach die Bestimmungsstücke für die Dreiecke ABH, ABC, ABO, ABD und ABF. Durch diese Dreiecke sind die Punkte H, C, O, D, F festgelegt. Man hat demnach durch die Messung einer Linie und die Bestimmung mehrerer Winkel hier die Lage von fünf festen Punkten und die der bezüglichen Dreiecke erhalten.

Fig. 64.



Indem man in dieser Weise mit der Festlegung der Dreiecks-Netzpunkte fortfährt, erhält man die Lage derselben allein durch Winkelmessen; eine Messung der Dreiecksseiten ist nur dann nöthig, wenn man sie zum Detail der Aufnahme gebraucht. Ein Dreiecks-Netz erleichtert daher die Aufnahme ungemein, da es den Geometer der zeitraubenden Linien-Messungen überhebt.

Wendet man zur Bestimmung der Winkel den Theodoliten an, so müssen die Dreiecksseiten durch Rechnung gefunden werden. Mit Hülfe des Meßtisches werden die Dreiecks-Netz-Punkte durch den Schnitt der Visirlinien bestimmt. Je nach der geforderten Zuverlässigkeit der Aufnahme wird man das eine oder das andere dieser Instrumente anwenden. Der Gebrauch der Boussole zu den Winkelbestimmungen eines Dreiecks-Netzes ist wegen der zu ge-

ringen Zuverlässigkeit und Genauigkeit zu verwerfen. Die sogenannten Spiegelinstrumente erfordern in nicht ganz ebenem Terrain eine Reduction der Winkel auf den Horizont durch umständliche Rechnung. Die zweckmäßigsten und zuverlässigsten Instrumente zur Aufnahme von Dreiecks-Netzen sind daher Theodolit oder Meßtisch. —

Die Festlegung der Punkte H, C, O, F, D (Fig. 64) ist durch Vorwärts-Einschneiden gefunden; es ist zweckmäßig, die Netzpunkte womöglich durch ein dreifaches Einschneiden aus drei Standorten der Basis festzulegen, um auf diese Weise eine Prüfung und Controlle für die Richtigkeit der ganzen Operation zu haben.

Wenn andere Richtobjekte entweder zu weit von AB entfernt stehen, z. B. P, Z, ferner, wenn sie unter zu spitzen oder zu stumpfen Winkeln gegen AB liegen, wie z. B. M, N, endlich, wenn sie von AB aus nicht sichtbar sind, z. B. F, wegen eines dazwischen liegenden Berges, so müssen die Situationen solcher Punkte aus einer zweiten oder dritten, mittelbar erhaltenen Seiten-Standlinie festgelegt werden. So bestimmt man von der Standlinie FD aus J durch Vorwärts-Einschneiden, von CH aus Z, von OC aus P u. s. w. Die auf diese Weise bestimmten Dreiecke dienen mit ihren Seiten als Standlinien der dritten Reihe wiederum zum Einschneiden auf entferntere, früher vielleicht nicht sichtbare Richtobjekte, z. B. DJ zur Festlegung des Punktes K, BH zu der des Punktes X u. s. w.

Die neuen Standlinien der ersten, zweiten, dritten Folge rc. sind, wie man sieht, Verbindungslinien der ganzen Aufnahme. Man muß die äußerste Sorgfalt anwenden, um ihre wahren horizontalen Entfernungen so annähernd wie möglich zu erreichen. Um sich dessen zu versichern, schneidet man, wo es die Aussicht und die gute Gestaltung der Dreiecke erlaubt, auf ein und dasselbe Objekt von drei oder noch mehreren Standlinien aus ein, z. B. auf O aus AB und AC. Auch dient ferner das Rückwärts-Einschneiden dazu, die bereits bestimmte Lage eines Objektes O gegen ein sonst richtig begründetes Dreieck ABC zu prüfen.

Eine andere Versicherung, die bei jeder größern Triangulirung unerläßlich wird, ist die wirkliche Ausmessung einer durch Rechnung gefundenen, oder durch Zeichnung auf dem Meßtische bestimmten Dreiecksseite und die Vergleichung beider Resultate. Man kann auch noch andere Versicherungsbasen im Lauf der Arbeit direct messen, und wird dadurch in den Stand gesetzt, die ganze Operation nach mehreren Seiten hin zu prüfen, zu berichtigen und das Anwachsen der Fehler um den von der Hauptbasis AB weit entfernten Dreiecken zu verhindern.

Das Vorwärts-Einschneiden aus der gemessenen Basis AB und aus anderen indirect gefundenen Standpunkten muß als Hauptact der Triangulirung betrachtet werden, indem dadurch aus je zwei Standorten sogleich eine große Anzahl andrer Richtobjekte festgelegt wird, ohne daß man ihre Stellen auf dem Boden zu betreten braucht.

Eine zweite, fast gleich wichtige, unter gewissen Umständen ganz unentbehrliche Operation ist die Festlegung neuer Punkte gegen drei oder mehrere andre bereits festgelegte Richtobjekte vermittelst des Rückwärts-Einschneidens. Ein neuer, dermaßen zu bestimmender Punkt, z. B. P konnte entweder von einer Standlinie AB, BC, ꝛc. aus nicht anvisirt und durch Vorwärts-Einschneiden bestimmt werden, oder er gab mit der Standlinie ein Dreieck mit zu spitzem oder zu stumpfem Winkel, oder man lernt die Vortheile seiner Lage zur Aufnahme und Festlegung neuer Punkte erst dann kennen, wenn man ihn im Fortgang der Aufnahme betritt.

Fig. 64.

In allen solchen Fällen erhält er seine richtige Lage gegen drei andere, bereits festgelegte Punkte, z. B. gegen A, O, C, durch Rückwärts-Einschneiden. Bestimmt man ferner den Punkt Z durch Rückwärts-Einschneiden auf die Punkte P, C, H, so gewinnt man in PZ eine neue Standlinie, von welcher aus man den Punkt Q festlegen kann.

Durch eine richtige Anwendung des Rückwärts-Einschneidens gewinnt die Triangulirung an Sicherheit und Schnelligkeit.

Man kann auf diese Weise sich manche wirkliche Längenmessung ersparen, indem man bei kleineren Seitenmessungen die Lage mehrerer Grenzpunkte gegen andere festgelegte Punkte bestimmt. So sind in (Fig. 64) die Punkte S, T gegen B, C, H durch Rückwärts-Einschneiden festgelegt.

Man wendet das Rückwärts-Einschneiden insbesondere zur Festlegung solcher Dreiecks-Punkte an, zu denen man wirklich kommen kann, denen es an natürlichen Signalen fehlt, die man von der ersten, zweiten 2c. Standlinie nicht sehen oder nicht unter guten Bedingungen aufnehmen konnte, oder aber, welche man erst im Verlauf der Aufnahme als brauchbar erkannte. Dagegen wird man durch Vorwärts-Einschneiden aus Standlinien vorzugsweis nur die Lage solcher Objekte bestimmen, welche auf weite Entfernungen als deutlich und scharf begrenzte Signale gesehen werden und zu denen man nicht gut gelangen kann. Beide Methoden greifen demnach schicklich in einander, unterstützen sich wechselseitig und werden in vorsichtiger und gewandter Verbindung ein brauchbares Dreiecks-Netz des aufzunehmenden Terrains geben.

§. 51. Wie schon früher angedeutet worden, ist das Dreiecks-Netz ein allgemeines und das einzige, überall anwendbare Mittel, die Gestalt von Theilen der Erdoberfläche mit Sicherheit zu bestimmen. Es gilt dies sowohl von solchen Theilen, die ganze Länder umfassen, als von solchen, welche nur einzelne Fluren, Waldreviere 2c. in sich begreifen. Bei jenen findet nur der Unterschied statt, daß die Seiten der Dreiecke von größerer Ausdehnung, oft mehrere hundert Meilen lang, genommen werden und bei ihnen die sphärische Gestalt der Erde in Betracht gezogen wird, während bei diesen die horizontalen Projectionen der Flächen als Ebenen gelten und die Winkel derselben als Winkel in der Ebene gemessen werden. Das Dreiecks-Netz ist also das wahre Fundament der gesammten Meßkunst. Jede andere Controlle der Richtigkeit einer Messung, z. B. die der sogenannten Hauptlinien, die nicht zu Dreiecken verbunden sind, ist eine eingebildete, welche für die Praxis gar keinen Werth hat. Es muß insbesondere darauf hingewiesen werden, daß es gar nicht nöthig ist, den Hauptlinien (vorausgesetzt, daß dieselben zu Dreiecken verbunden werden) eine sehr große Ausdehnung zu geben; die Messung der Länge derselben mit der Kette wird bei solcher Ausdehnung leicht sehr fehlerhaft und erheischt einen bedeutenden Aufwand an Zeit und Mühe, während die Messung der Winkel eines Dreiecks-Netzes weniger Arbeit erfordert, also die Aufnahme selbst wesentlich erleichtert.

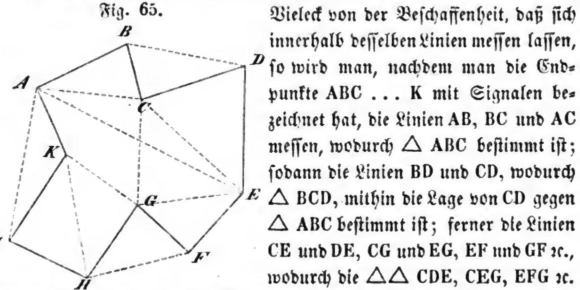
Das Dreiecks-Netz erweist sich aber auch noch in anderer Beziehung von wesentlichem Nutzen. Das Terrain ist nämlich nicht unveränderlich, Besitz, Cultur und Benutzung können die Grenzen verrücken. Ein Dreiecks-Netz gewährt den Vortheil, zu allen Zeiten die Daten wieder zu geben, welche zur Kenntniß des früheren Zustandes erforderlich sind, vornemlich

wenn man bei Festlegung des Dreiecks-Netzes die Haupt-Dreiecks-Punkte auf unveränderliche Merkmale legte, oder sie mit solchen versah.

§. 52. In Betreff der Aufnahme des Details eines Dreiecks-Netzes durch Anwendung der Dreiecksmessung ist Folgendes zu bemerken: Außer der bereits mehrfach erwähnten Anwendung von Winkelmessern zur Bestimmung von Dreiecken wird in Ermangelung solcher die Aufnahme kleiner Figuren auch mit der Kette bewirkt, indem man sich die aufzumessende Figur in Dreiecke zerlegt denkt und deren Seiten misst, oder, was dasselbe ist, indem man die Seiten der Figur und ihrer Diagonalen misst. Dies Verfahren beruht auf dem Satze, daß das Dreieck durch seine drei Seiten völlig bestimmt ist.

1) Es sei ABCD . . . K (Fig. 65) ein auszumessendes geradliniges Vieleck von der Beschaffenheit, daß sich innerhalb desselben Linien messen lassen, so wird man, nachdem man die Endpunkte ABC . . . K mit Signalen bezeichnet hat, die Linien AB, BC und AC messen, wodurch △ ABC bestimmt ist; sodann die Linien BD und CD, wodurch △ BCD, mithin die Lage von CD gegen △ ABC bestimmt ist; ferner die Linien CE und DE, CG und EG, EF und GF 2c., wodurch die △△ CDE, CEG, EFG 2c. bestimmt sind. Auf diese Weise erhält man die Gestalt und Lage des Vielecks vollständig, weil die Seiten aller einzelnen Dreiecke bekannt sind und jedesmal mit drei Seiten nur ein Dreieck möglich ist. Zur Prüfung muß man jedoch einige Diagonalen, wie AE, EH und AH, die unter sich wieder Dreiecke einschließen, messen.

Fig. 65.

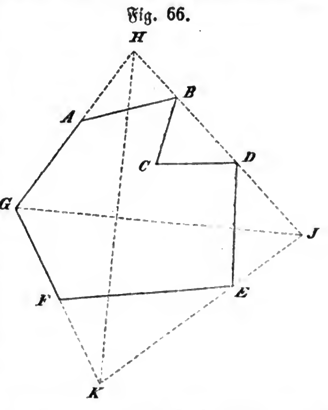


Hat man mehrere aneinander liegende, übersehbare Vielecke aufzunehmen, so ist das Verfahren ganz dasselbe, wenn man nur dafür sorgt, daß sie durch Dreiecke zweckmäßig verbunden werden. Man misst dann auch wohl größere Dreiecke, welche sämmtliche Vielecke berühren, und zerlegt diese so in kleinere Theile, die sich an die größeren Dreiecke sicher anschließen lassen.

2) Ist ABCDEFG (Fig. 66, s. folgende Seite) ein geradliniges Vieleck, das die Messung von Diagonalen nicht zuläßt, so muß man die entsprechenden Dreiecke um das auszumessende Vieleck legen; wenn sich dies als nicht möglich erweist, so kann die Aufgabe überhaupt durch Dreiecksmessung

mit Hülfe der Kette nicht gelöst werden, es muß dies vielmehr mit Hülfe eines Winkelmessers geschehen. Legt man eine Kette von Dreiecken um das auszumessende Vieleck, so wird es vortheilhaft sein, wenn man möglichst viele Verlängerungen von Seiten des Vielecks zu den zu bestimmenden Dreiecken verwendet, wie dies aus der Figur hinlänglich ersichtlich ist.

Fig. 66.



Eine Prüfung ist in diesem Falle nicht anders möglich, als durch die Messung der Diagonalen GJ und HK, sofern dieselben überhaupt messbar gemacht werden können. Im entgegengesetzten Falle geht der Messung jede Prüfung ab, ein Umstand, der nie stattfinden darf, da es als allgemeine Regel gilt: daß wenigstens die Hauptpunkte nicht ohne Probe sein dürfen, d. h. daß ihre Lage auf zwei verschiedenen Wegen gefunden werden muß.—

Dies Verfahren, kleinere Figuren in Dreiecke zu zerlegen, um dieselben mit der Kette aufzumessen, hat sehr viel gegen sich. Die vielen Linien-Absteckungen und Messungen erfordern viel Zeit und Mühe und liefern nicht einmal genaue Resultate. Ueberdem muß das Terrain für die Anwendung dieser sogenannten Diagonal-Methode sehr günstig, insbesondere aber eben und übersichtlich sein. Diese Methode ist also keineswegs allgemein und selbst kaum in irgend einem Falle zu empfehlen, wie sehr sie auch in verschiedenen Lehrbüchern angepriesen wird. Sie ist wegen der vielen Linienmessungen die beschwerlichste und deshalb nicht die genauste, also auch nicht die beste Methode und nur zur Aushülfe in dem Falle nachzusehn, wo alle bessern Hülfsmittel und Kenntnisse abgehen.

2) Die Perpendikular- und Parallel-Methode.

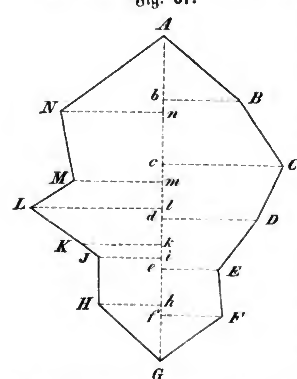
§. 53. Es ist bereits in den §§. 7 und 19 gezeigt worden, wie man eine krummlinigte Begrenzung durch abgesteckte und sodann gemessene Abscissen und senkrechte Ordinaten bestimmen kann. Nicht allein einzelne Punkte einer krummen oder gebrochenen Linie können auf diese

Weise festgelegt werden, sondern es lassen sich auch ganze Figuren durch ein solches Verfahren, welches Perpendikular-Methode genannt wird, nach ihren Umgränzungen, Flächenräumen und nach den innerhalb derselben liegenden bemerkenswerthen Punkten 2c. aufnehmen. Da diese Methode jedoch das Abstecken und Messen vieler geraden und senkrechten Linien erfordert, so beschränkt sich ihre Anwendung nur auf Linien und Flächen von geringer Ausdehnung, z. B. auf die Aufnahme von Flüssen, einzelner Wiesen und Ackerstücke u. s. w.

Zur Absteckung und Bestimmung der senkrechten Ordinaten eignen sich vorzugsweis das Winkelkreuz und der Winkelspiegel; in manchen Fällen kann sogar ein geübtes Augenmaaß zur Bestimmung der Perpendikularen als ausreichend erachtet werden.

Es sei ABC . . . . . N (Fig. 67) eine auszumessende Parzelle von der angedeuteten Größe, so bezeichne man ihre Eckpunkte ABC etc. mit Signalen und messe mit der Kette die Abscissen-Linie AG. Hierbei suche man mit Hülfe des Winkelkreuzes oder des Winkelspiegels die Punkte b, n, c, m, l, d, k, i, e, h, f, d. h. diejenigen Punkte, auf welche die von B, N, C, M 2c. auf AG gefällten Senkrechten treffen würden, und bezeichne diese Punkte, wenn man sie nicht sogleich mit der Kette aufmisst, mit Pfählen. Nachdem die Linie AG gemessen ist, misst man diese Senkrechten fF, hH, eE, 2c. bis bB und trägt ihre Maaße in eine flüchtige Zeichnung ein. Man kann auch während der Messung der Linie AG die Perpendikularen bestimmen.

Fig. 67.



Die Anwendung dieser Methode ist, wie bereits erwähnt, eine sehr beschränkte; zur Aufnahme größerer Figuren, bei welchen die Perpendikularen eine bedeutende Länge erhalten würden, also auch sehr schwierig zu bestimmen sein dürften, eignet sich dieselbe durchaus nicht; dagegen wird sie bei Aufnahme von Dorflagen, Gehöften 2c., wenn man sonst die Abscissen-Linien durch eine Winkelmessung in Verbindung bringt, sich als praktisch erweisen, da bei solchen Aufnahmen die Messung vieler einzelnen Winkel ihre besonderen Schwierigkeiten in den Lokal-Verhältnissen findet.

§. 54. Eine andere Methode der Aufnahme größerer Figuren ist die von dem dänischen Geometer Bugge herrührende und mit besonderer Vorliebe angepriesene sogenannte Parallel-Methode. Sie besteht im Wesentlichen in dem Verfahren, über die ganze Fläche des auszumessenden Terrains Parallelen von bestimmter Entfernung abzustecken und zu messen. Abgesehen von dem Umstande, daß das Abstecken der Parallelen, sofern es überhaupt in bergigem und bewachsenem Terrain möglich ist, viel Zeitaufwand und besondere Sorgfalt erfordert, so wird man dadurch keineswegs den Zweck der Aufnahme vollkommen erreichen, weil jene Parallelen nicht immer oder nur selten die bemerkenswerthen und wichtigen Punkte treffen. Die zeitraubende Messung der Parallelen schließt also nicht die Anwendung einer andern Aufnahme-Methode zur Bestimmung solcher wichtigen Punkte aus. Man wird überdem, indem man die Parallelen misst, viel zu viel Linien messen, die sonst für die Aufnahme ganz bedeutungslos sind. Endlich ist noch gegen die Methode einzuwenden, daß sie allein auf der Messung von Linien beruht und von den weit vortheilhafteren Winkelmessungen ganz absieht. Es ist bereits in dem bisher Vorgetragenen mehrfach auf die wichtige Regel hingewiesen: soviel als möglich bei jeder Aufnahme Winkel anstatt der Linien zu messen und es bedarf daher keiner weiteren Darlegung der Mangelhaftigkeit dieser Methode von dem bezeichneten Gesichtspunkte aus.

3) Die Perimeter-Methode.

§. 55. Das Verfahren, einen Theil der Erdoberfläche oder eine Figur blos dadurch aufzunehmen, daß man progressive die Begrenzungslinien ihres ganzen Umfangs nebst den von je zwei Seiten eingeschlossenen Winkel misst, nennt man die Perimeter-Methode. Diese Methode, welche man nur allzuhäufig und ohne Noth angewendet findet, ist sehr beschwerlich und gewährt wenig Garantie für die Zuverlässigkeit einer Aufnahme. Denkt man sich den Umfang einer Feldmark, eines Waldes, ꝛc. von mehreren Tausend Morgen durch eine noch so geringe Anzahl von Linien und Winkeln bestimmt, so wird die Messung solcher Linien von beträchtlicher Länge bei einer geringen Anzahl Winkel, oder die Bestimmung vieler Winkel bei kleinen Linien, immer ihre bedeutenden Schwierigkeiten haben und ohne Fehler nicht auszuführen sein. Die Fehler in den Winkeln und Linien berühren nun diese nicht allein, sondern haben Einfluß auf die Gestalt der ganzen Figur; sie heben sich in vielen Fällen nicht auf, sondern verdoppeln sich. Daher kommt fast bei allen derartigen größeren Aufnahmen der Fall vor, daß die Figur am Ende, wie man sagt, nicht schließt, d. h.,

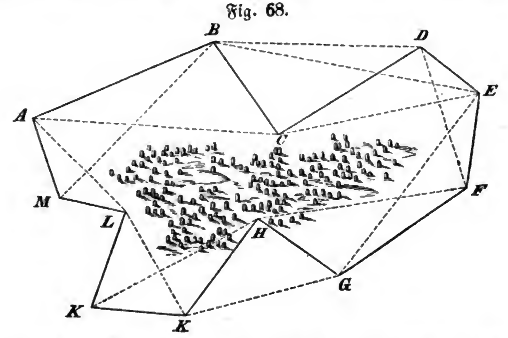
daß die Summe der Fehler erst am Ende der ganzen Aufnahme hervortritt. Eine Correktion der Aufnahme läßt sich nur durch Wiederholung der ganzen Arbeit bewirken. Anstatt dessen wird aber nur allzuoft zu einer Berichtigung nach Gutdünken geschritten, wodurch das Resultat der Aufnahme ein noch unbrauchbareres wird. Dieser Fall kommt insbesondere häufig vor, wo die Boussole zur Winkelbestimmung bei größeren Figuren, die aus dem Umfang gemessen werden, angewandt wird; ja es giebt Beispiele, daß nachdem eine solche Perimeter-Messung vorgenommen worden, nachträglich eine sogenannte Hauptlinie, d. h. eine möglichst lange Linie, welche zwei Punkte des Umfanges verbindet, als Controlle gemessen wurde. Es ist einleuchtend, daß selbst in diesem Falle keine Gewähr für die Richtigkeit der Aufnahme vorhanden ist.

Die Anwendung der Perimeter-Methode hat aber dennoch, wenn es nicht in dem bezeichneten Umfange geschieht, ihre Vortheile. Zur Ausmessung kleinerer Figuren des Details, bei denen einzelne Punkte als bereits festgelegte bekannt oder gegeben sind, ist sie unter Berücksichtigung der nöthigen Vorsichtsmaßregeln recht wohl anzuwenden, wie aus den nachfolgenden Beispielen ersichtlich ist.

A. Aufnahme aus dem Umfange mit dem Meßtisch.

Es sei ABCD . . . . . . M (Fig. 68) eine Parzelle, deren Grenz-Eckpunkte zum Theil, oder doch wenigstens jeder von dem vorhergehenden, zu

Fig. 68.



übersehen sind. Man stelle den Meßtisch in A auf, nehme auf demselben einen Punkt a an, lege das Diopterlineal an a, visire nach B und, wenn es angeht, nach C, und ziehe an dem Lineal ab und ac von unbestimmter Länge. Man messe die Seite AB genau, gebe der Linie ab auf dem Meßtisch die

Länge von AB nach dem Maaßstabe. Nun bringe man den Meßtisch nach B, stelle ihn mit b über B auf, lege das Diopterlineal an b, drehe den Tisch so, daß ba in die Richtung BA fällt, visire nach C und, wenn es möglich, nach D, und ziehe an dem Lineal bc und bd. Die Linie bc wird von der auf dem Tisch schon vorhandenen Linie ac den Punkt c abschneiden, welcher den Punkt C auf der Erde vorstellt. Man bringe ferner den Meßtisch nach C, stelle ihn mit c über C auf, lege das Diopterlineal an cb und drehe den Tisch so, daß cb in die Richtung von CB fällt, so muß auch ca die Richtung von CA haben, was als Prüfung dient. Von C aus visire man nach D und E und ziehe cd und ce, so schneidet wieder cd von der schon vorhandenen Linie bd den Punkt d ab, welcher den Punkt D auf der Erde vorstellt. In dieser Weise fährt man fort und findet die Ecken der Figur der Reihe nach unter gleichzeitiger Prüfung der Richtigkeit der Operation, ohne daß weiter eine Linie zu messen ist.

Je mehr Eckpunkte einer Figur von einem Stationspunkte aus gesehen werden können, desto mehr Proben hat man bei der Messung, wenn man nach jedem derselben hinvisirt. Kann man jedoch nicht von einem Stationspunkte aus mehrere Eckpunkte der Figur, sondern nur einen und zwar den nächstfolgenden übersehen, z. B. nur von A nach B, von B nach C, von C nach D (Fig. 68), so muß man den Meßtisch mit dem Punkte a über dem Punkte A aufstellen und nach B visiren, die Linie ab auf dem Meßtische ziehen, die Entfernung von A und B messen und nach dem Maaßstabe der Zeichnung auf die Linie ab abtragen. Sodann stellt man den Meßtisch über B auf, orientirt ihn mit der Linie ab in die AB, visirt von b nach C, mißt die Linie BC und trägt sie wiederum nach dem Maaßstabe der Zeichnung auf der noch unbegrenzten Linie bc des Meßtisches ab. In dieser Weise fährt man fort bis zum Schluß der Figur.

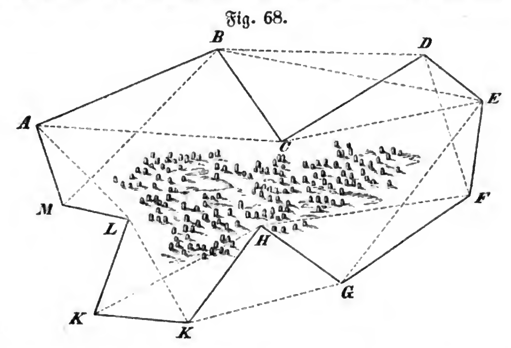
Kann man einen entfernt gelegenen Punkt bei dieser letzteren beschränkten Umfangsmessung finden, welcher außerhalb der aufzunehmenden Figur und so liegt, daß er von mehreren Eckpunkten derselben gesehen werden kann, so wird man eine Prüfung für die richtige Lage dieser Eckpunkte haben, wenn man von jedem derselben nach jenem Punkte hinvisirt und untersucht, ob die gezogenen Visirlinien sich in einem und demselben Punkte schneiden.

B. Aufnahme aus dem Umfange mit der Boussole und mit dem Theodoliten.

Es sei ABCD . . . . . M (Fig. 68, f. folg. S.) eine Parzelle, deren Grenz-Eckpunkte zum Theil, oder doch wenigstens jeder von dem vorherge-

henden, zu übersehen sind. Man stellt die Boussole der Reihe nach in jedem Eckpunkte auf und misst die Richtung der Seiten und der je zwei an

Fig. 68.



einanderstehende Seiten verbindenden Diagonalen, wenn das letztere überhaupt möglich ist. Man erhält auf diese Weise die Figur und durch die zweimalige Messung der Richtung jeder Linie zugleich eine Prüfung derselben. Hat man z. B. die Boussole in A aufgestellt, und nach B, dann nach C visirt, d. h. die Abweichung der Linien AB und AC vom magnetischen Meridian gemessen, und ferner die Boussole in B aufgestellt und nach C visirt: so sind in dem △ ABC, nachdem auch noch die Länge der einen Seite AB gemessen worden, die drei Winkel nebst der einen Seite AB bekannt; also kann man BC finden. Stellt man daher weiter die Boussole in C auf und misst nun die Richtung von CD, desgleichen von CB, CE und CA, so sind wiederum in dem △ BCD die drei Winkel nebst der Seite BC bekannt, und man kann CD finden. So kann man fortfahren und die Lage aller Ecken der Figur bestimmen, und zwar wird, wie leicht zu sehen, die Richtung aller Seiten und Diagonalen zweimal, also mit Probe, gemessen. Misst man darauf die Seiten alle selbst, so dient solches zur ferneren Prüfung.

Die Controlle für die richtige Lage der Punkte durch doppelte Messung der Richtung der Schnittlinie derselben mittelst der Boussole hat jedoch auch ihre Bedenken, wenn, wie in (Fig. 68) z. B. der Fall eintritt, die Linien BD und DE, CD und CE nur eine geringe Differenz in ihrer Abweichung vom magnetischen Meridian zeigen. Die Unzulänglichkeit der Boussole als Winkelmesser kann hier leicht eine andere Lage für die Punkte D und E zu Wege bringen.

Zur Prüfung der Winkel eines aus dem Umfange mit der Boussole aufgemessenen Vielecks dient der Satz, daß die Summe derselben = 2n — 4R, wenn die Seitenzahl der Figur n ist. Hierdurch ist wenigstens die Prüfung der Richtigkeit der Winkel gegeben. —

Das brauchbarste Instrument für Perimeter=Messungen, bei denen es nur einigermaaßen auf Genauigkeit ankommt, ist der Theodolit. Nur das Vorurtheil handwerksmäßig arbeitender Geometer kann sich gegen dessen Anwendung erklären. Allerdings erfordert eine Winkelmessung mit dem Theodoliten das Visiren von zwei Linien und eine einfache Subtraktion, wodurch man das Maaß des Winkels in Graden 2c. erhält. Allein der Winkel kann auch bis auf eine Minute genau gemessen werden, — eine Genauigkeit, die man übrigens bei dem jetzigen Stande der Wissenschaft und der Mechanik der Instrumente von jedem Geometer verlangen kann, — während die Winkelbestimmungen der Boussole eine Differenz von 8—10 Minuten zulassen. Für einen unbedeutenden Zeitaufwand wird an Zuverlässigkeit der Messung wesentlich gewonnen.

Im Uebrigen zeigt das Aufnehmen aus dem Umfange mit dem Theodoliten keine besondere Abweichungen von dem mit der Boussole, als die durch die Verschiedenheit der Instrumente selbst bedingte. —

§. 56. Aus dem Vorhergehenden läßt sich nun entnehmen, welche Ausmessungs=Methode man zur Aufnahme ganzer Figuren anzuwenden hat. In allen Fällen wird ein Dreiecks=Netz die Basis einer Aufnahme bilden müssen, dessen Standlinie mit Kette oder mit Maaßstäben und dessen Winkel mit dem Theodoliten oder dessen Seiten mit dem Meßtische zu bestimmen sind. Die Detailmessung eines Dreiecksnetzes kann mit dem Meßtische, der Boussole und dem Theodoliten vorgenommen werden, d. h., es können einzelne Punkte durch Vorwärts=, Seitwärts= oder Rückwärts=Einschneiden mit dem Meßtische festgelegt werden (Triangulir= und Diagonal=Methode), oder es können die Winkel, welche die Umfangslinien der Figuren mit einander bilden, durch Boussole oder besser noch durch den Theodolit gemessen werden (Perimeter=Methode), oder es können endlich kleine unregelmäßige Figuren, welche leicht zu übersehen sind, durch senkrechte Ordinaten und Abscissen mit Hülfe des Winkelkreuzes oder Winkelspiegels bestimmt werden. —

Die Anwendung der s. g. Spiegel=Instrumente zur Aufnahme ganzer Figuren wird weiter unten bei dem Abschnitt über „militärisches Aufnehmen" gezeigt werden.

2. Abschnitt.

Die Praxis der niederen Meßkunst.

§. 57. Nachdem in dem ersten Abschnitte die allgemeinen Grund- und Lehrsätze der niederen Meßkunst vorgetragen sind, gehen wir nun zu der praktischen Anwendung derselben über. Sie ist verschieden nach den Gegenständen, welche aufgenommen werden und nach den Zwecken, um welcher die Aufnahme geschieht; sie kann sich auf Horizontal-Linien und Flächen wie auf Verticallinien und Flächen erstrecken.

Um eine genügende Uebersicht zu gewinnen, soll der praktische Theil der niederen Meßkunst unter folgenden Rubriken behandelt werden:

I. Das Feldmessen und die Aufnahme der Forsten, sowie die Vermessungen zum Behufe von Bauten (Straßen, Eisenbahnen ꝛc.);

II. Das Nivelliren und Höhenmessen;

III. Das militairische Aufnehmen (topographische Meßkunst);

IV. Das Markscheiden.

I. Das Feldmessen und die Aufnahme der Forsten, sowie die Vermessungen zum Behufe der Bauten.

A. Das Feldmessen.

§. 58. Die geometrische Aufnahme der Feldmarken, welche sich bis auf natürliche Cultur- und Besitz-Grenzen erstreckt, nennt man Feldmessen.

Eine solche Aufnahme hat entweder die bloße Feststellung der Grenzen und der Besitzstände, oder die Regulirung des Besitzes nach gesetzlichen Grundlagen, (z. B. die Ablösung von Grund-Zinsen und Zehnten, die Vertheilung der Gemeinheiten, die Zusammenlegung der Grundstücke ꝛc.) oder endlich die Ermittelung der Quantität und Qualität der zu besteuernden Grundstücke zum Zweck. In allen diesen Fällen handelt es sich demnach um die Ermittelung des Besitzstandes jedes einzelnen Grundbesitzers. Der Grundbesitz hat überall einen bestimmten Werth; je nach der Lage, Beschaffenheit oder sonstigen Verhältnisse einen höheren oder geringeren. Die erste Anforderung, welche man hiernach an die Aufnahme des Feldmessers zu machen hat, geht dahin, daß dieselbe den Besitz jedes einzelnen Interessenten richtig feststellt.

Dabei kommt, wie schon früher gezeigt worden, die Methode des Aufnehmens, die Wahl der dabei angewandten Instrumente, die Geschicklichkeit und Sorgfalt des Messenden, nicht minder aber auch die Größe des verjüngten Maaßstabes, welcher zu den Zeichnungen der Aufnahme angewandt wird, in Betracht. Ist der verjüngte Maaßstab der Zeichnung ein so kleiner, daß z. B. nur halbe Ruthen mit dem Zirkel noch abgegriffen und bezeichnet werden können, so wird die Ermittelung des Flächeninhalts der Ackerstücke nicht bis auf einzelne Ruthen genau sein können. Die Wahl eines zu großen Maaßstabes bedingt eine größere Zeichnungsfläche, die in vielen Fällen sehr unbequem zu handhaben ist. Man wählt daher meist einen Maaßstab für die Zeichnung, welcher beiden Anforderungen entspricht; in Preußen ist z. B. die Anwendung der Maaßstäbe von 20, 25 oder 30 Ruthen auf einen Decimalzoll oder die Darstellungen in $\frac{1}{2000}$ tel, $\frac{1}{2500}$ tel oder $\frac{1}{5000}$ tel der natürlichen Länge bei diesen Arbeiten üblich, am meisten wird der Maaßstab von $\frac{1}{2500}$ tel der wahren Länge angewendet.

Trotz aller angewandten Sorgsamkeit bei der Aufnahme und dem Auftragen (Zeichnen) einer Feldmark wird man immer nicht die Anforderung einer streng mathemathischen Genauigkeit an eine solche Arbeit machen können: die unumgänglichen Fehler bei dem Messen der Längen und Winkel, die dann durch die Zeichnung nicht vermindert, sondern möglicherweise noch vergrößert werden (— eine feingezogene Linie bedeckt schon einen Winkel von etwa 1—2 Minuten —) lassen immer eine gewisse Fehlerhaftigkeit der Arbeit zu. Diese unumgänglichen Fehler bei Feststellung des Besitzstandes müssen jedoch eine Grenze haben, innerhalb deren sie sich bewegen dürfen. In den meisten Staaten ist diese Grenze der erlaubten oder zulässigen Fehler der Aufnahme mit der Wirklichkeit gesetzlich festgestellt. So ist z. B. in Preußen auf die Länge von 100 Ruthen eine Differenz von drei Zehntheilen einer Ruthe (3 Dec.-Fuß) gestattet, eine Differenz, die allerdings etwas groß erscheint; bei Flächeninhaltsbestimmungen ist zulässig die Differenz

von 1—100 Morgen einschließlich, auf den Morgen 2 Quadratruthen;
von 101—500 Morgen einschließlich, auf 100 Morgen $1^1/_9$ Morgen und auf jeden folgenden Morgen $1^4/_5$ Quadratruthen;
von über 500—1000 Morgen einschließlich, auf 500 Morgen $5^1/_9$ Morgen auf jeden folgenden Morgen $1^1/_2$ Quadratruthen;
von über 1000—5000 Morgen einschließlich, auf 1000 Morgen $9^5/_{18}$ Morgen und auf jeden folgenden Morgen $1^7/_{20}$ Quadratruthen;

von über 5000—10000	Morgen einschließlich, auf 5000 Morgen $39^5/_{18}$ Morgen und auf jeden folgenden Morgen $1^1/_5$ Quadratruthen;
von über 10000	Morgen, auf 10000 Morgen $72^{11}/_{18}$ Morgen und auf jeden folgenden Morgen $^9/_{10}$ Quadratruthen. —

Es darf aber von jedem gewissenhaften Geometer erwartet werden, daß er seine Arbeiten so ausführe, um nicht das Maaß der gesetzlich zulässigen Differenz für dieselben in Anspruch nehmen zu müssen. —

§. 59. Vor dem Beginn einer jeden Aufnahme hat sich der Geometer zuvörderst über die Wahl der anzuwendenden Instrumente zu entscheiden. Schon in dem Vorhergegangenen, namentlich in den §§ 47—55, ist mehrfach davon die Rede gewesen, und es darf somit hier nur wiederholentlich darauf hingewiesen werden, daß Theodolit oder Meßtisch und die Kette zur Aufnahme eines Dreiecksnetzes wie des Details die zweckmäßigsten und brauchbarsten Instrumente sind. Die Anwendung der Boussole zu Winkelbestimmungen erheischt die größte Vorsicht, da ihre Angaben nur allzuoft durch unbemerkbare Einflüsse unrichtig sein können.*) Das Winkelkreuz und der Winkelspiegel gehören zu den entbehrlichen Instrumenten, wenn man sonst es nicht darauf absieht, durch Ordinaten viele und wichtige Punkte festzulegen.

Welche Instrumente nun auch der Geometer anwendet, immer muß er — vorausgesetzt, daß dieselben sorgsam geprüft sind, — im Stande sein, die Genauigkeit zu ermessen, die mit den Instrumenten zu erreichen ist, d. h. er muß die Fehler, welche trotz aller Aufmerksamkeit bei dem Gebrauche eines Instrumentes durchschnittlich begangen werden, kennen und in Rechnung stellen. Es ist keine unmittelbar gemessene Größe und also auch keine aus Messungen hergeleitete Größe für absolut richtig zu halten. Bei aller Sorgfalt, mit welcher eine Messung ausgeführt ist, wird man wenn auch noch so kleine Fehler begehen, ganz abgesehen von den s. g. groben oder Nachlässigkeits-Fehlern.

Von jenen Fehlern kann man in Bezug auf ihre Ursache zwei Gattungen unterscheiden:

1) Regelmäßige oder constante Fehler, d. h. solche Fehler,

---

*) Man sehe: C. Schneitler, die Instrumente und Werkzeuge der höhern und niederen Meßkunst, 2c. §. 136. S. 102.

die, wenn die Messung unter denselben Umständen wiederholt würde, nothwendig auch wieder in derselben Größe hervortreten müßten, oder deren Größe nach irgend einem bestimmten Gesetze mit den jedesmaligen Umständen zusammenhängt. Die Ursachen solcher Fehler müssen bleibend sein und müssen, wegen der Gesetzmäßigkeit ihrer Wirkungen, aufgefunden werden können. Die wissenschaftliche Praxis hat es als Hauptaufgabe zu betrachten, die Messungen von dieser Art Fehlern rein zu erhalten, d. h. zuerst sorgfältig die Ursachen der regelmäßigen Fehler zu erforschen und dann entweder diese Ursachen zu beseitigen, oder, nach Ausmittelung des Gesetzes der daraus entspringenden Fehler, letztere durch Berechnung oder Elimination zu entfernen.

2) Unregelmäßige, zufällige oder unvermeidliche Fehler, deren Ursachen veränderliche, deren Einwirkung auf die einzelnen Beobachtungen keinem bestimmten Gesetze unterliegt und also auch keiner Berechnung unterworfen werden kann. Diese Fehler werden begrenzt, nie ganz aufgehoben werden können; es wird also darauf ankommen, sie so klein als möglich zu machen. Dahin gehören zuvörderst die Fehler, welche aus Mangelhaftigkeit der Sinne entstehen; ferner die Fehler, welche aus äußeren, unvermeidlichen Einflüssen erzeugt werden, z. B. bei Winkelbeobachtungen durch unbemerkte Lichtphasen, Luftzitterungen, Erschütterungen durch den Wind u. dgl. Ebenso sind dazu zu rechnen die unvermeidlichen Fehler, welche in den Instrumenten und deren Behandlung zurückbleiben. Kein Instrument steht absolut fest, keines ist absolut richtig construirt und rectificirt, kein constanter Fehler absolut eliminirt, es bleiben also immer noch unvermeidliche Kleinigkeiten übrig, für die man nicht einstehen kann.

So wie nun die praktische Geometrie lehrt, die constanten Fehler zu vermeiden oder zu beseitigen, so müssen auch die unvermeidlichen auf das möglichste Minimum reducirt werden; der Geometer muß ihre Größe bestimmen und danach den Grad der Genauigkeit seiner Arbeiten und der Folgerungen, welche daraus abgeleitet werden, beurtheilen lernen. Es ist dies die Aufgabe der Ausgleichungs-Rechnung oder der Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate für geodätische Aufgaben. Sie beruht auf der Forderung, daß mehr Beobachtungen angestellt werden, als für den Zweck unumgänglich nothwendig sind. Jede Beobachtung soll dahin abzielen, ein möglichst fehlerfreies und richtiges Resultat zu liefern. Alle Beobachtungen werden aber nicht die unbedingte Wahrheit geben, sie werden jedoch eine Annäherung an dieselbe gewähren. Die vorhandenen Beobachtungen müssen daher geändert und verbessert

werden; dies geschieht nach dem Grundgesetze der Ausgleichungs-Rechnung, welches bestimmt, daß die Summe der Quadrate der Verbesserungen so klein als möglich werde.

Diese Andeutungen über ein so überaus wichtiges Hülfsmittel der praktischen Geometrie mögen hier genügen. Es wird am entsprechenden Orte des Weiteren darauf Bezug genommen werden.*) Hier sei vorläufig bemerkt, daß man in der niederen Meßkunst schon aus dem arithmetischen Mittel mehrerer Beobachtungen ein der erforderlichen Zuverlässigkeit der Arbeit entsprechendes Resultat erhält. Die Größe, um wie viel im Durchschnitt die Beobachtungen von dem arithmetischen Mittel abweichen, wird der mittlere Fehler genannt, und diesen hat der Geometer von allen seinen Instrumenten zu kennen nöthig, um den Grad der Genauigkeit seiner Arbeiten stets bestimmen zu können. Die mit einem Instrumente erreichbare Genauigkeit oder die Bestimmung des mittleren Fehlers tritt nur selten unmittelbar aus der Einrichtung der Instrumente hervor, muß vielmehr in der Regel durch einfache Versuche festgestellt werden. —

§. 60. Bevor zur Aufnahme einer Feldmark geschritten wird, müssen deren Grenzen ermittelt und wo sie zweifelhaft sein sollten, festgestellt werden. Zu diesem Geschäft werden diejenigen Interessenten sowohl, welche eine genaue Kenntniß der Grenzlinien haben, als auch die nachbarlichen Interessenten zugezogen und über das Geschäft selbst ein amtliches Protokoll aufgenommen. Wo die Grenze streitig ist, muß der Geometer die Angaben beider (streitenden) Parteien aufmessen und verzeichnen, diese Zeichnung dann mit dem ausführlich erläuternden Protokoll der zuständigen Behörde zur weiteren Erledigung einsenden. Auch dies Geschäft erfordert einige Aufmerksamkeit und Sorgfalt, da nicht selten aus Grenzstreitigkeiten langwierige Prozesse entspringen. Jede zweifelhafte Grenze, über welche sich die Interessenten verständigen, ist sofort mit festen Merkmalen (mit Steinen, Pfählen 2c.) zu versehen.

Bei Gelegenheit der Ermittelung und Feststellung der Grenzen wird der Geometer die beste Gelegenheit haben, das aufzunehmende Terrain zu recognosciren und alle irgendwie bemerkenswerthen Punkte in Betracht zu ziehen; er wird hierbei die Wahl der Standlinie und der Dreiecks-Netz-Punkte leicht treffen und sich so für die Aufnahme eine Disposition entwerfen können.

---

*) Zur genauern Kenntniß dieser Theorie ist das Studium des trefflichen Werkes von C. L. Gerling in Marburg „die Ausgleichungs-Rechnungen der praktischen Geometrie 2c. Hamburg und Gotha 1843 (26 Bogen gr. 8.)" jedem Geometer zu empfehlen.

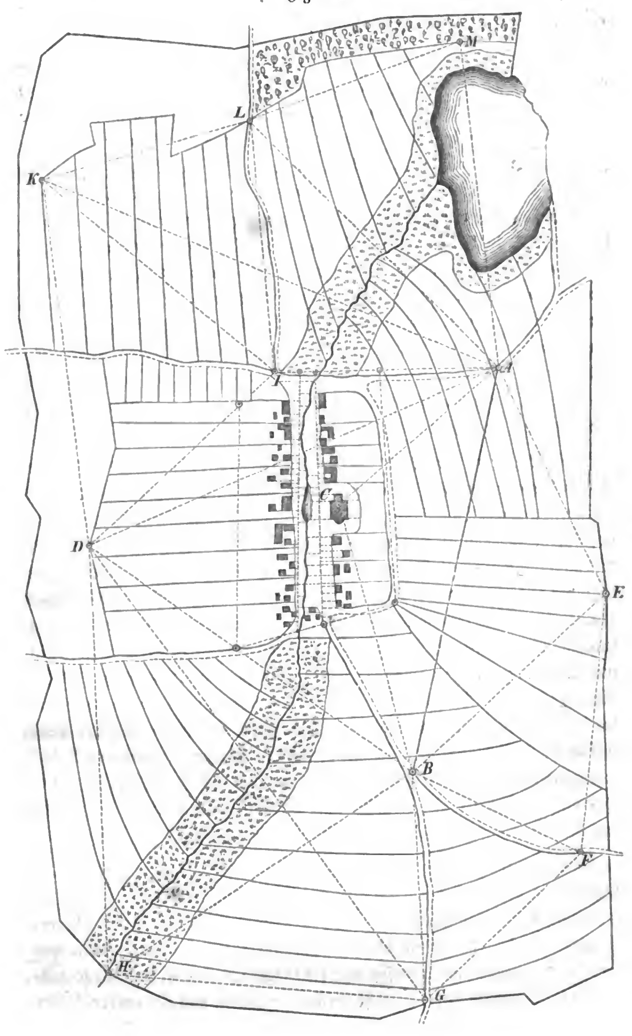
Das Geschäft der Grenzregulirung wird demnach also der Aufnahme einer Feldmark vorausgehen müssen.

§. 61. Ist die Grenzregulirung der Aufnahme einer Feldmark vorangegangen, so wird sich dabei zugleich die schicklichste Lage der Standlinie (Basis) und der Dreieckspunkte ergeben haben. Es möge nun Fig. 69, (s. folgende Seite) eine aufzunehmende Feldmark vorstellen, und AB die am zweckmäßigsten gelegene Standlinie, D, E, F, G, H, J, K, L, M die schicklichsten Punkte für das Dreiecksnetz sein. Man bezeichne die Linie AB in ihren Endpunkten A, B, und, wenn es nöthig erscheint, auch in ihrer Mitte, ebenso die Punke D, E, F, ... M mit Signalen von schicklicher Größe. Sodann kann zur Aufnahme des Dreiecks-Netzes, welches zur Bestimmung fester Punkte der ganzen Messung dienen soll, geschritten werden. Da nun, wie bereits früher gezeigt worden, diese festen Punkte, wenn sie sonst richtig bestimmt werden, für alle Zeiten und Veränderungen des Terrains den Werth haben, daß jede geometrische Arbeit auf sie basirt werden kann, so wird es zweckmäßig sein, wenn man sie gleich vor der Aufnahme mit festen Merkmalen (z. B. Grenzsteinen ꝛc.) versieht.

Die Messung der Standlinie AB wird zuerst von A aus mit aller Sorgfalt vorgenommen. In den meisten Fällen wird der Geometer dazu die Kette, seltener Maaßstäbe anwenden. Die angewandte Meßkette muß vor ihrem Gebrauche mit einem Normalmaaß (étalon) verglichen und untersucht werden, ob sie genau 5 Ruthen hat. Sollte dies letztere nicht der Fall sein, oder sollte sich die Kette im Laufe der Messung der Linie gezogen (verlängert) haben und es ist die Größe der Differenz bekannt, so kann man den mittleren Fehler bei jedem Kettenzuge in Rechnung stellen und danach die gefundene Länge der Linie corrigiren. Hätte man z. B. die Linie AB = 305 Ruthen 5½ Fuß lang gemessen und fände sich am Ende der Messung derselben, daß die Anfangs genau 5 Ruthen haltende Kette 5 Ruthen 4 Zoll lang ist, so würde man den mittleren Fehler auf 2 Zoll annehmen können, mithin wären auf 61,1 Kettenzüge 1 Ruthe 2 Fuß 2,2 Zoll Differenz, d. h. die Linie AB wäre um so viel zu klein gemessen und müßte mit einer Größe von $306^0\ 7'\ 7{,}2''$ verzeichnet werden.

Daß außerdem bei der Messung der Linie AB auf das richtige Ein-Visiren der Kettenstäbe, auf gleichmäßiges Anziehen der Kette, genaue Bestimmung der jedesmaligen Endpunkte der Kette zu halten ist, bleibt unerläßliche Regel. Die Linie AB hat man zwei- oder dreimal genau und sorgsam mit der Kette zu messen und die Resultate, Falls sie nicht so auffallende Differenzen zeigen, welche vermuthen lassen, daß ein grober Fehler

Fig. 69.



vorliegt, zu addiren, um das arithmetische Mittel von ihnen als die der Wahrheit am nächsten kommende Längenbestimmung zu erhalten.

Es ist noch zu bemerken, daß es für den Verlauf der Aufnahme bequem ist, in der Linie AB einige Punkte, vielleicht von 50 zu 50 Ruthen, festzulegen und mit Pfählen zu bezeichnen, die man mit fortlaufenden Nummern versieht und mit diesen in das Manual einträgt. An solchen Punkten gewinnt man immer passende Anschlüsse für die Detailaufnahme.

§. 62. Nachdem die Standlinie gemessen und ihre Länge bestimmt ist, geht man zur Festlegung der übrigen Punkte des Dreiecksnetzes über. Es handelt sich nun zuvörderst darum, mit welchem Instrumente man dies erreichen will, ob mit dem Meßtisch oder dem Theodolit.

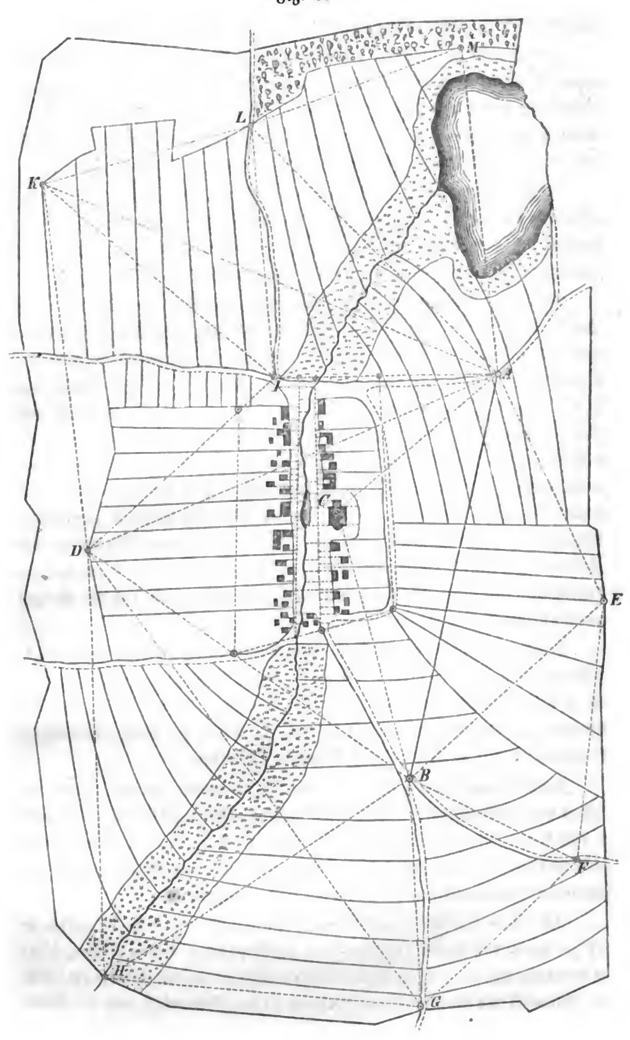
Im Falle man den Meßtisch anwendet, so wird man ihn über dem Punkte A (Fig. 69, s. f. Seite) aufstellen, die auf dem Tische gezogenen und nach der gefundenenen Länge von AB im verjüngten Maaßstabe bestimmte Linie ab in die Richtung AB bringen und dann von a aus nach E, C, D, J, K, L, M visiren und die entsprechenden Visirlinien scharf mit Blei ziehen. Hierauf wird der Tisch über B so aufgestellt, daß der Punkt b senkrecht über B liegt, die Linie ba in die AB eingerichtet und dann von b aus nach den Punkten E, F, G, H, D, C visirt. Der Schnitt dieser Visirlinien mit denen von A aus theilweis nach denselben Punkten gerichteten, bestimmt die Lage der Punkte auf dem Meßtische nach dem Maaßstabe der Zeichnung, nämlich die Punkte E, C, D. Das Dreieck ABD kann man in diesem Falle als das Haupt-Dreieck betrachten, an das die übrigen anzuschließen sind.

Durch Aufstellung des Meßtisches in D werden die Dreiecke DKA, DLA, DHB oder die Punkte H, K, L festgelegt, durch Aufstellung in L der Punkt M, in E der Punkt F u. s. w. Der Punkt J kann durch Rückwärts-Einschneiden auf die Punkte L, A, C, ebenso der Punkt G, durch Rückwärts-Einschneiden auf die Punke H, B, F gefunden werden.

Zur Prüfung der richtigen Lage der festzulegenden Punkte werden dieselben von mehr als zwei Standorten angeschnitten, z. B. G, M von D aus, F von H aus, K von L aus, J von D aus u. s. w. Oder man mißt eine oder mehrere Dreiecksseiten, z. B. LM oder FG, mit der Kette, um ihre gefundenen Längen mit denen auf der Zeichnung zu vergleichen.

Um die in Fig. 69 bezeichneten Dreieckspunkte mit dem Meßtisch so fest zu legen, daß sie der Detailmessung als Grundlage dienen können, hätte es demnach nur einer achtmaligen Aufstellung des Meßtisches bedurft. Für die Garantie der Richtigkeit der Messung ist der Zeitverlust und die Mühe

Fig. 69.



als gering zu achten, welche auf die Dreiecks-Netzlegung verwendet worden.

§. 63. Gebraucht man den Theodoliten zu der Messung der Winkel des Dreiecks-Netzes, so werden die Seiten der Dreiecke selbst durch Rechnung gefunden.

Es sei AB (Fig. 69.) die mit der Kette oder mit Maaßstäben gemessene Standlinie. Man stellt den Theodoliten über A auf und misst die Winkel CAB, DAB, KAB, LAB, MAB und EAB, oder, um die Winkelmessung durch sich selbst zu prüfen, die Winkel BAC, CAD, DAJ, JAK, KAL, LAM, MAE, EAB, d. h. sämmtliche Winkel um einen Punkt = 4 R. In gleicher Weise wird man die Winkel vom Punkte B aus oder um den Punkt B herum messen und die gefundenen Winkelgrößen in ein Manual notiren. Nach Anleitung des vorigen § fährt man mit Aufstellung des Theodoliten und Messung der Winkel fort und erhält sonach alle Daten, um aus ihnen die Dreiecksseiten zu berechnen und durch sie die Dreieckspunkte zu bestimmen. Die Rechnung selbst ist einfach und leicht und muß als bekannt vorausgesetzt werden. Sie wird nach der Messung der Standlinie und der in Betracht kommenden Winkel vorgenommen, und man kann dann beliebig irgend eine Probelinie im Felde messen, um deren Länge mit dem durch Rechnung gefundenen Resultate zu vergleichen. Es leuchtet übrigens ein, daß die Berechnung der Dreiecke so angestellt werden kann, daß man von der Grundlinie ausgehend nach einer Seite herum sämmtliche Dreiecke bestimmt und zuletzt die Grundlinie wieder durch Rechnung ermittelt z. B. wenn man erst von AB aus die Punkte C, J, M, L, K, D, H, G, F, E, bestimmt und dann zuletzt in dem △ ABE die Seite AB berechnet. Es bedarf also streng genommen nicht einmal der Messung einer besondern Probelinie.

Daß man bei der Anwendung des Theodoliten zur Aufnahme eines Dreiecksnetzes auch durch Rückwärts-Einschneiden Punkte festlegt, bedarf wohl kaum der besondern Erwähnung. Nicht minder wird man einzelne Punkte von mehr als zwei Standorten aus bestimmen, sämmtliche Winkel um einen Punkt (= 4R) oder alle Winkel eines Dreiecks (= 2R) messen und auf diese Weise für die Richtigkeit eines jeden Dreiecks eine Controlle haben.

§. 64. Nach Beendigung der Aufnahme des Dreiecks-Netzes, möge dieselbe nun mit dem Meßtische durch unmittelbare Zeichnung, oder mit dem Theodoliten durch Winkelmessung und Berechnung der Dreiecksseiten geschehen sein, ist dasselbe für die Detailmessung vorzubereiten oder einzurichten.

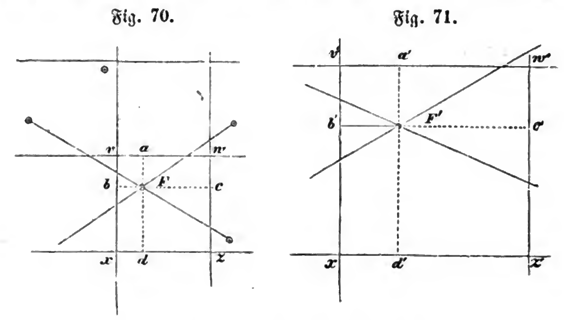
Die Aufnahme eines Dreiecksnetzes einer Feldmark mit dem Meßtische wird stets auf einem Meßtischblatte bewirkt, mithin muß der dafür anzuwendende Maaßstab ein kleinerer sein, als der für die Detailmessung bestimmte. Je nach der Größe der Feldmark wird der für das Netzblatt anzuwendende Maaßstab gewählt; wären z. B. nur 4—6 Detailblätter hinreichend, um das Detail der Flur darauf zu bringen, so könnte man den Maaßstab des Netzblattes halb so groß als den der Detailaufnahme wählen. Bei größeren Fluren wird man mehr Detailblätter gebrauchen und das Netz nach einem kleineren Maaßstabe aufzunehmen genöthigt sein, der $^1/_3$, $^1/_4$ oder $^1/_5$ des Maaßstabes für das Detail sein kann. Man darf jedoch hierin nicht zu weit gehen, damit die Fehler der Netzaufnahme und diejenigen, welche beim Abnehmen der Dimension des Netzes nicht zu vermeiden sind, durch Uebertragung in einen weit größeren Maaßstab nicht zu sehr vergrößert werden. Auf dem Netzblatt wird vor Beginn der Aufnahme ein Quadrat gezeichnet, welches einen etwa 2 Finger breiten Rand des Papieres frei läßt. Dieser Rand hat den Zweck, die Richtung von Visirlinien, die man in der Zeichnung nicht ganz auszuziehen nöthig hat, durch zwei kleine feine Linien auf den entgegengesetzten Seiten des Randes anzudeuten, so daß sie erforderlichen Falls stets wieder zu finden sind. Diese Vorsicht ist wohl zu beachten.

Das auf dem Netzblatt gezeichnete Quadrat wird in mehrere kleinere Quadrate getheilt, bei 4 Detailblättern in 4, bei 6 in 6 Quadrate u. s. w. Es gewährt dann das Netzblatt zugleich die Uebersicht, wie viel feste Punkte auf jedes Detailblatt kommen. Im Allgemeinen nimmt man als Grundsatz an, daß jedes Detailblatt drei feste Punkte enthält; man wird sich aber mitunter auch mit zweien, ja vielleicht nur mit einem Netzpunkte und einer Orientirungslinie begnügen müssen, weil es die Localität nicht erlaubt, mehr Netzpunkte auf die Platte zu bringen. In den Fällen aber, wo die Aufnahme schwierig ist, wie z. B. in coupirtem Terrain und waldigen Gegenden, wird man die Detailblätter, wenn es angeht, auch mit mehr als drei Netzpunkten besetzen, weil man kein Mittel unbenutzt lassen darf, die Schwierigkeiten zu umgehen und zu beseitigen. Eine besonders wichtige Rücksicht bei jeder Flurvermessung ist die, daß man eine möglichst geringe Anzahl von Meßtischblättern nöthig habe. Es wird dies von der mehr oder weniger arrondirten Lage der Feldmark abhängig sein; langgedehnte und schmale Fluren werden viele Meßtischblätter zur Detailaufnahme erfordern und nicht immer eine zweckmäßige, leicht zu prüfende Netzlegung gestatten. Für den Fall, wo eine große Anzahl von Meßtischblättern erforderlich wäre, könnte man zuerst die s. g. Hauptdreiecke in einem kleinen

Maaßstabe, z. B. ¼ von dem der Detailaufnahme, aufnehmen, diese in doppeltem Maaßstabe auf ein anderes Blatt tragen und von ihnen aus noch so viele Netzpunkte aufnehmen, als zur Aufnahme des Details erforderlich sind. Beim Uebertragen dieser secundären Netzpunkte auf die Detailblätter wäre dann der Maaßstab nochmals zu verdoppeln. Dies Verfahren ist jedoch nicht besonders empfehlenswerth, da es eine große, fast unerreichbare Genauigkeit und Sorgfalt bedingt, sollen nicht merkliche Fehler dadurch entstehen. —

Die Netzpunkte sind nun in derjenigen Lage auf die Detailblätter überzutragen, wie es die Netzaufnahme ausweist. Da hierbei ein Uebergang in einen weit größeren Maaßstab stattfindet, so muß diese Arbeit mit der äußersten Sorgfalt und den besten Instrumenten verrichtet werden. Das Uebertragen der Netzpunkte selbst geschieht mittelst ihrer senkrechten Abstände von zwei einen Winkel einschließenden Seiten des Quadrats. Soll z. B. der Punkt F (Fig. 70) in den doppelten Maaßstab (Fig. 71) über-

Fig. 70. Fig. 71.



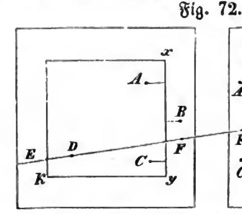
tragen werden, so misst man die Abstände Fa und Fb. Die Doppelten der gefundenen Maaße geben die Abstände des Punktes F von den Seiten des Quadrates von doppelter Dimension. Man macht also (in Fig. 71) $v^1b^1 = w^1c^1 = 2.Fa$, oder überhaupt einem so vielfachen von Fa gleich, als die Vergrößerung des Maaßstabes mit sich bringt, und zieht die Linie b^1c^1, auf welcher der abzutragende Punkt liegen muß. Macht man dann noch $b^1F^1 = 2.bF$, so ist F^1 der übergetragene Punkt F. Man wird aber noch außerdem den Punkt F^1 durch die Abstände $F^1c^1 = 2.Fc$ und $b^1x^1 = c^1z^1 = 2.Fd$ prüfen und nöthigenfalls berichtigen. Außer den Netzpunkten werden noch geeignete Visirlinien übertragen, besonders solche, welche auf die Hauptnetzpunkte gerichtet sind, um sie zur sichern Orientirung

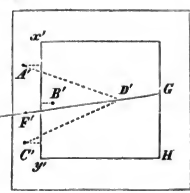
der Detailblätter zu benutzen. Die Uebertragung der Visirlinien geschieht mit Hülfe ihrer Durchschnitte mit den Quadratseiten.

Man wird in allen Fällen die Richtigkeit einer Netzaufnahme mit dem Meßtische für die Dauer bewahren, wenn man sofort nach Beendigung derselben die zum Uebertragen der Punkte erforderlichen Maaße genau abnimmt und aufschreibt.

Das Uebertragen eines Dreiecksnetzes aus einem kleineren in einen größeren Maaßstab hat jedoch immer seine Schwierigkeiten, und es wird überall von Vortheil sein, für die Netzaufnahme keinen kleinern Maaßstab anzuwenden, als den der Hälfte der Detailmessung. Selbst für den Fall, wo einzelne Theile einer Feldmark auf dem Netzblatte nicht Raum finden sollten, ist es zweckmäßig, diesen Grundsatz festzuhalten, da es Mittel giebt, ein Meßtischblatt mit Sicherheit an ein anderes ohne Netz anzuschließen, z. B. durch Punkte, welche nahe an den Seiten des Sektionsquadrates und so liegen, daß sie auf beiden Blättern gezeichnet werden können, sofern dieselben nur einen etwas breiten Rand haben. Man ersieht dies ohne Weiteres aus Fig. 72, aus welcher zugleich hervorgeht, wie die Punkte A, B, C, mittelst ihrer Abstände von den Quadratseiten von einem Meßtischblatte auf das andere überzutragen sind.

Fig. 72.





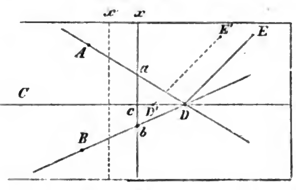
Außerdem hat man noch für eine gute Orientirung des angeschlossenen Meßtischblattes zu sorgen, die man auf folgende Weise erhalten kann. In dem Theile des Feldes, welcher auf das anzuschließende Blatt kommt, wählt man einen geeigneten Punkt D^1 und visirt ihn von einem Netzpunke D des vorangehenden Blattes an. Die Visirlinie EF, welche die Quadratseiten nicht unter sehr spitzem Winkel schneiden darf, muß nun über das anzuschließende Blatt verlängert werden und zu dem Behufe muß man die Punkte F^1 und G kennen, wo sie die Quadratseiten dieses Blattes schneidet. Nun ist aber offenbar, weil XY und X^1Y^1 zusammenfallen, $Y^1F^1 = YF$, und hierdurch ist der Punkt F^1 bestimmt. Um aber G zu finden, darf man nur überlegen, daß HG um eben so viel größer ist, als YF, wie der Unterschied zwischen YF und KE; man hat nämlich $HG = YF + YF - KE = 2 . YF - KE$, wie man aus Fig. 73, (s. folg. S.) unmittelbar ersieht. Ist die Orientirungslinie F^1G aufgetragen, so bringt

man den Meßtisch über D^1, orientirt ihn nach D mittelst der Linie F^1G und bestimmt den Punkt D^1 durch Rückwärts-Einschneiden von den Punkten A^1, B^1, C^1.

Fig 73.

Man kann aber auch ohne Uebertragung von bloßen Randpunkten ein Meßtischblatt an ein vorhergehendes anschließen; man wähle z. B. in dem Theile der Feldmark, welcher auf das anzuschließende Blatt zu liegen kommt, einen Punkt D (Fig. 74), der sich von drei Punkten A, B, C des vorangehenden Blattes gut bestimmen und controlliren läßt. Man stelle den Meßtisch über den Punkten A, B, C auf und visire den Punkt D an. Eine von den Visirlinien und zwar allemal die, welche, wie CD, zwei gegenüberliegende Seiten des Meßtischquadrates unmittelbar schneidet, verlängert man nach dem vorher beschriebenen Verfahren über das anzuschließende Blatt; von den beiden andern brauchen blos die Durchschnitte a und b mit der gemeinschaftlichen Quadratseite XY bemerkt zu werden. Man trägt die Durchschnittspunkte a und b auch auf das anzuschließende Blatt, stellt den Meßtisch über D auf und orientirt ihn nach DC. Man legt sodann das Lineal an a, richtet den Visirfaden auf das Signal bei A und zieht die Visirlinie aD, deren Durchschnitt mit CD den gesuchten Punkt D giebt, den man noch auf gleiche Weise durch b controllirt.

Fig. 74.



Wird blos ein Punkt auf dem anzuschließenden Blatte bestimmt, so muß man außerdem, wenn der Meßtisch nach DC orientirt ist, noch eine Visirlinie nach einem zweiten Punkte E ziehen, die Linie DE messen und auftragen, damit man an die zwei Punkte D und E die Detailmessung anschließen könne. Auf gleiche Weise muß man auch in dem Falle verfahren, wenn man auf einem Blatte nur einen Netzpunkt und von ihm aus eine Orientirungslinie nach einem andern Netzpunkte hätte. Indessen ist ein einziger übergetragener Punkt ohne wesentlichen Nutzen, denn man könnte hier auch wohl den Punkt D auf der übergetragenen Visirlinie CF nach Belieben, etwa in D^1, nehmen und dann durch ihn die neue Standlinie D^1E^1 ganz wie vorhin legen, nämlich den Tisch nach D^1C orientiren, nach E^1 die Visirlinie D^1E^1 ziehen und das Maaß der D^1E^1 auftragen, um

hernach von den Punkten D^1 und E^1 die Messung weiter fortzusetzen. Hierdurch wird die Sache nicht anders, als wenn D statt D^1 genommen worden wäre, nur hat die Sektionslinie XY nicht mehr die richtige Lage, sondern es muß dieselbe mit sich parallel nach X^1Y^1 gerückt werden, wenn zugleich beide Blätter sowohl hinsichtlich ihrer Sektionslinien, als auch hinsichtlich des aufgenommenen Landes, an einander schließen sollen. Wohin man die Sektionslinie XY zu rücken habe, ergiebt sich leicht, wenn auf das Blatt D diejenigen Punkte aufgenommen sind, welche am Rande des Blattes C liegen. Immer wird man D^1 so genau treffen können, daß man die Sektionslinie XY nicht weit zu verrücken hat.

Man kann auf die angeführte Weise Dreiecksnetze in sehr kleinem Maaßstabe vermeiden und selbst Theile einer Feldmark, die auf dem Netzblatte keinen Raum hatten, so anschließen.

Wird der Maaßstab der Netzaufnahme wegen des Umfanges der Feldmark und der daraus hervorgehenden großen Anzahl der Meßtischblätter ein sehr kleiner, so ist es nothwendig, die Detailaufnahme an ein trigonometrisches Netz anzuschließen.

§. 65. Hat man ein Dreiecksnetz, oder vielmehr dessen Winkel, mit dem Theodoliten aufgenommen und, vorausgesetzt die Grundlinie sei durch eine genaue Kettenmessung bestimmt, die Seiten der Dreiecke aus diesen Daten logarithmisch berechnet, so kann man das Netz auf verschiedene Weise auftragen, um es für die Detailmessung zu benutzen.

I. Man trägt die Dreiecksseiten unter den Winkeln, welche sie mit einander machen, mit Hülfe eines Transporteurs auf. Diese Methode ist indeß nicht genau genug, um Fehlern vorzubeugen, welche bei Zeichnung von Winkeln fast nicht zu umgehen sind, und die sich meistens nicht aufheben, sondern vergrößern.

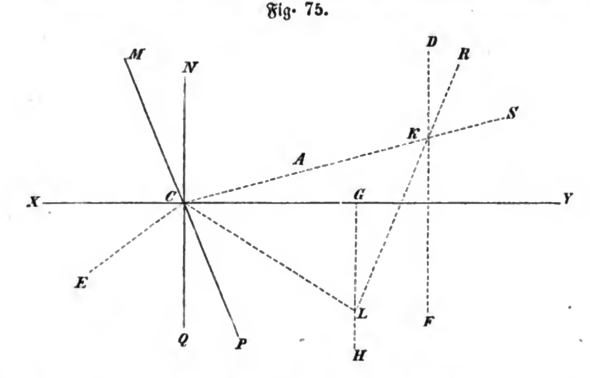
II. Eine andere Methode ist die, statt die Abweichungen der Linien gegen einander oder gegen die Magnetlinie auf ihre Endpunkte zu setzen, die Abweichungen aller Dreiecksseiten gegen die Nordlinie zu berechnen und dieselben mit dem Transporteur gegen eine feste Nordlinie oder deren Parallelen aufzutragen. Man hätte alsdann wenigstens nicht den Fehler zu befürchten, daß man einen Winkel gegen eine vielleicht schon unrichtig gezogene Dreiecksseite, sondern gegen eine feste Linie setzt.

Hierbei ist es nöthig, das Verfahren zu erwähnen, wie man die Abweichungen aller Dreiecksseiten gegen die Nordlinie berechnet. Da die Boussole nämlich die Winkel angiebt, welche die Seiten der Dreiecke im Dreiecksnetz mit der Magnetlinie machen, dagegen der Theodolit die Winkel,

welche die Dreiecksseiten mit einander machen, so lassen sich aus beiden leicht die Winkel finden, welche die Dreiecksseiten mit der Nordlinie machen, in welcher die verticalen Linien des Quadratnetzes gezogen sind. Die Winkel der Dreiecksseiten mit der Richtung von Westen nach Osten, welche die auf die vertikalen senkrecht stehenden, horizontalen Linien des Quadratnetzes haben, sind von jenen um einen rechten Winkel verschieden.

Es sei z. B. C (Fig. 75) ein Standort des Winkelmessers, und CN

Fig. 75.



stelle die Nordlinie, CM die Magnetlinie mit westlicher Abweichung vor, so misst die Boussole die Winkel MCA, MCB, MCE, um welche beliebige, durch C gehende gerade Linien CA, CB, CE 2c., in der Richtung von Westen nach Osten von der Magnetlinie abweichen. Die Winkel NCA, NCB, NCE, welche die nämlichen Linien mit der Nordlinie NC machen, sind also blos um die Abweichung MCN der Magnetnadel von der Nordlinie kleiner, als die Winkel, welche die Boussole unmittelbar angiebt. Man darf daher nur von den Winkeln, welche man auf dem Kreise der Boussole abliefet, die Abweichung der Magnetnadel von der Nordlinie abziehen, so findet man die Richtung der Seiten des Dreiecksnetzes gegen die verticalen Parallelen des Quadratnetzes. Die Winkel ACY, BCY, ECY, (wenn XY und NQ senkrecht) welche die Linien CA, CB, CE, 2c. mit den horizontalen Parallelen des Quadratnetzes machen, sind noch um einen rechten Winkel kleiner als jene.

Wenn ferner KCL eines der Dreiecke des Dreiecksnetzes wäre, und man hätte mit dem Theodoliten gemessen, so wären die Winkel KCL, CKL und KLC bekannt. Wenn nun die Richtung einer Seite des Dreiecks gegen die

Nordlinie, also z. B. der Winkel NCK bekannt wäre, so findet man ebenfalls durch bloße Addition und Subtraktion leicht die Richtung der übrigen Seiten gegen die Nordlinie, nämlich die Winkel NCL und DKL, wenn DKF und NCQ parallel ist. Denn man darf nur zu dem gemessenen Winkel KCL die Abweichung NCK addiren, so findet man den Winkel NCL, und wenn man erst zwei rechte zu der Abweichung NCK oder DKS addirt, welches den äußeren Winkel DKC giebt, ferner von diesem den gemessenen Winkel CKL abzieht, so findet man die Abweichung DKL der dritten Dreiecksseite von der Nordlinie. Die Abweichung der ersten Dreiecksseite von der Nordlinie aber darf als bekannt vorausgesetzt werden, sobald man nur die Abweichung irgend einer Dreiecksseite von der Magnetlinie auf dem Felde gemessen, oder das Dreiecksnetz, wie es sein muß, orientirt hat. Denn aus der Abweichung einer Seite finden sich, wie oben gezeigt, der Reihe nach die Abweichungen aller übrigen.

Es lassen sich also in allen Fällen durch bloße Addition und Subtraktion leicht die Winkel finden, welche die Dreiecksseiten von Westen nach Osten mit der Nordlinie machen.

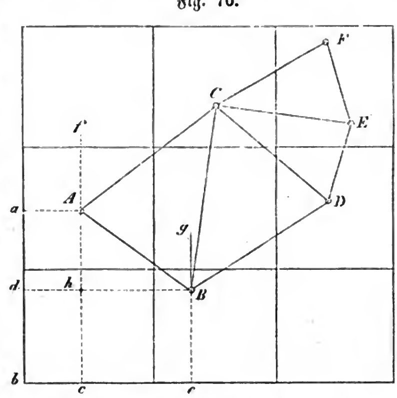
III. Kann man das Dreiecksnetz, wenn die Basis desselben gemessen und die Dreiecksseiten berechnet sind, blos mit dem Zirkel auftragen, indem man die Länge der Basis nach dem Maaßstabe der Zeichnung bestimmt und von beiden Endpunkten derselben aus Kreise beschreibt, deren Durchmesser gleich der Länge der Dreiecksseiten sind; der Durchschnittspunkt beider Kreise ist dann der dritte Punkt des Dreiecks. Dies Verfahren ist schon genauer als die beiden vorhergehenden, weil man Linien nach dem Maaßstabe genauer zeichnen kann, als Winkel mit dem Transporteur. Sicherer wird man jedoch zum Ziele gelangen, wenn man das Auftragen nach Coordinaten wählt, das wir jetzt näher darlegen wollen.

IV. Hat man die Abweichungen der Dreiecksseiten von der Nordlinie und die Länge der Dreiecksseiten berechnet, so multiplicirt man die Länge der Dreiecksseiten erst mit dem Cosinus und dann mit dem Sinus der Abweichungen der Dreiecksseiten von der Nordlinie. Auf ein Papierblatt von gegebener Größe construirt man ein Netz von Quadraten. Sodann nimmt man die Entfernung irgend eines Dreieckspunktes von den Rändern des Netzblattes willkürlich an und addirt dazu, der Reihe nach, wie die Dreiecksseiten auf einander folgen, die obigen Produkte. Auf diese Weise findet man die Länge und die Breite der Dreieckspunkte gegen die Ränder des Netzblattes. Wird die Länge und Breite der Dreieckspunkte gegen einen einzelnen festen Punkt der Flur, z. B. gegen einen Kirchthurm, verlangt, so zieht man die Länge und Breite desselben von der Länge und

Breite des Dreieckspunkts gegen die Ränder ab. Verlangt man aber die Abstände der Dreieckspunkte von den nächsten verticalen oder horizontalen Parallelen des Quadratnetzes, so zieht man von der Länge und Breite der Dreieckspunkte gegen die Ränder die Breite so vieler Quadrate ab, als links und unter dem Punkte liegen. Nach diesen Abständen zeichnet man die Dreieckspunkte in ihre Quadrate, indem man, um die Länge eines Punkts gegen die nächste Verticale von dieser entfernt, mit ihr eine Parallele zieht, und auf der Parallele die Breite des Punkts gegen die nächste Horizontale absteckt. Es soll dies durch ein Beispiel näher erläutert werden.

Von irgend einem Punkte des Netzes, z. B. von dem Punkte A (Fig. 76) ist die Länge aA oder bc und die Breite cA oder ba willkürlich angenommen, wie die Ränder des Blattes selbst, und dürfen mithin als bekannt angesehen werden. Soll nun die Länge dB und die Breite eB eines folgenden Punktes B gefunden werden, so ist offenbar nichts weiter nöthig, als daß man die berechnete oder gemessene Länge der Dreiecksseite AB mit dem Cosinus und mit dem Sinus des Abweichungs-Winkels fAB der Seite AB von der Nordlinie Af multiplicirt und die Produkte zu der Länge und Breite des Punktes A addirt. Ersteres giebt die Linie Bh, letzteres die Linie Ah (hier negativ) und wenn man Bh zu aA addirt, so findet man die Länge dB oder be des Punktes B, addirt man aber Ah (hier negativ) zu Ac, so findet man die Breite eB oder bd des Punktes B. Auf dieselbe Weise kann man die Länge und Breite der folgenden Punkte D, E, &c. finden; ebenso kann man ohne besondere Schwierigkeit die Länge und Breite jedes Punktes der Feldmark nach einem besonders bemerkbaren und festen Punkte z. B. nach dem Kirchthurm des Wohnorts bestimmen. Sind Punkte von mehreren Standorten geschnitten, so können die Längen und Breiten solcher

Fig. 76.



Punkte auch mehrere Male berechnet werden und die verschiedenen Resultate müssen vollständig übereinstimmen.

Nachdem auf diese Weise die Längen und Breiten der verschiedenen Dreieckspunkte, z. B. von den nächsten Verticalen (Nordlinie) und Horizontalen des Quadratnetzes durch Rechnung gefunden worden, so kann man das Dreiecksnetz, wie folgt, zeichnen. Es sei z. B. die Länge dB (Fig. 76) und die Breite eB des Punktes B bekannt, so setze man nach dem Maaßstabe der Zeichnung die Länge dA auf die nächste Quadratnetzlinie, z. B. be, ab, ziehe mit ka eine Parallele eg und trage auf dieser Parallele die Breite eB ab, so ist der Treffpunkt beider Linien (dB und eB) der gesuchte Punkt B. Die übrigen Punkte werden eben so bestimmt und gezeichnet.

Diese Methode, ein Dreiecksnetz aufzutragen, hat vor allen anderen entschiedene Vorzüge. Einmal basirt dieselbe zumeist auf einer Rechnung, die so genau als möglich angestellt und leicht geprüft werden kann, was bei einer Zeichnung nicht möglich ist. Sodann gewährt diese Methode die Sicherheit, daß, wenn eine Tabelle der Längen und Breiten der Dreieckspunkte vorhanden ist, diese Punkte leicht wieder zu finden und das Netz selbst für den Fall wiederherzustellen ist, wo die Karte verloren gegangen. Endlich kann man durch Anwendung derselben die Dreieckspunkte unmittelbar auf das Flurkartenblatt übertragen, was von einem durch Zeichnung gefundenen Dreiecksnetz nicht unmittelbar und um so weniger genau angehet, wenn das Netzblatt nach einem kleinen Maaßstabe gezeichnet werden muß; sind die Abstände berechnet, so ist es nicht einmal nöthig, auf die Zeichnung des Netzes eine besondere Genauigkeit zu verwenden.

Das Verfahren, nach Coordinaten aufzutragen, ist bei einiger Uebung und Aufmerksamkeit keineswegs schwierig und erfordert nur die gewöhnliche Fertigkeit im Rechnen mit Zahlen und Logarithmen.

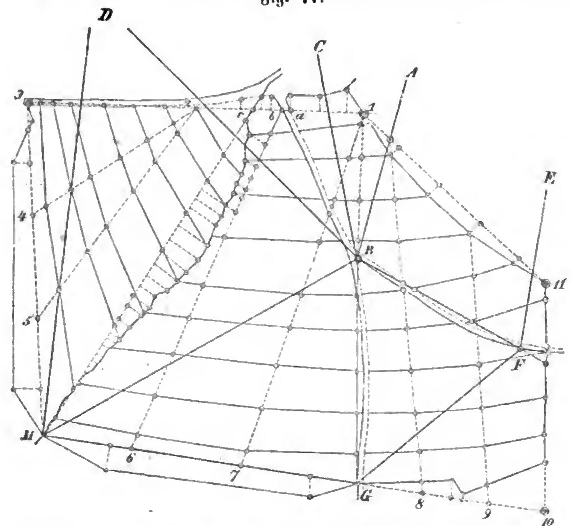
§. 66. Nachdem das Dreiecksnetz einer Feldmark festgelegt und gezeichnet ist, kann man zur Detail-Aufnahme oder Special-Vermessung schreiten. Man wird bei Gelegenheit der Netzaufnahme sich hierfür bereits eine Disposition entworfen haben.

Die Detailaufnahme wird am zweckmäßigsten partieenweise, wie selbige von der Natur oder durch die Feldabtheilung dargeboten werden, vorgenommen; jede Partie wird mit zweckmäßigen Linien umzogen oder solche über dieselbe gelegt, um auf diese Weise geradlinigte Vielecke und diejenigen Linien zu erhalten, welche in denselben zur Bestimmung der Grenzen dienen. Die Figur der Vielecke selbst wird entweder mit Hülfe des Meßtisches oder durch Messung der Winkel mit einem Winkelmeß-Instrumente aufgenom-

men. Die Grenzlinien werden mit der Kette gemessen. Das folgende Beispiel wird dies näher erläutern.

Es sei Fig. 77 ein Feldschlag, in welchem die Punkte B, F, G, H und

Fig. 77.



die Visirlinien nach D, C, A, E durch das Dreiecksnetz festgelegt sind, speciell zu vermessen, so wird man denselben durch verschiedene zu einem Vielecke verbundene Linien so einzuschließen suchen, daß alle bemerkenswerthe Punkte, Grenzen ꝛc. bei Messung der Seiten dieses Vielecks festgelegt werden können. Es möge die Figur 1, 3, H, G, 10, 11, 1 das Vieleck sein, durch dessen Aufnahme man die Figur des ganzen Feldschlages gewinnt. Hat man die eben angeführten Punkte als Eckpunkte des Vielecks bestimmt, so wird man sie für die weiteren Operationen mit Signalen versehen.

Geschieht nun die Aufnahme mit dem Meßtische und wäre das Vieleck leicht zu übersehen, so könnte man von B aus die Endpunkte desselben der Reihe nach anvisiren und von anderen Punkten (H, G, F,) ausschneiden, oder man könnte die Eckpunkte des Vielecks durch Rückwärts-Einschneiden bestimmen. Nur in dem Falle, daß die Figur nicht ganz oder nur zum Theil übersichtlich wäre, müßte man sie durch Stationiren (Aufnahme aus dem Umfange) bestimmen.

Wird dagegen der Theodolit oder, bei geringem Umfange der Figur, die Boussole zur Festlegung der Seiten des Vielecks angewendet, so wird man zur Sicherheit und Prüfung nicht nur die Winkel, welche je zwei Seiten mit einander, sondern auch die, welche die einzelnen Seiten mit den Visirlinien nach festen Punkten machen, messen, z. B. nicht nur den Winkel 11, 1, 3, sondern auch den Winkel B, 1, 3 u. s. w.

Die Aufnahme der ganzen Figur oder die Messung, der sie bestimmenden Winkel wird am zweckmäßigsten nach den Längenmessungen der Linien vorgenommen. In der vorliegenden Figur würde man etwa bei dem mit 1 bezeichneten Punkte die Messung der Linien beginnen und nach dem Punkte 3 hinmessen. Neben der Linie 1, 3 liegende Grenzen werden durch Ordinaten festgelegt, wie in der Figur angedeutet ist. Wo Wege, Flüsse, Grenzfurchen rc. von der Linie geschnitten werden, wird das auf dieselben zutreffende Maaß notirt und die Situation überhaupt durch eine flüchtige Zeichnung (Croquis) festgehalten. Der Punkt 2 wird für die Bestimmung der einzelnen Grenzfurchen als Anschlußpunkt wichtig und deshalb festgelegt und mit einem numerirten Pfahle versehen; das letztere geschieht auch stets bei den Eckpunkten, wo die Signale weggenommen werden. Da wo die Grenzfurchen der Ackerstücke auf die Linie von 1 nach 3 stoßen, werden dieselben notirt. Ist die Messung der Linie beendigt, so bemerkt man in der Handzeichnung das Maaß derselben. In ähnlicher Weise werden die Linien von 3 nach H, von H nach 10, von 10 nach 11, von 11 nach 1, und zwar unter Berücksichtigung der in Fig. 77. angedeuteten bemerkenswerthen Punkte gemessen. Bei der Wahl des Punktes 10 war es wichtig, denselben in der Verlängerung einer gegebenen, bekannten Linie anzunehmen und man hätte überhaupt die Messung bei H (nach 10 hin) anfangen können; es erscheint zweckmäßig, das Auftragen der Figur von dieser Linie (H, 10) zu beginnen.

Nach Aufnahme des Umfanges des Feldschlages geht man zu der der innern Grenzen, der Acker- und Wiesenstücke, des Laufes der Flüsse und Wege u. s. w. über. Der nach B und von da nach G und F führende Weg wird sehr leicht in seinem oberen Theile durch die Verbindung eines Punktes a auf der Linie 1,3 mit dem Punkte B, dann durch die Linien BG und BF bestimmt und mit der Kette gemessen werden, man wird dabei nicht übersehen, die auf die Wege eintreffenden Grenzfurchen der Ackerstücke zu notiren. In den seltensten Fällen sind die Grenzfurchen der Ackerstücke ganz gerade, weshalb es nöthig ist, zur Bestimmung der Abweichungen von der geraden Linie s. g. Ueberschläge oder Linien, welche quer über die Ackerstücke weggehen und zwei Punkte der Umfangslinien der Figur

verbinden, zu messen, wie z. B. die Linie von 2 nach 4 und 5, von II nach c, (die zugleich zur Festlegung des Flusses und der Ausgangspunkte der Grenzfurchen dienen kann), von 6 nach b, von 7 nach 1 u. s. w. Es ist dabei zu bemerken, daß wenn die Ueberschläge rechtwinklich die Grenzfurchen schneiden, die Breiten der Ackerstücke sehr genau bestimmt werden können, was für die Berechnung des Flächeninhalts derselben von Wichtigkeit ist.

Hat man eine so gemessene Figur aufzutragen, so wird man zuerst mit ihren Umfangslinien beginnen und bei jedem festgelegten Punkte irgend eine Prüfung desselben durch Anschluß oder Beziehung auf einen bekannten festen Punkt zu erhalten suchen. Schließt die aufgetragene Figur, d. h. trifft die Länge der letzten Linie unter dem für dieselbe gefundenen Winkel genau auf den Anfangspunkt der Zeichnung, so ist die Figur als richtig aufgenommen anzusehen; kommt die Figur jedoch nicht zum Schluß, so läßt sich noch eine Prüfung durch die gemessenen Ueberschläge anstellen, sofern sich nicht herausstellt, daß bei der Zeichnung ein Versehen stattgefunden. Ist auch durch diese Prüfung der Fehler nicht zu ermitteln, so ist eine Wiederholung der Messung selbst nothwendig, die sich zuerst auf die Nachmessung der Winkel erstrecken mag; nur wenn in diesen keine Fehler hervortreten, wird man die Messung der Seiten des Vielecks wiederholen müssen. Nachdem die Figur zum Schluß gekommen, trägt man die im Innern derselben gemessenen Linien auf und nimmt dann die Maaße aller auf den inneren und Umfangslinien der Figur notirten Punkte ab, um sie in der Zeichnung zu bestimmen. Erst nachdem dies geschehen, werden die entsprechenden Punkte durch gerade Linien verbunden und dieselben mit Tusche ausgezogen. Es ist gebräuchlich, alle Grenzlinien schwarz, alle gemessenen Linien roth auszuziehen und die Eckpunkte der letzteren mit der Nummer zu versehen, welche den Pfählen an den entsprechenden Stellen im Felde gegeben worden. Diese Bezeichnung der gemessenen Linien läßt leicht beurtheilen, ob der Geometer bei der Wahl derselben immer zweckmäßig verfahren ist. Für die Zeichnung des Gemessenen dürfte noch zu bemerken sein, daß man den in ihrer Lage und Breite leicht veränderlichen Feldwegen, Bächen 2c. durchgehends eine bestimmte Breite giebt und die veränderliche Richtung derselben dadurch andeutet, daß man die bei der Messung befundene nur mit punktirten Linien bezeichnet. —

§. 67. Wo das aufzunehmende Terrain frei ist, sind die Schwierigkeiten der Messung leicht zu überwinden; dagegen haben bewaldete Flächen oder solche im bergigem Terrain deren desto mehr und oft kaum zu beseitigende. Sind innerhalb der mit geschlossenem Wald oder Busch bestandenen Figuren Grenzlinien aufzunehmen, so ist dies meist nicht anders mög-

lich, als daß das im Wege stehende Gebüsch mühsam beseitigt wird. In solchen Fällen muß die Zweckmäßigkeit der Hülfslinien ganz besonders danach beurtheilt werden, daß den Waldbesitzern kein zu beträchtlicher Schade verursacht wird. Es wird zweckmäßig sein, am Umfange des Waldes solche Punkte durch Schnitte von Visirlinien oder durch Winkel- und Linien-Messung festzulegen, von denen aus man leicht in das Innere der Figur übergehen kann. Daß man alle durch den Wald führenden Wege, wenn auch nur durch Stationiren aufnimmt, um Anschluß und Prüfung für den übrigen Theil der Messung zu gewinnen, versteht sich von selbst.

Wenn Partien aufzunehmen sind, die an steilen Bergabhängen liegen, so wird die Messung mit der Kette beschwerlich und auch leicht unrichtig. In diesem Falle ist es am zweckmäßigsten, nur solche Hülfslinien zu legen, die an dem Bergabhange ziemlich horizontal laufen. Man wird aber diese horizontalen Hülfslinien in größerer Anzahl und in nicht allzuweiter Entfernung von einander annehmen müssen, um allzugroße Abstände zu vermeiden. Es ist von Nutzen, die meisten Punkte durch Schnitte von Visirlinien zu bestimmen und nur kleine Parzellen mit der Kette aufzunehmen.

Auch die Aufnahme von Brüchen und Moosen ist meist mit Schwierigkeiten verknüpft, besonders wenn sie sehr ausgedehnt, im Innern wenig zugänglich und dabei mit Gestrüpp ꝛc. bedeckt sind. Nachdem man ihre äußeren Umgrenzungen aufgenommen hat, arbeitet man sich auf den vorhandenen, meist dammartigen Straßen in das Innere hinein, indem man die Stationspunkte hauptsächlich da nimmt, wo Wege über Abzugsgräben oder fließende Gewässer führen, deren Hauptrichtung von hier aus bestimmt werden kann. Man hat bei der Anwendung aller Winkelmesser, die einen festen Stand erfordern, hierbei hauptsächlich auf solche Stationsorte zu achten, bei denen nicht etwa eine schwankende Bewegung des Bodens beim Auftreten entsteht.

§. 68. Die Aufnahme bewohnter Orte, besonders die der Städte, bietet meist große Schwierigkeiten dar, da die wenigsten Punkte durch Vorwärts-Einschneiden oder durch Winkelmessungen bestimmt werden können. Schon bei der Annäherung an einen bewohnten Ort müssen von schicklichen Stationen aus diejenigen Punkte der äußeren Umgrenzung und des Innern festgelegt werden, welche später als Anhaltspunkte dienen können. An der Umgrenzung eignen sich hierzu besonders vorspringende Ecken und die Ausgänge; im Innern außer den Thürmen, welche bereits bei der allgemeinen Netzlegung bestimmt sein werden, hervorragende Giebel, Schornsteine, Wetterfahnen ꝛc.

Die Aufnahme des Umfanges, mit welcher stets der Anfang gemacht

wird, hat im Allgemeinen keine großen Schwierigkeiten; man wird nur die Vorsicht anzuwenden haben, diejenigen Punkte, welche zum Anschluß für das Innere dienen können, sorgfältig zu beachten und sie zweckmäßig zu bestimmen. Von diesen Punkten aus führt man die zu messenden Linien in die Straßen des Ortes mit so wenigen Brechungen, als die Biegung derselben gestattet, und schließt die Linien an die im Umfange liegenden Ausgangspunkte wieder an, wie aus Fig. 69 zu ersehen ist. Auf diese Weise ist gleichsam das Netz zur Ortsaufnahme gelegt, und es kann dasselbe leicht aufgenommen werden. An die Linien des Netzes werden nun die Details, die Wohnhäuser, Nebengebäude, Hofräume und Gärten durch Perpendikularmessung, die am bequemsten mit dem Winkelspiegel auszuführen ist, angeschlossen. Es wird kaum zu vermeiden sein, daß man an einzelne Perpendikularen, welche nicht weiter mit den Hauptlinien zu verbinden sind, die Aufnahme eines ganzen Gehöftes anschließt, und es werden sich selbst dann noch Hindernisse in den Weg stellen, deren Wegräumung die Art der Gegenstände nicht gestattet; ein denkender Geometer wird jedoch immer Mittel finden, diese Hindernisse zu beseitigen und die Aufnahme in der geforderten Zuverlässigkeit bewirken.

Da die Gebäude meistentheils rechtwinklige Vierecke bilden, so reicht es aus, zwei Ecken von ihnen durch Perpendikularen bestimmt zu haben und die beiden anderen aus der (mit dem Ruthenstabe) gemessenen Länge und Breite zu construiren. Ueberhaupt wird man hier oft Gelegenheit und dieselbe zu benutzen Ursache haben, manche Gegenstände an andere angrenzende und bereits festgelegte blos mit Hülfe ihrer gemessenen Dimensionen anzuschließen.

Bei größeren Ortschaften, besonders bei Marktflecken und Städten, ist es dagegen zweckmäßiger, sich von allen Seiten her bis an die äußere Umfassung heranzuarbeiten und namentlich zuerst die Ausgänge so genau als möglich zu bestimmen. Von hier aus wird dann die Aufnahme nach dem Innern radienförmig fortgesetzt und erst mit der der Hauptstraßen vorgegangen, um Anschluß an bereits von Außen festgelegte Punkte zu gewinnen; von den Hauptstraßen aus werden die Queer- und Nebenstraßen festgelegt.

§. 69. Bei der Aufnahme des Details ist es nöthig, eine freie Handzeichnung von den aufzumessenden Linien während des Verlaufs der ganzen Operation zu entwerfen. Man heftet diese Handzeichnungen zusammen und nennt das ganze gewöhnlich das Vermessungs-Manual; die Zeichnung selbst ist nur nach dem Augenmaaße zu entwerfen, jedoch muß dieselbe das ungefähre Bild des Gemessenen wiedergeben. Es ge-

hört einige Uebung dazu, um dies zu erreichen, Anfänger machen diese Zeichnungen gewöhnlich in zu kleinem Maaßstabe. Jede Linie, welche gemessen wird, stellt man im Manual als punktirt dar, bezeichnet ihren Anfangspunkt mit der Nummer des entsprechenden Pfahles im Felde und führt die Zeichnung in der Weise fort, daß sie der Richtung der gemessenen Linie entspricht. Während der Messung werden nun im Manual alle diejenigen Punkte notirt, die von irgend welcher Bedeutung für die Aufnahme selbst sind, wie z. B. die Schnittpunkte aller Grenzlinien, Wege, Bäche, u. s. w. und die Maaße beigeschrieben, unter denen dieselben von der Kette getroffen werden; nicht minder werden diejenigen Punkte bemerkt, von denen aus Abstände genommen und Grenzpunkte festgelegt werden. Bei jedem notirten Punkte der gemessenen Linie wird die Entfernung desselben vom Anfangspunkte der Linie, nicht die von dem vorhergehenden Punkte, bemerkt, weil dies das Auftragen wesentlich erleichtert; die Länge der Ordinaten wird auf diese geschrieben und die Länge der ganzen Linie neben dieselbe mit einer hervortretenden Bezeichnung, z. B. mit einem Kreise umgeben. Das Manual ist die Grundlage für das Auftragen des Gemessenen, daher muß es überall deutlich und genau sein. Es wird bei einiger Uebung gar nicht mehr nöthig sein, die Handzeichnung im Manual so groß zu nehmen, daß das zusammenhängende Bild des Gemessenen aus demselben hervorgeht, weil dies für die Deutlichkeit desselben, wo im Innern viel zu messen ist, nicht vortheilhaft erscheint; man wird sich sehr leicht zurechtfinden, wenn man jede gemessene Linie besonders aufzeichnet und die Richtung der an dieselbe anschließenden durch einen Strich nach rechts oder links andeutet. Findet man Punkte auf der Linie, welche für den Anschluß an andere oder für s. g. Ueberschläge zweckdienlich erscheinen, so werden dieselben in der Zeichnung mit dem gefundenen Maaße und mit der Nummer notirt, die man dem auf demselben Orte im Felde eingeschlagenen Pfahle giebt. Ein deutlich geführtes Manual erleichtert das Auftragen ungemein, ist jedoch durch Aufmerksamkeit und Uebung leicht zu erreichen. Das Manual ist ein Actenstück, dessen Aufbewahrung immer nothwendig bleibt; daher ist es erforderlich, daß der Geometer die meist in Blei ausgeführte Zeichnung, womöglich immer am Tage der Messung mit Tusche oder Tinte auszieht.

Wendet man Winkelmesser bei der Aufnahme an, so kann man sich eine einfache Tabelle im Manual entwerfen, in welche das Maaß der Winkel, die Linien, welche sie bilden, die Lage der Winkel ꝛc. verzeichnet werden und mit geringer Mühe dieselbe so einrichten, daß man allein nach ihren Angaben die gemessenen Figuren aufträgt. Auch diese Angaben sind durch Tinte oder Tusche vor dem Verwischen zu schützen. Das Manual muß

so sorgfältig geführt werden, daß jeder Fremde ohne weitere Erläuterung oder Lokalkenntniß die Karte nach demselben auftragen kann. —

§. 70. Nach den Angaben des Vermessungsmanuales trägt man die einzelnen Abtheilungen der Flurkarte auf und zwar sobald als möglich, damit, wo es ja nöthig, das Gedächtniß noch zu Hülfe kommen kann. Die Figuren, welche durch Winkelmesser bestimmt sind, kann man mit Hülfe eines guten Transporteurs auftragen, die mit der Boussole gemessenen jedoch nur nach einer festen Nordlinie, nicht durch Ansetzen der Winkel an die allmälig entstehenden Linien. Die gemessenen Längen werden auf den Linien immer vom Anfangspunkte derselben ab aufgetragen und alle mit dem Zirkel bestimmten Punkte möglichst fein angedeutet.

Mißt man das Detail mit dem Meßtisch, so enthält jedes einzelne Blatt desselben gerade so viel Quadrate des Dreiecksnetzes, als darauf nach dem angenommenen Detail-Maaßstabe Raum haben. Ist z. B. der Meßtisch über 16 Dec.-Zoll lang und breit, und das Detail soll nach dem Maaßstabe von $\frac{1}{2500}$ der Länge im Felde gezeichnet werden, so ist die Länge und Breite des Meßtisches einer Länge von 400 Ruthen im Felde gleich. Sind also die Quadrate nach dem Maaßstabe 50 Ruthen lang und breit gezogen, so gehen 64 Quadrate auf ein Meßtischblatt. Man zeichnet also auf das Meßtischblatt mit scharfen Linien in Tusche erst einen genau rechtwinkligen Rand von 16 Zoll lang und breit und darauf innerhalb dieses Randes die 64 gleich großen Quadrate; eine gleich große Anzahl wählt man auf dem Netzblatt unter Berücksichtigung des Umstandes aus, daß nicht einzelne Flurtheile zu sehr durchschnitten werden, z. B. daß wo möglich der ganze Wohnort auf ein und dasselbe Meßtischblatt fällt u. s. w. In diese auf den Meßtisch gezeichneten Quadrate trägt man alle Dreieckspunkte und Linien des Netzes ein, welche nach der Netzaufnahme in dasselbe fallen und zwar nach den berechneten Abständen von den nächsten Quadrat-Netzlinien, was viel genauer ist, als ein Auftragen in vergrößertem Maaßstabe. Auch wo die Dreiecksseiten die Ränder schneiden, müssen die Abstände der Durchschnitte berechnet und nach dieser Ausrechnung aufgetragen werden. Dieses so vorgerichtete Meßtischblatt wird nun auf dem Felde zur Detailaufnahme benutzt und alle Grenz- und Eckpunkte durch Schnitte von Visirlinien auf demselben bestimmt. Es entsteht auf diese Weise das Gerippe der einzelnen Figuren und die Messung mit der Kette ergiebt die Abstände, die krummen Grenzlinien u. s. w., welche man nach dem Maaßstabe der Zeichnung und nach Maaßgabe der auf dem Meßtischblatt verzeichneten Figuren einträgt. —

Durch das Ausziehen der durch Construktion bestimmten Grenzen der

Gegenstände wird nach und nach der Inhalt des Blattes ausgefüllt. Da durch das Auftragen der gemessenen Distanzen oder der Abscissen und Ordinaten die Punkte bestimmt werden sollen, durch welche die einzelnen Eigenthumsgrenzen oder Theile derselben zu ziehen sind, so ist dabei mit großer Sorgfalt zu verfahren. Die in Blei gezogenen Linien werden fein, aber scharf mittelst der Reißfeder und mit schwarzer, gleichmäßig angeriebener guter Tusche ausgezogen, die immer gut antrocknen muß, bevor man die Karte mit Farbe anlegt. —

§. 71. Ueber die zweckmäßigste und angemessenste Zeichnungsart einer Karte sind die Meinungen sehr getheilt. Wenngleich der Gegenstand von untergeordneter Bedeutung erscheint, so hat man doch diejenige Sorgfalt darauf zu verwenden, welche die Deutlichkeit und Zuverlässigkeit der Zeichnung überhaupt erfordern. Man befleißige sich daher einer feinen und scharfen Linearzeichnung und vermeide alle Ueberladung in Hinsicht der Farben, der Signaturen und der Schrift. Die Flurkarte muß deutlich und sauber gezeichnet sein, jede Schönheit, die diesen Anforderungen oder gar der Zuverlässigkeit derselben Eintrag thut, kann ihr füglich mangeln. Das Anlegen der Flächen mit Farben hat allein den Zweck, die verschiedenen Grundstücke hinsichtlich ihrer Benutzung zu bezeichnen; man legt daher den Acker röthlich-gelb, die Wiesen und Aenger grün, den Wald schwärzlich-roth rc. an. Niemals sollte jedoch eine Fläche auf der Originalkarte ganz mit einer Farbe angelegt werden, da das befeuchtete und sich ausdehnende Papier nicht in demselben Maaße sich wieder zusammenzieht und deshalb hier ein Fehler entsteht, den man gewöhnlich als Karten-Einschwand benennt. Dieser Fehler ist oft nicht unbedeutend; er wird vermieden, wenn man die Umgrenzungen der Flächen mit einem schmalen Streifen der entsprechenden Farbe und dieselbe nur mit der Quantität Wasser aufträgt, die eben genügt, das Papier zu bedecken. Je matter die Farben genommen werden, desto gefälliger wird die Zeichnung werden. Man sollte nie einzelne Acker- oder Wiesenstücke mit Farbe anmalen, sondern nur die Acker- oder Wiesen-Abtheilungen in der eben angedeuteten Weise anlegen.

Die Bezeichnung der Gegenstände auf einer Karte wird immer bis zu einem gewissen Grade der Aehnlichkeit auszuführen sein: Wasser wird man blau, Wege kaffeebraun, u. s. w. anlegen; Wiesen kann man durch kleine vertikale Striche (wie Grasbüschel), sumpfige Stellen durch horizontale Striche rc. bezeichnen. Gebäude werden nur im Grundriß aufgenommen und, je nach den verschiedenen Zwecken, mit verschiedenen Farben angelegt. Diejenigen Zeichen (Signaturen), welche man für besondere Ge-

genstände, z. B. Grenzsteine, Windmühlen u. s. w. anwendet, sind meist durch Vorschriften bestimmt; allein man wird sie immer mit einer Erklärung an einer unbezeichneten Stelle der Karte zu versehen haben. Im Allgemeinen ist es rathsam, nur die nothwendigsten Bezeichnungen auf der Karte anzuwenden, insbesondere wenn dieselbe zu dem Zwecke einer neuen Eintheilung der Feldmark aufgenommen ist und noch viele Linien auf derselben zu ziehen sind.

Hinsichtlich der Schrift und Zahlen, welche man für die Karte gebraucht, hat man gleichfalls jede Ueberladung zu vermeiden; es ist geradezu widersinnig, so starke Buchstaben- oder Zahlenzeichen auf die Karte zu schreiben, welche wichtige Punkte oder Grenzlinien ganz verdecken oder auch nur unsicher machen könnten. Die Feld- und Wiesenschläge bezeichne man auf der Originalkarte, anstatt mit Namen, nur mit römischen, die einzelnen Acker- und Wiesenstücke mit arabischen Zahlen; sind die Namen der Feldschläge nothwendig, so kann man sie auf eine Copie der Originalkarte, auf die s. g. Reinkarte, eintragen, die meistentheils angefertigt wird und für alle weiteren Arbeiten, bei denen nur eine ungefähre Uebersicht ausreichend erscheint, sehr brauchbar ist. —

Zu den Originalkarten wählt man gutes, starkes Zeichnen-Papier und setzt die einzelnen Bogen, wo es nothwendig ist, mit Sorgfalt zu der erforderlichen Größe vor dem Auftragen zusammen. Nur für die Copieen läßt man das Papierblatt auf Leinwand oder weißen Kattun ziehen. —

§. 72. Soll eine Karte in gleicher Größe copirt werden, so kann man das Papier, welches die Copie aufnehmen soll, unter das Original legen und die verschiedenen Punkte desselben mit einer feinen Punktirnadel durchstechen. Das Durchstechen kann jedoch, namentlich wenn es von ungeübter und unerfahrener Hand geschieht, leicht das Original ganz verderben. Bei gehöriger Vorsicht und wenn die Copirnadel beim Stechen immer genau senkrecht gehalten wird, kann man auf die leichteste und sicherste Weise eine richtige Copie erhalten, ohne das Original unbrauchbar zu machen. Sind alle Punkte des Originales durchgestochen, so hebt man dasselbe ab, sucht auf der Copie die zugehörigen Punkte auf und verbindet sie nach Anleitung des Originals mit Bleistiftlinien. Ist mitunter ein Punkt des Originals nicht durchgestochen worden, so trägt man denselben mit dem Zirkel von vorhandenen Punkten aus über. Wären aber der vergessenen Punkte viele, auf einem Fleck befindliche und daher das Uebertragen mit dem Zirkel mühsam, so sticht man lieber die nachzutragenden Punkte vom Original auf ein Stückchen Papier zugleich mit einigen von denjenigen benachbarten Punkten ab, die sich schon auf der Copie befinden. Diese dienen zum richtigen Anschluß des Papieres. Man schneidet näm-

lich jeden zum Anschluß oder zur Prüfung des Anschlusses bestimmten Punkt durch zwei von ihm selbst ausgehende und einen Winkel bildende scharfe Schnitte aus, biegt das dadurch entstandene Ohr zurück und legt die ausgeschnittenen Punkte auf die gleichnamigen der Copie, was leicht geschehen und überdies noch dadurch geprüft werden kann, daß man in den Punkt der Copie eine Nadel senkrecht einsetzt und zusieht, ob sie sich genau in der Spitze des ausgeschnittenen Winkels befindet. Hierauf kann man die fehlenden Punkte vom Papiere leicht auf die Copie stechen. Zum Anschlusse wählt man immer die entfernteren Punkte, und behufs der Prüfung des Anschlusses deren mindestens drei.

Wenn auf der Copie ein Meßtischblatt an ein anderes schon copirtes anzuschließen ist, so geschieht dasselbe mittelst der Punkte, die am Rande der Zeichnung auf beiden Blättern zugleich liegen. Man thut auch hierbei wohl, die zum Anschlusse dienenden Punkte nach der eben beschriebenen Weise auszuschneiden. — Meßtischblätter müssen sogleich durchstochen werden, nachdem sie abgeschnitten worden, damit sie nicht einlaufen oder sich krumm ziehen. Es trifft nicht selten zu, daß Meßtischblätter, die einige Zeit gelegen haben, ganz unregelmäßig eingelaufen sind, so daß einige Punkte auf einander passen, andere gar nicht. —

Wenn man die Originalkarte nicht durchstechen darf, so muß man sich durch Abtragen mit dem Zirkel helfen, was entweder durch Construktion von Dreiecken oder durch ein Netz von Quadraten, das auf das Original und das Blatt für die Copie gezeichnet wird, geschieht. — Auch mittelst des dünnen geölten oder s. g. Pauspapieres kann man eine Karte copiren, indem man dasselbe darauf legt und die durchscheinende Zeichnung genau abzeichnet; soll dieselbe auf Zeichnenpapier übertragen werden, so wird die Rückseite des Pauspapieres mit pulverisirtem Graphit eingerieben und dann die verzeichneten Linien mit einem zugespitzten Griffel überfahren. Mit einiger Uebung und Sorgfalt kann man auf diese Weise ziemlich genaue Resultate erhalten, jedoch dürften dieselben schwerlich genügen, um Berechnungen darauf zu basiren. —

Die Zeichnung einer Karte in kleinerem Maaßstabe als das Original nennt man Reduktion desselben. Man kann sich dabei der Dreiecke oder eines Netzes von Quadraten, jedoch mit dem Unterschiede bedienen, daß man nicht die vom Original selbst, sondern nur ihre Hälften, Drittel 2c. auf die Copie überträgt, wenn diese auf den halben, dritten 2c. Theil des Maaßstabes vom Original gebracht werden soll. Man kann sich dabei des für das Original angewandten Maaßstabes bedienen und die reducirte Linie entweder durch Rechnung oder durch einen besonders für die Copie

reducirten Maaßstabes erhalten. Andere Hülfsmittel sind der Reductions-Zirkel, zur Reduction auf die Hälfte, und der Proportional-Zirkel, mit welchem eine Originalkarte auf irgend welche beliebige aliquote Theile reducirt werden kann.

§. 73. Nachdem die Karte einer Feldmark aufgetragen ist, wird zur Berechnung des Flächeninhalts derselben geschritten. Es sollte dies füglicher Weise geschehen, bevor die Karte mit Farbe angelegt wird.

Die Berechnung des Flächeninhalts der ganzen Feldmark und der einzelnen Theile derselben muß mit solcher Genauigkeit und Sorgfalt geschehen, daß daraus ein zuverlässiges und vollständiges Vermessungs-Register angefertigt werden kann. Die Grundlage aller Flächenberechnung ist die Berechnung des Dreiecks durch das halbe Produkt seiner Höhe und Grundlinie. Aus diesem Satze folgt: daß der Inhalt eines jeden Parallelogramms gefunden wird, wenn man seine Grundlinie mit der Höhe multiplicirt, der Inhalt eines Paralleltrapezes aber, wenn man die halbe Summe seiner parallelen Seiten mit der Höhe multiplicirt. Da Parallelogramme auf einerlei Grundlinien und zwischen einerlei Parallelen einander gleich sind, so sind auch Dreiecke auf einerlei Grundlinien und zwischen einerlei Parallelen, als die Hälfte solcher Parallelogramme, einander gleich. Jede geradlinigte Figur kann nicht nur in Dreiecke (halbe Parallelogramme) zerlegt, sondern diese können auch durch Construktion in ein einziges Dreieck verwandelt werden.

Die Flächenberechnung der einzelnen Grundstücke kann geschehen

a) durch Berechnung der unmittelbar gemessenen im Vermessungs-Manual enthaltenen Aufnahmslinien;

b) durch Abnehmen derselben aus der durch die Karte gegebenen Größe, namentlich durch Zerfällen oder Verwandeln der unregelmäßigen Figuren in Dreiecke 2c.

c) durch Verbindung beider Methoden, wo die erstere nicht alle erforderlichen Data liefert.

Für die Berechnung nach der Karte hat man bei dem Dreieck die Rücksicht zu nehmen, daß man den Zirkel in eine Winkelspitze einsetzt und ihn so weit öffnet, bis ein damit beschriebener Kreisbogen die Grundlinie berührt. Die Grundlinie ist aber so zu wählen, daß die Höhe nicht auf ihre Verlängerung fällt.

Wie kleine Maaßtheile bei'm Messen der Höhe und der Grundlinie noch zu berücksichtigen sind, hängt allein von dem für die Aufnahme angewandten Maaßstabe ab. Ist derselbe $\frac{1}{2500}$ der natürlichen Größe, so wird sich diese Genauigkeit nur noch auf einzelne Fuße, nicht auf Theile derselben erstrecken

können. Man drückt die Größe der in Rechnung zu stellenden Linien (Grundlinie und Höhe) in einerlei Maaßeinheit aus und hat dies am bequemsten durch die Ruthe, da die Anwendung des Decimalsystems für alle geometrischen und arithmetischen Arbeiten des Feldmessers es verstattet, die vollen Ruthen vor das Komma, die Fuße und Zolle nach demselben zu setzen.

Wäre z. B. die Grundlinie eines Dreiecks 64,4° (64 Ruthen 4 Fuß), die Höhe = 48,3°, so hätte man den Flächeninhalt

$$= \frac{64{,}4 \times 48{,}3}{2} = 3110{,}32 \text{ QR.}$$

(3110 Quadratruthen, 3 QF, 2 Q.-Zoll).

Soll der Flächeninhalt großer Dreiecke, z. B. in einem Dreiecksnetze, berechnet werden, bei denen eine geringe Differenz in dem Abnehmen der Höhe mit dem Zirkel schon einen bedeutenden Unterschied in der Bestimmung des Flächeninhalts herbeiführt, so kann man denselben aus den gemessenen oder berechneten Seiten der Dreiecke durch Rechnung finden. Sind a, b, c die drei Seiten eines Dreiecks, so findet man den Inhalt desselben durch die Formel;

$$\tfrac{1}{4}\sqrt{(a+b+c).(b+c-a).(a+c-b).(a+b-c)}$$

und kann danach logarithmisch rechnen. Nennt man den halben Umfang $\tfrac{1}{2}(a+b+c) = S$, so kann der Inhalt auch nach der Formel

$$\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

berechnet werden. —

Alle nicht regelmäßigen Figuren werden für die Flächenberechnung in regelmäßige zerlegt, am bequemsten in Dreiecke oder Parallelogramme. Es gehört für die praktische Anwendung einige Uebung dazu, um unregelmäßige Figuren in möglichst wenige regelmäßige, genau zu berechnende Dreiecke zu zerlegen; der Anfänger wird jedoch bald die nöthigen Vortheile erkennen. Nur bleibt zu bemerken, daß man immer größere Figuren herausschneiden muß, da die Fehler, welche in der Berechnung der übrigbleibenden kleinen Figuren begangen werden, zwar im Verhältniß größer sind, aber theils durch die Addition des Flächeninhalts sich aufheben, theils zu der ganzen Fläche in keinem Verhältnisse von besonderer Bedeutung stehen. Da nun auch die Fehler der Hauptdreiecke die möglichst kleinsten sind, so wird im Allgemeinen die Fläche der ganzen Figur auf diese Weise am richtigsten bestimmt werden. Wo die Grenze eine sehr unregelmäßige ist, schneidet man dieselbe durch eine gerade Linie ab und zerlegt die übrigbleibende Figur in kleinere Dreiecke; in manchen Fällen kann diese gerade Linie auch so liegen, daß sie einige oder wenige Dreiecke einer andern

Figur mit einschließt, welche Dreiecke dann zurückgerechnet werden müssen. Bei den Krümmungen eines Flusses wird es oft nöthig sein, die krumme Linie zu rectificiren, wobei man darauf zu achten hat, daß die aus- und eingeschlossenen Flächen gleich groß werden, also keine weitere Berechnung erfordern. —

Wenn die Flächenberechnung einer Flurkarte vorgenommen werden soll, so werden die Grundstücke zuerst in schicklicher Reihenfolge numerirt und dann über jede Parzelle die erforderlichen Rechnungslinien in Blei gezogen; sodann werden die nöthigen Maaße der Rechnungs-Figuren abgenommen und in ein besonderes Rechnungsheft geschrieben, dessen Einrichtung weiter keine Erfordernisse hat, als daß man die Bezeichnung der Parzellen und die Nummern derselben bemerkt; um stets die Berechnung zu prüfen, wird man passend gelegene Figuren ohne Rücksicht auf die darin enthaltenen Parzellen berechnen und den so gefundenen Gesammt-Inhalt mit der Summe der Flächen der einzelnen Parzellen vergleichen. Findet sich hierbei eine erhebliche Differenz, so wird ein grober Rechnungsfehler, der sich übrigens leicht finden läßt, vorliegen; bei geringen Unterschieden muß die Berechnung der Parzellen nach Maaßgabe des Fehlers und unter Berücksichtigung der im Rechnungshefte enthaltenen Exempel geändert werden. Es wird in vielen Fällen kaum mehr nöthig sein, als die Berücksichtigung der nach dem Komma folgendenden Decimalstellen. Ist die Aufnahme eines Meßtischblattes der Fläche nach zu berechnen, so hat man an den gezeichneten Quadraten ein leichtes Prüfungsmittel für die Rechnung. Im Allgemeinen kann man einen Fehler von 1 □Ruthe bei einer Fläche von 100 □Ruthen zulassen; bei größeren Flächen wird man jedoch nur eine verhältnißmäßig geringere Differenz gestatten. Hierbei ist jedoch nur von der Richtigkeit der Berechnung der auf dem Papier verzeichneten Figur die Rede; die Abweichung einer Flächenberechnung von dem wirklichen Grundstücke kann oft bedeutend größer sein, weil sich dann zu den Fehlern in der Abnahme der zur Berechnung dienenden Maaße noch die oft weit größeren Fehler der Aufnahme oder der Vermessung selbst gesellen. Daher sind womöglich alle Hülfslinien der Detailaufnahme so zu legen, daß sie unmittelbar die zur Berechnung der Grundstücke erforderlichen Data, namentlich die Breiten, abgeben und dieselben nicht von der Karte abgenommen zu werden brauchen. Wenngleich dies bei der Aufnahme viel Zeitaufwand erfordert, so ist es bei einem sehr kleinen Maaßstabe fast unumgänglich nöthig.

Die Resultate der Berechnung werden tabellarisch in ein Vermessungsregister eingetragen und bei jedem Grundstücke die Nummer der Karte,

sein Besitzer, Fläche, Culturart, oft auch seine Bonität*) bemerkt. Bei Kataster-Aufnahmen wird außerdem noch die Besteuerung angegeben.

§. 74. Im Anschluß an das über die Berechnung des Flächeninhalts der Figuren Gesagte, möge hier das Nothwendige über die Theilung der Figuren folgen. Es muß jedoch im Voraus bemerkt werden, daß fast jedes Lehrbuch der Geometrie einen besondern Abschnitt über die Theilung und Verwandlung der Figuren enthält, weshalb eine Wiederholung der einschlagenden Lehrsätze hier überflüssig erschienen, um so mehr, als die Praxis selten Gelegenheit darbietet, diese fast immer nur für specielle Figuren geltenden Regeln anzuwenden.

Fast alle hier vorkommenden Aufgaben werden nur versuchsweise aufgelöst, indem man die Theilungslinie zuerst nur beiläufig, vielleicht gar nur nach dem Augenmaaße zieht und dieselbe nachher so lange verbessert, bis eine wirkliche Berechnung der Flächen darthut, daß der Forderung Genüge geschehen ist. In den meisten Fällen führt ein solches Verfahren schneller zum Ziele, als selbst eine streng richtige Rechnung oder Construktion

Die bezüglichen Aufgaben werden vornehmlich bei den geometrischen Arbeiten der Gemeinheitstheilungen und Separationen vorkommen und zwar dann in der zusammengesetzteren Gestalt, wo nicht die bestimmte Fläche durch Theilungslinien abgeschnitten werden soll, sondern wo die abgezweigten Flächen einen bestimmten Werth darstellen. Die Grundstücke werden bei diesen Arbeiten durch Sachverständige, Behufs der Ausgleichung unter den Interessenten, nach einem bestimmten Systeme in gewisse Werthsklassen eingeschätzt (bonitirt) und die Grenzlinien dieser Werthsklassen gleichfalls auf der Karte verzeichnet, so daß einzelne Grundstücke von sehr verschiedenen Werthsklassen durchschnitten werden. Kommt es nun darauf an, irgend einen Werth einem Interessenten in einer bestimmten Figur, z. B. in einem Parallelogramm, abzumessen, so muß die Rechnung in folgender Weise vorgenommen werden. Zuerst wird versuchsweise eine Linie in der Richtung gezogen, durch welche die Bedingung der Art der Figur erfüllt wird, die also z. B. mit einer gegebenen Linie parallel ist; diese Linie wird ferner die andere Bedingung, einen bestimmten Werth abzuschneiden, möglichst annähernd zu erfüllen haben. Man berechne also die Flächen aller Bonitätsklassen, welche in das verlangte Parallelogramm fallen, und dann die Werthe derselben. Giebt deren Summe nicht den

*) Unter Bonität (Güte) eines Grundstücks versteht man denjenigen Werth, den es nach Maaßgabe seiner Lage, Tragfähigkeit, Untergrund rc. für den Besitzer, im Vergleiche mit andern Grundstücken von gleicher Größe, hat.

geforderten Werth oder mehr als denselben, so ist die neue Grenzlinie nach vorn oder zurück zu rücken. Um nun hier nicht noch einmal die ganze Figur berechnen zu müssen, kann man auf eine leichte Weise ihre Lage bestimmen. Angenommen, der abzuschneidende Werth sei durch das abgeschnittene Parallelogramm nicht erreicht, sondern es fehle noch ein Theil dieses Werthes, so nehme man an, derselbe werde durch ein Stück der Fläche von einer bestimmten Breite, z. B. eine Ruthe breit, erfüllt; es ist nicht nöthig, diese Breite durch eine zweite Linie zu bezeichnen, sondern man misst längs der Theilungslinie die Länge jeder Werthsklasse, in der Mitte der Breite von 1 Ruthe, mit dem Zirkel ab, berechnet für jede enthaltene Längenzahl, die man, in der Breite von 1 Ruthe, zugleich als Angabe des Flächeninhalts betrachten kann, den Werth selbst und dividirt mit der Summe des Werthes des in einer Breite von 1 Ruthe abgeschnittenen Stückes in die Zahl des noch abzuschneidenden Werthes. Der Quotient ist die Breite des an die erste Schnittlinie noch zuzulegenden Stückes. Zur Prüfung der Rechnung steckt man mit dem Zirkel die Breite des zuzulegenden Stückes ab, zieht die dahin treffende Parallele mit der ersten Grenzlinie und berechnet von Neuem das ganze Parallelogramm der Fläche nach in den einzelnen Klassen und diese nach dem Werthe. Ist dies Verfahren sorgfältig geschehen und sind keine Rechnungsfehler vorgekommen, so wird man ohne weitere Wiederholung der Arbeit leicht zum Ziele kommen. Es bleibt jedoch bei diesem Verfahren wohl zu beachten, daß die Grenzlinien der Werthsklassen die Parallelen nicht unter zu spitzen Winkeln schneiden, wovon der Grund leicht einzusehen oder durch eine Figur darzulegen ist. Uebrigens kann es vorkommen, daß bei der nochmaligen zur Prüfung vorgenommenen Berechnung eine beachtenswerthe, wenn auch geringe Werths-Differenz übrig bleibt, die nicht durch die Aenderung der zweiten Parallele, sondern vielleicht nur durch Zulegen oder Weglassen des Werthes einer Quadratruthe zu heben ist. Man setzt dieselbe ohne Weiteres zu oder ab, wobei sich von selbst versteht, daß dies nur bei der Fläche einer wirklich vorhandenen Werthsklasse geschehen kann.

Die erwähnte Prüfung darf also keinenfalls unterlassen werden, es wird vielmehr zweckmäßig sein, zu untersuchen, ob die Fläche des ganzen Parallelogrammes mit der Summe der Flächen der einzelnen Werthsklassen übereinstimmt.

Daß man neue Flur-Eintheilungen nach Parallelen am Zweckmäßigsten bewirkt, wird weiter unten gezeigt werden. Man erreicht damit zugleich den Vortheil, die Breite (Höhe) der Parallelogramme genauer, als es durch Abnehmen mit dem Zirkel möglich ist, bestimmen zu können, da die

Länge des Parallelogrammes dividirt in den Flächeninhalt desselben die Breite giebt, denn da beim Parallelogramm $g \cdot h = F$, so ist $h = \frac{F}{g}$, wenn die Grundlinie $= g$, die Höhe $= h$ und der Flächeninhalt $= F$ ist.

Es mag übrigens hierbei noch bemerkt werden, daß das obige Verfahren, einen bestimmten Werth von einer Figur zuzulegen oder abzunehmen, auch für den Fall gilt, wo die Theilungslinie nicht mit einer andern Linie der Figur parallel ist, wenn dieselbe sonst nur eine gerade Linie ist.

§. 75. Bereits im §. 58 ist auf die verschiedenen Zwecke, Behufs deren die Aufnahme der Feldmarken geschieht, hingewiesen worden, und es wird hier an der Stelle sein, Einiges über die von jenen abhängigen Rücksichten bei der Aufnahme und den auf diese folgenden oder beruhenden Arbeiten zu sagen.

Wenn die Aufnahme der Feldmarken im Allgemeinen die Aufgabe hat, die Kultur- und Besitzgrenzen darzustellen, so erweitert sich diese Aufgabe mit Rücksicht auf den Zweck, der mit derselben in staatswirthschaftlichem oder Privatinteresse verbunden wird. Man kann in den meisten Fällen die Aufnahme der Feldmarken in dieser erweiterten Beziehung entweder als eine Grenz-Regulirung oder Feststellung der Besitzgrenzen, oder als eine Vermessung für Gemeinheits-Theilungen und Separationen oder als eine s. g. Katastrirung (Aufnahme von Feldmarken Behufs der Besteuerung) ansehen. Diese Zwecke sollen meist durch die Aufnahme der ganzen Fluren in einem Maaßstabe von $\frac{1}{1500}$ bis $\frac{1}{3000}$ erreicht werden, wobei natürlich an topographische Aufnahmen nicht gedacht wird und hier allein das Feldmessen in Betracht kommt.

Soll nun eine Feldmark Behufs einer Grenzregulirung oder Feststellung der Besitzgrenzen aufgenommen werden, so ist dabei die Ermittelung der Grenzen und deren genaue Aufnahme die Hauptsache. Unbedingt nöthig erscheint auch dann die Berechnung der aufgenommenen Flächen und die Aufstellung eines Vermessungs-Registers. Die auf diese Weise ermittelten und festgestellten Grenzen werden örtlich mit festen Merkmalen (Grenzsteine, Grenzhügel) versehen, insbesondere wenn die Grenze nicht eine gerade Linie bildet. Diesen Grenzzeichen werden unverwesbare Gegenstände, wie Glas, Kohlen, Schlacken u. dgl. m. untergelegt, sie selbst aber, wenn es Steine sind, mehrere Fuß tief in die Erde gesetzt.

Eine Aufnahme zu diesem Behufe wird nicht in einem allzukleinen Maaßstabe gezeichnet werden dürfen; wo die Größe der Feldmark es gestattet, würde der schicklichste Maaßstab $\frac{1}{2000}$ der wirklichen Größe sein. Geschähe die Aufnahme mit dem Meßtisch, so dürfte es genügen, wenn die

Meßtischblätter mit den auf ihnen verzeichneten Abschnitten der Feldmark einzeln blieben, also nicht zu einem großen Kartenblatte zusammengesetzt wurden. Als Uebersichtskarte könnte eine verkleinerte Copie dienen. Nur müßten die Meßtischblätter eben auch nur ganze Feldschläge enthalten. —

§. 76. Bei Vermessungen zum Behuf der Gemeinheits-Theilungs- oder Separations- und der Ablösungs-Geschäfte sind jedoch noch andere Beziehungen, als die eben erwähnten, in's Auge zu fassen. Zuvörderst sei bemerkt, daß in verschiedenen Staaten durch Gesetze die Theilung aller gemeinschaftlich benutzten Aecker, Wiesen und Weidereviere gestattet ist und nach bestimmten Normen vorgenommen wird; jeder Interessent erhält dann seinen Antheil an den Gemeinheiten in Grund und Boden hütungsfrei und in möglichst zusammenhängender Lage angewiesen. Zugleich mit diesem Geschäfte kann die Aufhebung und Ausgleichung der gegenseitigen und anderer Hütungsrechte stattfinden, so daß jeder Grundbesitzer die allein benutzten, jedoch mit dem Hütungs-Servitut belasteten Grundstücke hütungsfrei erhält. Endlich bietet sich bei diesen Geschäften die Gelegenheit dar, die Grundstücke der einzelnen Besitzer in möglichst arrondirter Lage zusammenzulegen. Man nennt dies Geschäft Separiren. Sind Grundstücke mit Zinsen, Zehnten und andern derartigen Servituten belegt, so kann auch darüber ein Ablösungs-Geschäft stattfinden.

Alle diese Geschäfte bedingen die Vornahme einer Vermessung und die Abschätzung (Classification, Bonitirung) der Grundstücke nach ihrem Ertragswerthe.

Es kann natürlich hier nur die Rede von den bei diesen Geschäften vorkommenden geometrischen Arbeiten sein, da die übrigen rein juristischer oder agronomischer Art sind. Demnach wird nach der Aufnahme der Feldmark, welche Behufs der nothwendigen Uebersicht auf ein großes Blatt aufgetragen ist, die Bonitirung der Grundstücke vorgenommen. Der Geometer hat hierbei die Grenzlinien der von den zugezogenen ökonomischen Sachverständigen angegebenen Bonitirungs-Klassen aufzumessen und in die Karte nach dem Maaße einzutragen; er wird diese Aufnahme der Bonitirung leicht bewirken können, wenn er die Feldabtheilungen der Originalkarte auf einzelne Blätter zeichnet und bei dem Geschäfte selbst die Aufnahme nach Parallelen bewirkt. Die Parallelen können 20—25 Ruthen von einander entfernt sein und bei'm Acker dürfen die Furchen der Ackerstücke an Stelle derselben angenommen werden, weil streng genommen Niemand im Stande ist, die Grenzen der Bonitirungs-Klassen ganz genau zu bezeichnen, vielmehr eine ohngefähre Angabe ausreichen muß. Der Feldmesser wird jedoch

durch seine Arbeit nicht Gelegenheit zu noch größeren Mängeln geben. Die verzeichneten Bonitirungs-Klassen werden nach dem Maaßstabe in die Karte eingetragen und die einzelnen Grundstücke nicht nur in ihrer Gesammtfläche, sondern auch nach den einzelnen Bonitirungs-Klassen berechnet, wobei sich von selbst versteht, daß die Summe der letzteren mit der ersteren übereinstimmt. Die Resultate dieser Berechnung werden in dem Vermessungs- und Bonitirungs-Register niedergelegt. Auf Grund desselben und nach Ermittelung des Ertragswerthes für jede Bonitirungs-Klasse wird für jeden Grundbesitzer ein s. g. Sollhaben aufgestellt, d. h. eine Berechnung der Acker- und Wiesen-Ertrags- und Weide-Werthe jedes Einzelnen, von denen die letzteren nach Maaßgabe der Weiderechte getheilt werden; von der Summe dieser Werthe gehen die zu Wegen und andern gemeinschaftlichen Anlagen erforderlichen ab und der Rest ist derjenige Werth, welchen der Interessent nach Maaßgabe seines bisherigen Besitzes in Acker, Wiesen u. s. w. wieder ausgewiesen erhält. Nach den Angaben des Sollhabens wird nun die neue Planlage von dem Geometer unter Beihülfe eines ökonomischen Sachverständigen projektirt und berechnet. In geometrischer Beziehung dürfte dabei Folgendes zu bemerken sein.

Jede neue Flur-Eintheilung bietet die Gelegenheit dar, die Kommunikations-Straßen und Feldwege in gerader Linie auszuweisen und in angemessener Breite herzustellen. Die Hauptwege werden mindestens die Breite haben müssen, daß sie zugleich als Triften benutzt werden können. Von ihnen gehen die Feldwege, möglichst unter einem rechten Winkel ab und sie sind in der Art zu projektiren, daß jedes Grundstück durch sie mindestens von einer Seite einen Zugang hat. Geht es aus ökonomischen Rücksichten an, so ist es zweckmäßig, die einzelnen Planstücke parallel mit den Hauptwegen zu legen; wo dies nicht geschehen kann, wird man doch wenigstens die Grenzlinien in einzelnen Feldschlägen oder größeren Abtheilungen der Feldmark parallel legen können. Parallel und gerade laufende Grenzlinien sind leichter und genauer abzustecken und richtiger zu bewahren, als andere; liegen sie überdem zwischen parallel gehenden Wegen, so kann die Breite der von ihnen eingeschlossenen Grundstücke leicht durch Rechnung genau festgestellt und zu allen Zeiten controllirt werden. Die Absteckung der neuen Eintheilung der Feldmark ist eine einfache geometrische Arbeit; sie beginnt mit den Straßen und Wegen, deren Grenzen sogleich örtlich (durch Pfähle oder noch besser durch Grenzsteine) bezeichnet werden. An diesen Wegen werden die Grenzen der einzelnen Besitzstände bezeichnet, ebenso über den Feld- oder Wiesenschlag einzelne Parallelen gemessen, auf denen dieselben Grenzpunkte abzustecken sind, die dann in einer Linie mit

den unten und oben bezeichneten liegen müssen. Man wird wohl thun, bevor man auf einer langen Linie Grenzpunkte absteckt, die Linie erst zu messen und die gefundene Länge mit der Karte zu vergleichen; findet sich hierbei ein Unterschied, der die Grenzen eines gesetzlich erlaubten Fehlers nicht überschreitet, so hat man die Differenz auf die Entfernungen der einzelnen Grenzpunkte verhältnißmäßig zu vertheilen, damit nicht etwa bei dem letzten erst die ganze Differenz hervortrete. — Für eine Grenzbeschreibung der neuen Feldeintheilung ist es durchaus nothwendig, die Winkel im Felde zu messen, nicht etwa von der Karte abzunehmen. Nach Anleitung des über die Legung von Dreiecksnetzen Gesagtem, lassen sich feste Punkte durch Dreiecke, deren Winkel genau gemessen werden müssen, verbinden und so für alle Zeiten als Grundlagen jeder geometrischen Arbeit sichern. —

§. 77. Die Aufnahme einer Feldmark Behufs der Besteuerung der Grundstücke derselben wird gewöhnlich Katastrirung genannt und nach besonderen Vorschriften (Instruktionen) vom Geometer bewirkt.

Man hat jetzt beinahe allgemein den Grundsatz anerkannt, daß die Regulirung des Abgaben-Systems von dem landwirthschaftlichen Gewerbe für einen geordneten Staatshaushalt eine unerläßliche Nothwendigkeit ist. Der Prüfstein des Werthes eines Abgaben-Systems ist die verhältnißmäßig gleiche Belastung aller Beitragspflichtigen nach dem Verhältniß ihrer Theilnahme am Effekte des Staates und die Möglichkeit, ein solches System zu reguliren und gegen Willkür und Wandelbarkeit des Willens für immer sicher zu stellen. Die Anfertigung eines Katasters ist von jeher für eine der schwierigsten Unternehmungen des Staatshaushaltes angesehen worden; es muß mit Genauigkeit und Vorsicht begonnen und mit Ausdauer zu Ende geführt werden. Zu den Bedingungen für das Gelingen eines brauchbaren Katasters gehören:

1) die Gründung eines dauernden Institutes für die technischen Arbeiten und Sicherung desselben durch ein Gesetz, sowie für die Bildung eines tüchtigen Ausführungs-Personales;
2) die Sammlung aller auf einen umfassenden Katasterplan bezüglichen statistischen Notizen und die für denselben nöthigen Vollziehungs-Instructionen;
3) Probeversuche durch alle Zweige der Katasterarbeiten hindurch, was bei der Verschiedenheit der Verhältnisse in den einzelnen Ländern auch bei Benutzung der anderwärts gemachten Erfahrungen nicht zu umgehen ist;
4) Anordnungen, wodurch die Erhaltung des Katasters bis auf ferne Zeiten gesichert ist, und zwar:

a) in Bezug auf die geometrischen Arbeiten durch Anwendung eines Verfahrens, wodurch die Karten und übrigen Dokumente nicht nur nach der jeweiligen Boden-Eintheilung und dem Besitzstande fortgeführt, sondern auch periodisch erneuert werden können;

b) in Bezug auf die Abschätzung des Grund und Bodens durch Anwendung solcher formeller Einrichtungen, daß eine nothwendig gewordene periodische Revision ohne zu großen Zeit- und Kosten-Aufwand möglich ist.

Hieraus ergiebt sich, daß zur Herstellung eines Katasters zwei verschiedene Arbeiten nöthig sind: die geometrische Aufnahme und die ökonomische Abschätzung der Grundstücke. Die nähere Betrachtung der letzteren Arbeit liegt außerhalb der Grenzen dieser Schrift.

Bei der geometrischen Aufnahme der Grundstücke handelt es sich zuvörderst um den Umfang der zu katastrirenden Fläche. Soll von einem ganzen Lande ein Kataster aufgenommen werden, so wäre es nöthig, nach den Maaßgaben der höhern Meßkunst, ein trigonometrisches Netz über das ganze Land zu legen und darauf erst eine geometrische Aufnahme der einzelnen Feldmarken rc. zu basiren. Man würde in diesem Falle den Meridian (Mittagslinie) eines geeigneten Punktes bestimmen, diesen Meridian nach beiden Seiten bis an die Landesgrenze verlängern und auf ihm Perpendikel, gleichfalls bis zur Landesgrenze gehend, errichten, wodurch das ganze Land in 4 Theile getheilt würde; diese würden wieder durch gleich weit von einander entfernte Parallelen in eine Anzahl gleich großer Quadrate zerlegt, von denen jedes einzeln aufzunehmen wäre. Es leuchtet ein, daß diese Eintheilung des Landes nur in dem Falle anzuwenden ist, wenn seine zusammenhängende und arrondirte Lage dies zulässig erscheinen läßt.

Wird mit dem Kataster nicht eine Landesaufnahme verbunden, so sind die Feldmarken einzeln nach der bisher gegebenen Anleitung aufzunehmen. Im Falle die Aufnahme mit dem Meßtische vorgenommen wird, können die einzelnen Blätter füglich die Stelle eines einzigen Kartenblattes vertreten, wenn sonst nur Sorge getragen wird, daß nicht Feldabtheilungen, die unbedingt zusammengehören, auf verschiedenen Blättern zerstreut sind. Ein Uebersichtsblatt in kleinerem Maaßstabe wird dabei immer zweckmäßig sein und gute Dienste thun. —

Anmerkung. Ueber die formellen Einrichtungen der Kataster sowie eine ausführlichere Darlegung des ganzen Gegenstandes findet man in den Werken: „Benzenberg, über das Kataster, (Bonn 1818)“ und „L. W. Klemm, die Landes-Vermessung und die in ihrem Gefolge befindlichen Arbeiten rc. (Stuttgart 1842.)“

§. 78. Um die Zuverlässigkeit und Brauchbarkeit einer geometrischen Aufnahme zu bestimmen, wird dieselbe einer Revision unterzogen; durch die Revision verschafft man sich die Ueberzeugung von der Genauigkeit einer Aufnahme in höherem Grade, als sie die Individualität des Geometers allein gewährt. Jeder Geometer, der aufrichtig gegen sich selbst sein will, wird zugeben, daß einzelne Irrthümer unterlaufen können. Deshalb sollte jede Aufnahme von Amtswegen genau revidirt und etwaige Fehler dem Geometer nur dann zur Last gelegt werden, wenn diese offenbar Unkenntniß und Unfähigkeit bekunden.

Die Revision kann sich ebensowohl auf die Aufnahme, wie auf die Flächen-Berechnung erstrecken. Bei Revision der Aufnahme wird man dieselbe nicht auf die Nachmessung einzelner Grundstücke ausdehnen, vielmehr wird man zuerst die richtige Lage einzelner fester Punkte prüfen. Meßtischaufnahmen sind leicht durch Schnitte verschiedener Visirlinien nach Punkten von mehreren Standorten aus zu revidiren. Werden auf der Karte beliebige Diagonalen gezogen und dieselben mit der Kette gemessen, so kann man sich leicht durch Vergleichung beider Resultate von der Richtigkeit oder Mangelhaftigkeit der Aufnahme überzeugen. Eine besondere Aufmerksamkeit ist der Prüfung der Randlinien der Meßtischblätter zu widmen. Nur bei vollständiger Uebereinstimmung der Randlinien der Meßtischblätter können dieselben als brauchbar angesehen werden.

In ähnlicher Weise kann bei Prüfung der Flächen-Berechnung verfahren werden, indem man erst größere Flächen nachrechnet und dann die in denselben enthaltenen Parzellen prüft. Durch Abänderung der Berechnungs-Figuren läßt sich dies am leichtesten bewerkstelligen. Im Allgemeinen sollte keine Parzelle ungeprüft bleiben. —

§. 79. Unter den Gründen, welche im §. 6 für die Nothwendigkeit der Reduction der gemessenen Linien und Flächen auf den Horizont angeführt sind, findet sich auch die Hindeutung auf den Satz, daß gekrümmte oder geneigte Flächen nicht mehr Gewächse tragen könnten, als Ebenen. Es leuchtet ein, daß, wenn dieser Satz eine unzweifelhafte Wahrheit enthielte, derselbe einen sehr gewichtigen Grund für die Nothwendigkeit der Reduction der Linien und Flächen auf den Horizont abgeben würde, und es scheint daher nicht überflüssig, hier eine nähere Betrachtung über das Verhältniß der wirklichen zu der reducirten Fläche anzustellen.

Nimmt man als Beispiel ein um 20 Grad gegen den Horizont geneigtes Feld von 100 Ruthen Länge und 40 Ruthen Breite an, so enthält dieses, auf seine horizontale Grundfläche reducirt und darnach genau be-

rechnet, 3758,25 Q.-Ruthen, anstatt 4000 Q.-Ruthen in der wirklich vorhandenen Größe. Bei verändertem Neigungswinkel, z. B. bei 30 Grad, ergiebt die Berechnung derselben auf den Horizont reducirten Fläche nur 3465,6 Q.-Ruthen, und der Besitzer einer steilgelegenen Waldparzelle von gleicher Länge und Breite mit der Vorigen, deren Elevation 60 Grad beträgt, würde nach der geschehenen Messung nur 2000 Q.-Ruthen besitzen, obschon man dieselbe bei einer Messung ihrer natürlichen Länge 4000 Q.-Ruthen groß finden würde. Und so ergiebt sich bei jeder Erhöhung des Bodens und nach Verschiedenheit des Elevationswinkels ein sich ganz differenzirendes Maaßverhältniß, nämlich bei der geringen Neigung des Bodens von 10 Grad erscheint die vorerwähnte Längenstrecke (100⁰) auf den Horizont reducirt, um 1,51922 Ruthen kürzer als in der Natur, d. i. um soviel als die Differenz oder der Sinus versus zwischen dem Cosinus und dem Radius beträgt. Steigt die Elevation auf 20 Grad, so steigt die Verkürzung auf 6,03074 Ruthen; bei 30 Grad Neigung auf 13,39746 Ruthen, bei 40 Grad auf 23,39556 Ruthen, bei 45 Grad auf 29,28932 Ruthen, bei 50 Grad auf 35,72124 und bei 60 Grad auf 50 Ruthen, ꝛc. Multiplicirt man nun diese Längen-Differenzen mit der Breite der schiefliegenden Grundstücke, so ergeben sich die erheblichsten Abweichungen und stets von sehr verschiedener Art.

Daß diese Anomalien bei Feststellung und Bemessung des Flächeninhaltes und des daraus resultirenden Ertragswerthes der Grundstücke von nicht geringem Einfluß sind, liegt auf der Hand; sie sind auch nicht durch die Behauptung, die geneigte Fläche trage nicht mehr Pflanzen als die derselben entsprechende Horizontalfläche, beseitigt. Diese Behauptung, so oft sie auch von s. g. Mathematikern oder Meßkünstlern aufgestellt worden ist, widerspricht allen landwirthschaftlichen Erfahrungen. Dem berühmten Thaer entging diese Frage nicht und er fand sie auch wichtig genug, sie in seiner rationellen Landwirthschaftslehre in folgender Stelle näher zu berühren: „Man hat sich lange darüber gestritten, ob die größere Oberfläche des hügeligten Bodens in Ansehung der Production, Vorzüge vor der geringeren Oberfläche des ebenen Bodens habe. Die meisten Theoretiker haben behauptet, jene habe keine Vorzüge, und könne nicht mehr Pflanzen tragen, wie die horizontale Fläche, weil die Pflanzen immer perpendikulär stehen, mehrere folglich weder an den Wurzeln noch an den Gipfeln Platz hätten. Hiervon aber haben sich die Praktiker nie überzeugen können, und letztere scheinen offenbares Recht zu haben. Schon in Rücksicht des Platzes scheint es unläugbar, daß solcher für mehrere Pflanzen zureiche, wenn sie sich über einander erheben; wo der Gipfel des einen Baumes oder die Aehre

der einen Pflanze sich ausbreitet, hat die Wurzel einer andern ihren Platz, und es kommt nur auf die Oberfläche des Bodens an, woraus sie Nahrung ziehen, und diese ist doch auf einem Hügel immer größer als auf jener Basis. Der Hügel hat, bei einer gleichen Tiefe seiner Ackerkrume, doch bestimmt mehr fruchtbare Erde, als die Basis desselben haben würde. Und endlich rauben sich die an einer Anhöhe stehenden Pflanzen die Luft und das Licht weniger. Und sonach müßte der Boden, wenn er sich übrigens gleich ist, nicht allein nach der geometrischen Fläche, die natürlich auf den Karten nur angegeben sein kann, sondern auch nach der Linie seiner Oberfläche geschätzt werden."

Wer sich durch die Ansicht dieser Autorität nicht überzeugen lassen will, der möge sich vor allen Dingen die Aufgabe des Geometers, der Kataster-Aufnahmen besorgt, erst recht klar machen; sie besteht nicht in der Ermittelung dessen, wie viel der Bodenraum trägt, sondern ganz allein in der Beantwortung der Frage: wie groß er ist? um dies Resultat dann einer sachverständigen Würdigung zu unterziehen: wie hoch der Ertrag von einer gegebenen Fläche nach ihrer Lage, sonstigen einwirkenden Verhältnissen, nach der eigenthümlichen Beschaffenheit des Bodens und seiner Benutzungsart und der größeren oder geringeren Mühe seiner Bearbeitung anzunehmen sei. Der Landwirth, der die Bonitirung vornimmt, bezieht sich in seinen Angaben nur insoweit auf die Resultate der Messung, als er diese als richtig ansieht; er wird deshalb nie die Ertragsfähigkeit einer großen Fläche bestimmen, sondern sich nur in Beziehung des üblichen Feldmaaßes ausdrücken und z. B. sagen, ein Morgen dieses Bodens hat den oder jenen bestimmten Ertragswerth. In allen Fällen, wo gleiche Verhältnisse des Bodens obwalten, wird sich die Ertragsfähigkeit desselben wie die Größe seiner Oberfläche verhalten; in manchen Fällen, z. B. bei'm Weinbau, wird dieselbe an bergigem Terrain sogar höher, als in der Ebene sein. —

Die Unzulänglichkeit der bisherigen Darstellung geneigter Flächen durch horizontale Projektion würde bei der Katastrirung eine für den Grundbesitzer günstige Folge haben, indem das zu besteuernde Grundstück kleiner bemessen wird, als es in der Wirklichkeit ist. Für den Fall aber, wo die geometrische Aufnahme zum Behuf einer Zusammenlegung der Grundstücke (Separation) geschehen wäre, könnte leicht eine große Benachtheiligung eintreten, die allein in der Reduction der wirklich vorhandenen Fläche auf die zugehörige horizontale Ebene ihren Grund findet. Es ist leicht, sich dies durch Beispiele klar zu machen.

Wenn nun diese Unzulänglichkeit einer allgemein angenommenen Darstellungsweise anerkannt ist, so entsteht die Frage: wie die Mängel einer solchen zu beseitigen sind, ohne daß man der Aufnahme im Ganzen die nöthige Sicherheit und Genauigkeit nehme? Denn es leuchtet ein, daß man nicht im Stande ist, das Detail eines Dreiecks-Netzes, dessen Dreiecksseiten auf den Horiront reducirt sind, mit den natürlichen Entfernungen und Erhöhungen aufzunehmen, vielmehr daß man diese gleichfalls nur in horizontaler Projektion gebrauchen kann. Die verschiedenen Methoden der Zeichnung geneigter Flächen, so anerkennungswerth sie auch, namentlich für gewisse Zwecke sind, haben bis jetzt für ökonomische Aufnahmen keine nutzbare Anwendung gefunden und finden können; sie beruhen meist auf einem System linearer Zeichen, dessen Ausführung eine gewisse technische Fertigkeit erfordert, ohne zugleich die Gewähr einer geometrischen Genauigkeit zu enthalten. Es wird keinem denkenden Geometer einfallen, die Methode Lehmann's zur Bezeichnung schiefer Flächen auf ökonomischen oder cameralistischen Plänen zum Verständniß zwischen der Wirklichkeit und der Zeichnung anzuwenden. Schon die Anhäufung von Bergstrichen würde die Grenzlinien der Grundstücke im höchsten Grade unsicher machen, jede andere Arbeit, z. B. neue Eintheilung der Grundstücke, wäre auf einer derartig bezeichneten Karte ganz unmöglich.

Das einzige Mittel, um den besprochenen Zweck zu erreichen, kann nur eine trigonometrisch-geometrische Aufnahme sein, d. h. eine Aufnahme, welche ein Dreiecks-Netz zur Grundlage hat. Das Detail wird dann an den Stellen, wo seine Abweichung von der horizontalen Ebene von Erheblichkeit und Einfluß ist, so gemessen, wie es in Wirklichkeit liegt, d. h. in der wirklichen Länge der Grenzlinien. Die Karte kann (nach §. 6. 2) nur die Reduction dieser Linien enthalten, allein die gefundene wirkliche Länge derselben muß als maaßgebend für die Berechnung notirt werden. Es wird dies am zweckmäßigsten auf der Karte an der betreffenden Linie durch kleine Zahlen geschehen und diese sind bei der Flächenberechnung allein zu beachten. Eine auf diese Weise bewirkte Aufnahme würde allerdings etwas mehr Mühe und Zeit erfordern, allein sie würde richtiger und brauchbarer für alle Zwecke sein, als die unter Nichtbeachtung dieses Umstandes bewirkten.

Es kann sich hierbei nicht um die Absicht handeln, die Meßkunst um eine neue Methode bereichern zu wollen; vielmehr ist nur der Fall in Betracht zu ziehen, in welchem eine trigonometrisch-geometrische Aufnahme für ökonomische oder cameralistische Zwecke nur unter Beobachtung gewisser Normen Zuverlässigkeit und Brauchbarkeit gewährt. Aus diesem Grunde

ist die vorgeschlagene Methode auch nicht schon früher erwähnt worden und kann nicht füglich in einem Lehrbuche der Meßkunst abgesondert behandelt werden. Allein sie hat wenigstens die Bedeutung, bei den vorerwähnten Aufnahmen in den für die Geometer abzufassenden Instruktionen eine Berücksichtigung zu finden. —

B. Die Aufnahme der Forsten.

§. 80. Die Aufnahme der Forsten geschieht entweder zum Behuf der Werthsbestimmung derselben oder zum Zweck einer Forstbetriebs-Einrichtung.

Je nach der Größe der aufzunehmenden Forst-Reviere wird man durch eine einfache oder schwierigere Meßoperation diese Aufnahmen bewirken können, und es bedarf hier nur eines Hinweises auf die bereits angeführten Methoden für die Aufnahme größerer und kleinerer Figuren. Allein der Umstand, daß die in Frage kommenden Flächen fast immer mit Wald bestanden und deshalb nicht übersehbar sind, erschwert diese Aufnahmen in hohem Grade, indem die Prüfungen, welche sich durch Beziehungen einzelner wichtiger Punkte zu einander ergeben, meist mit Schwierigkeiten verbunden, oft ganz unmöglich sind. Wollte man z. B. über ein mit Hochwald bestandenes Forstrevier ein Dreiecksnetz legen, so würde dies wegen örtlicher Schwierigkeiten unausführbar sein, abgesehen von dem Verlust an der Substanz des Waldes. Man würde in solchem Falle zur Anwendung der Perimeter-Methode greifen müssen und nur allein in der Benutzung der Wege, Gestelle rc. die man als Probelinien für die richtige Lage der durch sie begrenzten Abschnitte betrachtete, eine Gewähr für die Zuverlässigkeit der Aufnahme selbst finden. Die Möglichkeit, jeden wichtigen Punkt der Aufnahme auf doppelte Weise zu bestimmen, ist also nicht gegeben.

Es ergiebt sich hieraus, daß Forst-Aufnahmen stets mit einer besondern Sorgfalt zu bewirken sind und daß zu ihnen Instrumente verwandt werden müssen, von denen genaue Resultate erwartet werden dürfen.

Man hat sich bisher bei Forstaufnahmen der Boussole, des Meßtisches, in einzelnen Fällen auch des Theodoliten bedient. Bei nur einiger Kenntniß der Anwendung und der Leistungen des Meßtisches wird jeder Geometer zugeben, daß derselbe das einfachste und zweckentsprechendste Instrument für die Festlegung und Bestimmung von Punkten ist und daß kaum ein anderes Instrument diese Aufgaben in so kurzer Zeit erfüllt; zum Beweise hierfür brauche ich nur auf den Umstand hinzuweisen, daß durch Vorwärts-

Einschneiden von zwei Standorten eine große Anzahl von Punkten ohne Weiteres, nicht minder neue Punkte mit Bezug auf bereits festgelegte durch Rückwärts-Einschneiden bestimmt werden können. Für diese Operationen giebt es kaum ein besseres und bequemeres Instrument. Dagegen ist der Meßtisch weniger zweckmäßig zum Stationiren, d. h. zum Aufnehmen aus dem Umfange, anzuwenden. Das Aufstellen und Orientiren desselben auf jeder Station ist zeitraubend und keineswegs zuverlässig, da die Fehler unbemerkbar bleiben, weil jede Prüfung fehlt; nur diejenigen Punkte, welche durch Schnitte von drei festen Punkten aus oder durch Visiren nach je drei schon festgelegten Oertern bestimmt werden können, haben die Gewähr einer Prüfung für sich. Bei'm Stationiren wird immer ein Punkt abhängig vom andern (der zweite vom ersten, der dritte vom zweiten 2c.), ohne daß dieselben in weitere Beziehungen zu einander zu setzen wären, so z. B. durch Schnitte der nicht auf einander folgenden. Da nun aber die mit Wald ganz oder theilweise bedeckten Figuren ein Vorwärts- oder Rückwärts-Einschneiden mit dem Meßtisch im höchsten Grade beschränken oder unmöglich machen und da ferner die Anwendung des Meßtisches zum Stationiren zeitraubend und wenig verläßlich ist, so folgt, daß die Verwendung dieses Instrumentes zur Aufnahme der Forsten, unter den angedeuteten Bedingungen, überhaupt nicht rathsam erscheint. Nur für ganz kleine Figuren oder für Reviere, deren Umfangslinien man durch die Aufnahme anliegender Grundstücke erhielte, könnte man sich des Meßtisches allenfalls bedienen. —

Hinsichtlich der Boussole ist wiederholentlich auf den Umstand hinzuweisen, daß sie in ihren unmittelbaren Angaben der Winkel nicht genau genug und daß unbemerkbare Einflüsse diese Winkel noch unsicherer machen können. Nur bei kleinen Figuren könnte sie Anwendung finden.

Am zweckentsprechendsten würde in allen Fällen der Aufnahme der Forsten der Theodolit anzuwenden sein. Mit diesem Instrumente sind wenigstens die Winkel der Umfangslinien genau und unabhängig von vorhergehenden Operationen oder von unbemerkbaren Einflüssen zu messen, die einzige Bedingung, welche man bei diesen durch die Natur der Objekte beschränkten Aufnahmen erfüllt sehen muß. —

Anmerkung. Die speciellen Instructionen, welche der Forstgeometer erhält, schreiben ihm auch meist vor, welcher Winkelmesser und Instrumente er sich zu bedienen hat. In Preußen existirt eine derartige Instruction (vom 13. Juli 1819), welche noch die Anwendung der Boussole empfiehlt. Es läßt dies keinen guten Schluß auf die preuß. Forstaufnahmen zu. Die zum Theil im Harzgebirge belegenen Forsten von Anhalt-Bernburg sind mit dem Theodoliten aufgenommen und die Regierung hat auf diese Weise eine treffliche Karte derselben erhalten. —

§. 81. Der Aufnahme eines Forstes oder verschiedener Forst-Reviere muß immer eine Grenz-Regulirung vorangehen. Diese kann sich nur auf den zur Zeit der Aufnahme vorgefundenen Zustand beziehen, woraus die Nothwendigkeit entspringt, denselben nicht einseitig, sondern unter Zuziehung aller bei der Bestimmung der Grenze irgendwie Betheiligten festzustellen. Der Eigenthümer oder der Bewirthschafter des Forstes sowohl, als die Besitzer aller angrenzenden Grundstücke haben ein unmittelbares Interesse an der Feststellung und Regulirung der Forstgrenzen, weshalb sie bei diesem Geschäft vom Geometer zugezogen werden müssen.

Unter Begleitung dieser Interessenten begeht der Geometer die Umgrenzungslinie des aufzunehmenden Forstes von einem festen Punkte anfangend und nach einer Seite hin fortschreitend. Alle Grenz-Eckpunkte werden mit starken fortlaufend numerirten Pfählen versehen, nicht minder alle sonst schon vorhandenen Grenzzeichen (Steine, Hügel, Raine, Gräben, Bäume, Bäche u. s. w.). Diese numerirten Pfähle werden ihrer ungefähren Lage nach vom Geometer in das Manual gezeichnet und die nöthigen Bemerkungen dabei geschrieben. Wo Grenzen streitig sind, müssen die von beiden streitenden Partheien angegebenen Grenzlinien bezeichnet und aufgemessen, mit den bezüglichen protokollarischen Angaben und der genauen Darlegung des Sachverhältnisses zur richterlichen Entscheidung gestellt werden.

Außer den numerirten Grenzzeichen werden bei den äußeren Grenzen der Forstreviere die anstoßenden Grundstücke ihrer Art nach in dem Manuale bemerkt, desgleichen die Wege nach den nächsten Ortschaften und Etablissements und die Entfernung dieser von dem Forstreviere. Nach Feststellung der Umfangsgrenzen werden die Besitzthumsgrenzen innerhalb des Forstes in derselben Weise festgestellt und bezeichnet, sofern eben verschiedene Besitzstände vorhanden sind.

Wo die Grenzpunkte nur durch numerirte Pfähle bezeichnet sind, müssen an deren Stelle feste und unverrückbare Grenzmaale treten; es können dies Grenzsteine oder Grenzhügel sein. Den 2—3′ langen Grenzsteinen, die zu $^3/_4$ in die Erde kommen, giebt man die entsprechende Nummer und oben auf dem Kopfe deutet man auch wohl durch eingehauene Linien den Winkel an, unter welchem die Grenze auf den Punkt trifft.

Nach dieser Feststellung und örtlichen Bezeichnung der Grenze wird dieselbe genau aufgemessen, sowohl in Bezug auf die Entfernung der einzelnen auf einander folgenden Grenzzeichen, als in Betreff der Winkel, unter denen diese zu einander liegen. Hierauf gründet sich das Grenzvermessungs-Register, das folgende Columnen enthalten kann:

a) No. der Karte,
b) No. des Blockes (Schlages),
c) No. und Name des Waldortes,
d) Grenzzeichen (No.) und Beschaffenheit desselben, (Hügel, Steine ꝛc.),
e) Richtung und Größe des Winkels, unter welchem das Grenzzeichen liegt,
f) Horizontale Länge der Grenzlinie,
g) Bemerkungen.

Das Grenzvermessungs-Register wird mit dem bei Feststellung der Grenzen aufgenommenen Grenzprotokolle aufbewahrt und ist als ein wichtiges Actenstück der ganzen Aufnahme anzusehen. Aus diesem Grunde wird auch das Grenzprotokoll meist von einem Justizbeamten unter Zuziehung der Grenznachbarn, der höheren Forstbeamten und des Forstgeometers aufgenommen. —

Es versteht sich von selbst, daß außer den Umfangsgrenzen auch die möglicher Weise innerhalb der Forst-Reviere vorkommenden Eigenthumsgrenzen und die auf der Waldfläche befindlichen Servituten-Grenzen, soweit sie auf die Forstbetriebs-Einrichtung und deren Ausführung Bezug haben, im Grenzprotokoll und Grenz-Register berücksichtigt werden.

§. 82. Was den rein geometrischen Theil der Forst-Aufnahmen betrifft, so kann nur, um Wiederholungen zu vermeiden, auf das bereits im 1. und 2. Abschnitt Vorgetragene, unter Berücksichtigung des im §. 80. hinsichtlich der Wahl der Instrumente Bemerkten, hingewiesen werden. Es bedarf hier blos der Andeutung dessen, was hinsichtlich der Natur der Objekte und der Zwecke, um welche die Forst-Aufnahmen geschehen, zu berücksichtigen ist.

In Betreff der Grenzen, welche für die Größe, Benutzung ꝛc. der Forst-Reviere von Einfluß sind, ist im §. 81. das Erforderliche angeführt worden. Es kommt nun darauf an, das in's Auge zu fassen, was auf die Beschaffenheit des Forstes und auf den dermaligen Holzbestand Bezug hat. Die Karten und die dazu gehörigen Register müssen so eingerichtet werden, daß nicht nur die zum Forsthaushalte gehörigen Gegenstände genau daraus zu ersehen sind, sondern daß auch die nach und nach vorkommenden Veränderungen mit leichter Mühe nachgetragen werden können.

Die Hauptgegenstände, welche demnach aus den Karten, den Vermessungs- und Holzbestands-Registern ersichtlich sein müssen, sind:

1) die Holzarten nach ihrer Verschiedenheit. Wie weit der Geometer mit dem Herausmessen der mit gleichen Holzarten bewachsenen Flächen zu gehen hat, hängt von der ihm ertheilten In-

struction ab. Im Allgemeinen findet eine specielle Herausmessung statt, wenn in einem Districte ꝛc. einzelne Parzellen, die mindestens die Größe von 1 Morgen haben, mit einer andern als der dominirenden Holzart bestanden sind; wo dagegen verschiedene Holzgattungen allenthalben horstweise neben einander stehen oder wo einzelne Bäume eingesprengt sind, wird die Abtheilung herausgemessen, die Größe der verschieden bestandenen Parzellen jedoch nicht weiter berücksichtigt, vielmehr nur durch die Zeichnung der Bestand angedeutet.

2) **Das Alter des Holzes.** Die Resultate der Ermittelung des Alters des Holzes werden in der Specialkarte bemerkt und die Flächengröße der Abtheilung in das specielle Holzbestands-Register für jede Holzgattung eingetragen. Nach dem Alter des Holzes wird dasselbe classificirt, und kommen dabei die in den verschiedenen Staaten geltenden Taxprinzipien zur Anwendung. In Preußen hat man z. B.

   a) bei Eichen-Hochwaldungen 10 Classen, welche von 20 zu 20 Jahren fortschreiten, so daß das Holz von 181—200 Jahren in die 1ste Classe kommt;

   b) bei Buchen-Hochwaldungen und c) Nadelholzwaldungen 6 Classen, die ebenfalls von 20 zu 20 Jahren fortschreiten;

   d) bei Birken-, Erlen- und Espen-Hochwaldungen 3 Classen, die ebenfalls von 20 zu 20 Jahren fortschreiten;

   e) bei den zu Klafterholz bestimmten Niederwaldungen 4 Classen, von 10 zu 10 Jahren fortschreitend;

   f) bei den zur Reiserholzzucht bestimmten Niederwaldungen 3 Classen, von 5 zu 5 Jahren fortschreitend.

3) **Die Blößen und Sandschellen.** Liegen dieselben an oder in Holzbeständen und erfordern sie eine künstliche Cultivirung, d. h. sind sie von der Größe, daß sie durch die nebenstehenden Bäume nicht natürlich besaamt werden können, oder liegen sie ganz abgesondert, so müssen sie gemessen und auf die Karte gezeichnet werden;

4) **die Räumden.** Unter Räumden werden solche Walddistrikte verstanden, die nur noch mit wenigen Bäumen und so einzeln bestanden sind, daß durch sie die Fläche nicht mehr natürlich besaamt werden kann, also nach dem Urtheile der Forstbedienten eine künstliche Besaamung oder Bepflanzung erfordern.

5) **Die Eichenkämpe**, sofern sie zu Auspflanzungen benutzt werden;

6) **Die Brücher, Wiesen, Seen, Teiche, Flüsse und Bäche,**

die Ueberschwemmungsgrenzen ordentlicher oder wilder Wasserläufe und die Brücken, Stege, Schleusen, Wehre, Holzrechen oder Holzfänge und die Ablage-Plätze.

7) Die Alleen, Gestelle und Wege, insofern letztere noch befahren werden oder zur Abfuhr des Holzes künftig dienen;

8) die Hütungs- und Beholzungs-Grenzen, Wildzäune rc.

9) Die Wohnungen, Gärten, Aecker, Nachtkoppeln, Theeröfen, Glashütten, Schmelz- Hammerwerke, Thiergärten, Sau- und Wolfsfänge, Salzlecken, Fütterungsplätze, und Alles, was im Forste auf Forst- und Jagdwesen Bezug hat;

10) Die Berge und Abhänge.*)

Außerdem erleichtert es bedeutend die Uebersicht, wenn auf jeder Karte an einem schicklichen Orte eine Recapitulation des General-Forst-Vermessungs-Registers angebracht ist. Daß Maaßstab, Nordlinie, eine erläuternde Ueberschrift, der Name des Geometers und die Jahreszahl, wann die Messung bewirkt ist, auf der Karte nicht fehlen dürfen, versteht sich von selbst.

§. 83. Wenn der Forst vermessen und aufgetragen ist, so hat sich der Geometer wegen Eintheilung desselben in die für den Betrieb nöthigen Abtheilungen mit den Forstbeamten zu besprechen und den Plan dazu zu entwerfen. Bei dieser Eintheilung in s. g. Jagen ist Folgendes zu beachten:

a) daß die s. g. Hauptgestelle, welche von Osten nach Westen laufen und die Feuergestelle, welche von Süden nach Norden ziehen sollen, wenigstens nicht viel von dieser Richtung abweichen;

b) daß die Jagen möglichst eine gleiche Größe in quadratischer Form haben und die Grenz-Jagen nicht unverhältnißmäßig klein erscheinen;

c) daß, wo schon alte zweckmäßige Gestelle oder passende Wege befindlich sind, diese bei der neuen Eintheilung benutzt werden, besonders wenn sie durch junge Bestände ziehen;

d) daß womöglich die Landstraßen auf Gestelle fallen;

e) daß die Gestelle zur Holzabfuhre so viel wie möglich bequem werden, was in Gebirgsforsten sehr oft eine Abweichung von der regelmäßigen Form der Jagen nöthig macht.

Ist nach diesen Andeutungen die Eintheilung projektirt, so werden die Li-

*) Die Aufnahme der Berge wird unter dem Abschnitte: „Das militairische Aufnehmen" ausführlich behandelt, weshalb wir hiermit darauf hinweisen.

nien der Gestelle auf der Karte punktirt und die Haupt- und Feuergestelle, sowie die Schläge und Haupt-Wirthschaftstheile (Blöcke) mit entsprechenden Buchstaben und Zahlen fortlaufend und gleichmäßig bezeichnet. —

Die Gestelle werden gewöhnlich eine Ruthe breit, wenn sie aber zu öffentlichen Wegen oder Landstraßen dienen sollen 1½—3 Ruthen breit entworfen, mit Nummerpfählen von 6—8′ Länge und entsprechender Stärke bezeichnet und ihre Richtung durchgehauen; wo es nöthig ist, werden die Gestelle durch Gräben begrenzt. —

Nach Beendigung der Vermessung und Eintheilung der Forst-Reviere hat der Geometer eine Specialkarte und die dazu gehörige reducirte Karte, die nach den Jagen umgearbeitete General-Forst-Vermessungs-Tabelle und das specielle Holzbestands-Register, sowie erforderlichen Falles auch das Grenzvermessungs-Register und Protokoll zu liefern.

§. 84. Was die **Zeichnung der Forstkarten** anlangt, so hat fast jeder Staat durch Instructionen und Reglements die anzuwendenden Signaturen und die Zeichnungs-Methode überhaupt festgestellt; allein die Ausbildung der Forsttaxations-Wissenschaft bedingt eine Vervollständigung dieser Vorschriften namentlich in Bezug auf Taxation und Gebrauch der Karten Seitens des Taxators und der Verwaltung. In dieser Hinsicht dürften die nachfolgenden Bemerkungen von Interesse sein.

Die Forstkarten können, je nachdem sie für einen oder den andern Zweck entworfen werden, in folgende verschiedene Karten gesondert werden:

1) **Grenzkarten.** Sie werden allerdings selten besonders gefertigt, vielmehr werden gewöhnlich die Grenzen genau auf der Originalkarte eingetragen, es können aber Fälle eintreten, wo eine besonders gemessene und aufgetragene Grenzkarte wünschenswerth wird. Für Forsten, deren Grenzen unstreitig und gut geordnet sind, worin dieselben gut gehalten werden und wo sogleich eine Erneuerung derselben erfolgt, wenn die Grenzzeichen undeutlich werden, wo folglich gar kein Grenzstreit zu fürchten ist, wird eine Grenzkarte vollkommen entbehrlich. Dagegen ist sie Bedürfniß:

a) wo Flüsse, die ihren Lauf leicht ändern, die Grenze bilden, und diese daher verdunkelt werden kann;

b) wo durch Abpflügen, Einrodungen u. s. w. die angrenzenden Nachbarn gern ihre Grundstücke erweitern, und selbst eine Verrückung der Grenze zu fürchten ist, so daß weitläuftige Grenzprozesse zu erwarten sind.

Kommen solche Stellen in einem Forste vor, so müssen wenigstens von diesen, wenn auch nicht von allen Grenzen des Forstes, besondere Grenzkarten aus folgenden Gründen entworfen werden.

Zuerst muß eine Karte, welche vollen gerichtlichen Glauben haben soll, von den Parteien, zwischen welchen danach entschieden werden soll, hinsichts ihrer Richtigkeit gerichtlich anerkannt sein, und dies muß auf der Karte selbst registrirt werden. Auch soll die agnoscirte Karte eigentlich im Verwahrsam des Gerichts bei der Gerichtsverhandlung bleiben, und die Parteien sollen nur Copieen derselben erhalten. Dies kann natürlich nicht so gut mit der eigentlichen Forstkarte geschehen. Dann dürfte auch der Maaßstab, nach welchem diese letztere aufgetragen wird, zu klein sein, wenn die Grenzlinie viele kleine Krümmungen macht und viele kleine Grundstücke an die Forstgrenze stoßen, wobei es sich oft um einzelne Fuße ein- oder auswärts handelt. Statt des Maaßstabes von $\frac{1}{5000}$ der w. Gr. dürfte hier der von $\frac{1}{2500}$ zu wählen sein.

Selbst darin dürfte auch noch die Grenzkarte einen Vorzug haben, daß sie nur die eigentliche Grenzlinie mit ihren Angrenzungen enthält und also auf bloße Papierstreifen aufgetragen werden kann, wie eine Nivellementskarte, wodurch sie für den Gebrauch bei öfteren Grenzrevisionen bequemer wird.

2) Die Terrainkarte, auch wohl Special-, Original- oder Brouillonkarte genannt, da es die wirklich aufgetragene Karte ist. Sie ist bestimmt, alle die unveränderlichen Gegenstände darzustellen, welche man auf einer Karte nachgewiesen verlangt, und gilt als das eigentliche Dokument, wonach die Größe der Fläche berechnet ist, was als solches in der Kartenkammer aufbewahrt wird, um nur dann Gebrauch davon zu machen, wenn Grenzberichtigungen, Veräußerungen 2c. neue Vermessungen nöthig machen. Sie hat zugleich die Bestimmung, daß von ihr alle Copieen genommen werden, welcher man bedarf, um die Bestandskarte zu fertigen und liegt auch allen reducirten Karten zu Grunde. Eben weil sie vorzüglich in der Zukunft benutzt werden soll, muß sie nichts enthalten, was blos für die Gegenwart ein Interesse hätte. Bestandsfiguren, welche nicht bleibend, sondern nur vorübergehend sind, gehören nicht in dieselbe, wohl aber solche, von denen man annehmen muß, daß sie für immer, oder doch wenigstens für eine sehr lange Zeit sich erhalten werden. Der für sie vorgeschriebene Maaßstab ist in Preußen $\frac{1}{5000}$ der wirklichen Größe, welcher auch ganz passend erscheint, da er gerade groß genug ist, um die Karte noch mit hinreichender Genauigkeit auftragen und gebrauchen zu können.

Die Terrainkarte ist zuerst als Bodenkarte anzusehen, indem alle Bodenverschiedenheiten, welche als solche zu erkennen und bei der Ertragsberechnung zu beachten sind, herausgemessen und in die Terrainkarte einge-

tragen werden müssen. In Gebirgen, wo das Unterlager durch festes Gestein gebildet wird, und wo dies bedeutenden Einfluß auf die Bodenbeschaffenheit hat, ist auch stets anzugeben, von welcher Art das Gestein ist, und die geognostischen Uebergänge sind gutachtlich zu bemerken. Es versteht sich von selbst, daß dabei alle die Theilungslinien der Bodenklassen und Formationen nur gutachtlich und durch längere Visirlinien angegeben, auch möglichst an andere, ohnehin zu messende Linien, wie Wege, Gewässer u. s. w. angeschlossen werden. Es würde hierbei ganz unausführbar sein, immer mathematische Genauigkeit zu erlangen und schon das Streben danach eine Vermessung sehr kostbar machen.

Am besten bleibt die Terrainkarte wohl ganz weiß. Es lassen sich zwar die Bodenklassen durch stärkere Deckung der Farben ebenso bezeichnen, wie die Altersklassen auf der Bestandskarte, doch thun römische Zahlen dieselben Dienste auf eine kürzere und einfachere Weise. Für die mineralische Beschaffenheit giebt es schon ein für alle Mal bestimmte Bezeichnungen. Eine Colorirung nach Holzgattung und Betriebsart, ohne Rücksicht auf Alter ist auf der Terrainkarte nur zulässig, wenn sich beides entschieden nicht ändert.

Sind Sandberge vorhanden, welche flüchtig werden können, so müssen diese besonders herausgemessen und bezeichnet werden.

Was die äußere Form des Bodens anbetrifft, so muß diese so genau auf der Karte dargestellt werden, daß man sie darauf deutlich erkennen und beurtheilen kann.

Hierzu gehört eine ganz bestimmte Darstellung der Berge, so daß a) sich die Theilungslinien zwischen Hang und Plateau oder Thal ganz genau darstellen, b) die Exposition nach der Himmelsgegend, c) der Neigungswinkel genau angegeben ist. Auch muß der auf die Grundfläche reducirte Flächeninhalt jedes Süd-, Ost-, West- oder Nordhanges genau angegeben werden, wozu diese natürlich auch besonders müssen gemessen sein. Hierdurch ergeben sich dann ihre Begrenzungslinien schon von selbst.

Was die Zeichnung betrifft, so wird eine skizzirte schwache Anlage einer guten Bergzeichnung der Karte ein gutes Ansehen geben. Eine vollständig ausgeführte Bezeichnung, um den Neigungswinkel dadurch zu bezeichnen, wie bei militairischen Karten wäre aber durchaus unpassend. Ganz ungerechnet der Kostbarkeit solcher Karten in Bezug auf Augen, Zeit und Mühe, mithin auch Geld, läßt ein dunkler, sehr gedeckter Hang dann auch keine andere Bezeichnung mehr deutlich hervortreten, die doch aber auch noch daselbst nöthig werden kann. Eingeschriebene arabische Ziffern können den Neigungswinkel leicht angeben. Es genügt daher, wenn durch

eine leichte Schraffirung nur die Grenzen des Hanges und seine Exposition und die Richtung, in der er sich hinzieht, angegeben werden.

Sind die Höhen bedeutend, welche in einem Reviere liegen, so können entweder dieselben mit Zahlen bezeichnet werden, oder es wird auf der Karte eine Profilzeichnung entworfen, auf welcher man sie beurtheilen kann. Die Bestimmung dieser Höhen wird sich, da es hier nicht auf absolute Genauigkeit ankommt, entweder nach bereits bestimmten Höhepunkten, die man jetzt überall findet, gutachtlich treffen lassen, oder nach unmittelbaren Messungen mit dem Theodoliten. Im letzteren Falle genügt die Angabe der Höhe über der Standlinie, selbst wenn auch deren Seehöhe nicht genau bekannt ist.

In den Flußthälern ist nicht blos die äußerste Inundationslinie für Hochgewässer zu bezeichnen, sondern auch diejenige, bis wohin sich die Ueberschwemmung gewöhnlich ausdehnt. Sommer- und Winterteiche sind durch schwächere oder stärkere Zeichnung zu unterscheiden. Auf ihnen müssen auch alle Ueberfahrten markirt sein. Was als eigentliches Vorland anzusehen ist, worauf die Forstwirthschaft gewissen Beschränkungen in Bezug auf Sicherung der Dämme, zur Beschaffung der Erde bei dem Uferbau rc. unterworfen werden muß, ist bestimmt von dem wirklichen Forstgrunde zu unterscheiden und in der Zeichnung durch leichte Punktirung und Schraffirung anzudeuten. Abbrüchige Ufer sind durch einen dunkeln Rand des Flusses zu markiren. Alluvionen werden nur dann aufgenommen, wenn sie befestigt und dadurch bleibend gesichert werden können. Streich- und Schlickbuhnen, Flügel, Deckwerke und bloße Rauwehren müssen durch die Zeichnung ganz bestimmt unterschieden werden. Liegen in einem bei Hochgewässern überschwemmten Forste Stellen, welche trocken bleiben, so müssen diese besonders herausgemessen und ebenfalls besonders bezeichnet werden. In jedem solchen überschwemmten Flußthale bildet sich dann gewöhnlich ein Strom, dessen Lauf entweder den Anwohnern bekannt, oder auch an den Beschädigungen der Bäume durch den Eisgang zu erkennen ist und auf der Karte bezeichnet werden muß.

In den Brüchern ist oft ein sehr verschiedener Grad von Feuchtigkeit vorhanden. Dieser braucht nur so weit unterschieden zu werden, daß diejenigen Brücher, welche zu jeder Zeit den Anbau aus der Hand zulassen, von denen getrennt werden, wo der Wasserstand dazu zu hoch ist, und die höchstens nur in sehr trockenen Jahren zu cultiviren sind, was ebenfalls durch die Zeichnung ausgedrückt werden muß. Bei denjenigen Niederungen, welche den größten Theil des Jahres trocken sind, muß dennoch die Richtung des Wasserfalles, selbst wenn sie nicht unmittelbar zusammenzu-

hängen scheinen, bemerkt werden. Sind alte zusammgewachsene Entwässerungsgräben vorhanden, so werden diese durch bloß punktirte Linien bezeichnet. Daß schlechte Torfbrüche, bloße Fenne, unfruchtbarer Moorboden, von gutem Lehmbruchboden unterschieden werden muß, versteht sich von selbst. Wenn ein Bruch benutzbaren Raseneisenstein enthält, so muß dies bemerkt werden.

Bei tiefen Gewässern sind auch die Furten zu bezeichnen. — Von den Wegen sind zu unterscheiden Kunststraßen, Landstraßen, bloße Communicationswege, Triften, denen die natürliche Breite zu geben ist, und Waldwege. Letztere werden nur insofern aufgenommen, als sie unabänderliche Hauptabfuhrwege bilden, oder von Eigenthümern fremder, im Forste liegender Grundstücke benutzt werden und nicht auf Gestelle verlegt werden können. Auch die Communicationswege müssen möglichst so in die Karte getragen werden, wie sie in Zukunft geführt werden sollen.

Die unveränderlichen Viehlager und Tränkplätze müssen bezeichnet werden, ohne daß es jedoch nöthig ist, sie speciell herauszumessen. — Von den Pflanzkämpen werden nur die bleibenden Forstgärten in der Terrainkarte bemerkt, die längere Zeit benutzt werden sollen. — Von den Servitutgrenzen jeder Art sind nur die genau einzutragen, welche nach Documenten bestimmt sind und von den Forstherren anerkannt werden. Die prätendirten Grenzen nach der Observanz oder einseitigen Uebereinkunft der Servitutberechtigten unter sich sind nur durch punktirte Linien anzudeuten. — Zu diesen Servitutgrenzen sind auch Jagdgrenzen jeder Art zu rechnen, insofern sie innerhalb des Forstes liegen.

Lehm=, Kies=, Thon= und Mergelgruben, Steinbrüche werden nur bezeichnet, wenn sie bleibend sind und nicht durch den Forsteigenthümer willkürlich verlegt werden können. — Wildzäune, welche sich die Eigenthümer der angrenzenden Grundstücke ganz auf ihre Kosten halten und die sie jederzeit eingehen lassen können, sind nicht auf der Karte zu bemerken. Dasselbe gilt von Salzlecken, Wildfütterungen, Jagdschonungen, Schweinbuchten, die mit dem wechselnden Holzbestande auch an andere Orte verlegt werden. Feste, unveränderliche Fuchshütten, Saugärten u. s. w. werden jedoch genau auf der Karte verzeichnet.

Die Pflanzwälder, Nachtkoppeln, Viehweiden, private Pferde= und Ochsenhütungen, welche eine besondere Berücksichtigung bei dem Anbaue in der Einschonung erfordern, müssen stets genau von den übrigen Weiderevieren gesondert werden. Nicht blos die vorhandenen Brücken und Stege, Schleusen, Wehre, Holzrechen oder Holzfänge und Ablageplätze müssen bezeichnet sein, sondern es ist auch die Stelle zu bemerken, worauf

sich solche früher befunden haben und jetzt nicht mehr vorhanden sind, sobald sich annehmen läßt, daß solche in Zukunft wieder errichtet werden müssen, wenn die Orte wieder haubar werden, welche das Holz liefern, zu dessen Transport man sie benutzt. Dies gilt auch von größeren Kohlungsplätzen, auf denen das Holz zusammengerückt wird, aber nicht auf einzelne Kohlstellen.

Aller unproduktive Boden, wie steile Felsen, Rollsteine, Pfähle und Gewässer &c., muß durch bestimmte Zeichen markirt werden. — Alle im Forste liegende und von ihm umgebene kleinere Grundstücke müssen in so fern sie unmittelbar mit dem Forstgrunde grenzen, ganz vermessen und auf der Karte eingetragen werden, so daß ihre Größe genau berechnet werden kann. — Die Eintheilung, sei es eine regelmäßige oder eine solche nach natürlichen Wirthschaftsfiguren, muß vollständig schon auf der Terrainkarte ausgeführt werden.

Bei Karten von nicht regelmäßig eingetheilten Forsten ist es wichtig, daß alle die im Walde vorkommenden festen Punkte, welche zur Orientirung oder zur Anschließung bei neuen Messungen dienen können, genau bezeichnet werden.

Die Bestandskarte soll den Wald hinsichtlich seines Holzbestandes in seinem gegenwärtigen Zustande darstellen. Es kann dazu die Terrainkarte copirt werden, denn wenn allerdings auch die auf derselben einzutragenden Bestandsfiguren dann nicht so genau und richtig sein können, als wenn ihre Eintragung auf der Originalkarte erfolgte, so ist dies weiter für den Zweck nicht zu beachten, für welchen die Bestandskarte angefertigt wird. Um die gemessene Figur eintragen und berechnen zu können, muß dazu auch derselbe Maaßstab angewendet werden, wie zu der Terrainkarte.

Für jede dieser beiden Karten wird ein besonderes Vermerks-Register angefertigt, da dasjenige für die Bestandskarte nur die Flächen der Bestandsfiguren, d. h. des wirklich produktiven Holzbodens zu enthalten braucht. — Bei der Copirung der Bestandskarten können diejenigen Gegenstände, welche weder einen Einfluß auf die Betriebsregulirung haben und in keiner Art in einer Beziehung zu ihr stehen, noch zur Orientirung dienen, unbeachtet bleiben. Es muß jedoch später die Bestandskarte hinsichts der Zeichnung genau mit der Wirthschaftskarte übereinstimmen. Sobald einmal die Bestandsfiguren richtig eingetragen und berechnet sind, auch das Vermerks-Register derselben angefertigt wurde, so wird die Karte nach dem großen $\frac{1}{5000}$ thl. Maaßstabe nicht mehr gebraucht. Zur Bestandsaufnahme, zum Entwurfe des Betriebsplanes und dann später zur Anfertigung der Wirthschaftskarte genügen dann reducirte Karten vollkommen. Sie sind

sogar selbst zur Bestandsaufnahme den Coupons und den Sectionen einer Karte nach dem großen Maaßstabe weit vorzuziehen, da man auf ihnen stets die Uebersicht des Ganzen behält. Der gewöhnliche Maaßstab für diese reducirten Karten ist $\frac{1}{25000}$ der wirklichen Größe, da bei diesem noch die beachtungswerthen Bestandsfiguren bezeichnet und nach der Karte aufgefunden werden können. Wenn jedoch das Revier nicht größer und so gelegen ist, daß es, nach einem größeren Maaßstabe gezeichnet, noch auf ein bequem im Walde zu gebrauchendes Kartenblatt getragen werden kann, so ist ein größerer Maaßstab wohl wünschenswerth. Seine Verkleinerung gegen diejenige, worin die Originalkarte aufgetragen worden ist, bleibt immer nur ein nothwendiges Uebel, indem die Karte dadurch an Richtigkeit und praktischer Brauchbarkeit im Wesentlichen verliert. Wenn es nun auch unzulässig ist, die Wahl eines beliebigen Maaßstabes frei zu stellen, so würde es doch recht gut angehen, noch einen solchen von $\frac{1}{10000}$ der wahren Größe zwischen $\frac{1}{5000}$ und $\frac{1}{25000}$ einzuschieben. Dann kann ein arrondirtes und gut gelegenes Revier von 8—1000 Morgen Größe noch bequem auf ein mäßiges Kartenblatt, dessen Gebrauch im Walde nicht unbequem ist, getragen werden. Eine Karte, nach diesem Maaßstabe aufgetragen, gewährt dann den doppelten Vortheil der Uebersichtlichkeit einer reducirten Karte und daß man allenfalls noch geometrische Arbeiten auf derselben vornehmen kann, von denen keine große Genauigkeit verlangt wird.

Bei der Bestandskarte müssen die Bestandsfiguren unterschieden werden, welche man nur vorübergehend behufs der Ertragsberechnung macht, von denen, welche bleibend sind und die deshalb auf die Wirthschaftskarte übertragen werden müssen, was bei den ersteren nicht der Fall sein darf. Ein Taxator kann bei der Bestandsaufnahme Probeflächen anwenden wollen, und findet sich dadurch veranlaßt, die Flächen von ungleicher Holzhaltigkeit in einer und derselben Wirthschaftsfigur zu trennen. Sobald einmal die Bestandsaufnahme erfolgt ist, haben die dazu ganz zweckmäßig gemachten Bestandsfiguren alle Bedeutung verloren, und es würde nur störend und hinderlich sein, wenn sie auf die Wirthschaftskarte übergingen, da man den ganzen Bestand mit einem Male in Anhieb nimmt und im Controllbuche die Rechnung über jede derselben besonders geführt werden müßte, sobald sie einmal getrennt in der Wirthschaftskarte aufgeführt sind. Es ist ein sehr großer Fehler vieler Taxatoren, die Karten mit einer Menge Bestandsfiguren, die blos wegen einer größern oder geringern Holzhaltigkeit gemacht sind, zu überladen. Wenn dagegen ein 20jähriger Holzbestand in ein und derselben Wirthschaftsfigur mit 120jährigem Holze liegt und derselbe soll für den zweiten Umtrieb darauf gehen, während das alte

Holz schon in der ersten Periode gehauen wird, so ist es allerdings nöthig, daß beide Bestände nicht blos genau auf der Bestands- und Wirthschaftskarte geschieden werden, sondern daß auch im Walde die Abgrenzung beider so genau erfolgt, daß sie leicht aufgefunden werden kann.

Die Wirthschaftskarte ist nichts als eine Copie der Bestandskarte nach dem verkleinerten Maaßstabe, welche durch ihre Zeichnung zu erkennen giebt, in welcher Art und Weise gewirthschaftet werden soll. Jedoch weicht die Zeichnung derselben darin von der Bestandskarte ab, daß auf jener eigentlich jeder Bestand mit der Färbung der Alterklasse, der er angehört, eingetragen sein muß, während auf der Wirthschaftskarte alle Bestände, die zugleich abgetrieben werden sollen, gleiche Farben erhalten können. Nur die Bestandsfiguren, welche einer andern Periode oder dem folgenden Umtriebe angehören, müssen die Zeichnung der entsprechenden Altersklasse erhalten. Die Wirthschaftskarte muß demgemäß noch außerden von der Terrainkarte und Bestandskarte auf sie übertragenen Gegenständen zeigen: die Blockbildung, die Periodenbildung und Hiebsleitung, wie sie im Allgemeinen angeordnet ist, diejenigen Bestandsfiguren, über welche im Controllbuche besondere Rechnungen geführt werden sollen. Eine größere Karte nach dem $\frac{1}{5000}$ Maaßstabe ist von ihr gar nicht nöthig, denn wenn Arbeiten für sie von dem Geometer vorgenommen werden sollen, so kann dazu die große Bestandskarte benutzt werden.

Sowohl die Bestandskarte als die Wirthschaftskarte werden häufig Aenderungen erfahren. Bei der ersteren sind diese schon eine natürliche Folge der Wirthschaftsführung, außerdem werden aber auch durch unvorhergesehene Ereignisse oft Aenderungen der Bestände veranlaßt, die man nicht immer vorher sehen konnte. Auch die Wirthschaftskarte wird in den meisten Fällen nach Verlauf einer Periode oder noch früher, wenn Unglücksfälle den Forst treffen oder der Betriebsplan nicht mit Umsicht entworfen war, geändert werden müssen. Es ist nicht wahrscheinlich, daß man je die Wirthschaftsführung für eine ganze Umtriebszeit des Hochwaldes so genau und richtig vorausbestimmen könnte, daß sie wirklich inne gehalten werden kann. Dies ist schon deshalb nicht wahrscheinlich, weil sich in einer so langen Reihe von Jahren die Ansichten über das was man als eine zweckmäßige Wirthschaftsführung anerkannt, bestimmt ändern werden. Es ist deshalb wünschenswerth, daß man gleich von der reducirten Wirthschaftskarte eine bestimmte Anzahl von Copieen, entweder blos durch Umdruck oder durch Lithographie auf starkes Zeichenpapier vervielfältigen läßt, um dieselbe zu neuen Bestands- oder Wirthschaftskarten zu benutzen. Diese Lithographien sind dazu vollkommen brauchbar, indem die etwa nöthigen

Messungen auf der großen Bestandskarte eingetragen und die Berechnungen auf dieser gemacht werden können und dann blos darnach die Einzeichnung auf der reducirten Karte erfolgt. Außerdem werden in der Verwaltung so oft Situationspläne verlangt, es müssen den Berichten häufig Handzeichnungen beigefügt werden, daß von diesen lithographirten Karten ein vielfacher Gebrauch gemacht werden kann. Die Kosten ihrer Anfertigung sind aber so unbedeutend, besonders wenn es ein bloßer Umdruck ist, daß sie von denjenigen, welche ein Paar Copieen durch einen Geometer verursachen, oft übersteigen werden. Die Situationskarte hat den Zweck blos die Lage des Forstes oder mehrerer im Allgemeinen zu zeigen, und nimmt daher keine Rücksicht auf die Einzelheiten des Terrains oder der Bestände. Sie kann bald größere, bald kleinere Flächen enthalten und danach auch bald einen kleineren oder größeren Maaßstab verlangen.

Für ein einzelnes Revier fertigt man nur dann eine besondere Situationskarte, wenn es aus zerstreut liegenden Waldgründen zusammengesetzt ist, die in einer größeren Entfernung von einander liegen, als daß man sie nach ihrer wahren Lage auf ein Kartenblatt, nach dem gewöhnlich reducirten Maaßstabe aufgetragen, bringen könnte. Man wählt den Maaßstab nicht kleiner als diese Bedingung erlaubt, zeichnet auch wohl noch einzelne sehr entfernt liegende Stücke in besonderen Abschnitten, ohne ihre Lage zu beachten, und bemerkt zwischen ihnen nur die Ortschaften, Flüsse, Ablagen oder solche Gegenstände, welche überhaupt Einfluß auf den Absatz, den Forstschutz und die Wirthschaftsführung haben.

Die Forsten werden nach der wirklichen Vermessung eingetragen und es wird so viel von dem Detail aufgenommen, als es der Maaßstab erlaubt. Doch beschränkt man sich dabei nur auf Sonderung der herrschenden Holzarten und Betriebsart und die Darstellung der Bildung der Oberfläche des Bodens. In jedem Falle muß aber der verschiedene Besitzstand der Forsten darauf nachgewiesen werden, indem die herrschaftlichen und Communal-, Stifts- und Privatforsten durch Zeichnung deutlich unterschieden werden müssen, insofern die Revier-Verwaltung sich auch auf diese erstreckt. Ist dies nicht der Fall, so wird blos Wald- und Culturland auf dem Grunde der nicht zur Revierverwaltung gehört, unterschieden, ohne weiter auf die speciellen Eigenthumsverhältnisse der fremden Forsten Rücksicht zu nehmen.

Wenn zu einer Situationskarte wirklich gemessene Specialkarten der darin aufzunehmenden Gegend benutzt werden können, so verdienen diese unstreitig den Vorzug. Bei den vielfachen Vermessungen einzelner Güter,

Fluren der Privatforsten ꝛc. wird es selten an diesen Hülfsmitteln zu ihrem Entwurfe fehlen, wenn sie sich nur auf ein kleines Terrain beschränken.

Fehlen diese Specialkarten, so bietet die Vermessung zum Entwurfe des Steuerkatasters, wo eine solche vorhanden ist, einen guten Grundriß zur Eintragung der speciell gemessenen Forsten dar.

Dies wird bei dem Entwurfe der Situationskarten für Forst-Inspectionen und für ganze Provinzen und Länder geschehen müssen, die, wie es in die Augen fällt, immer nach einem desto kleineren Maaßstabe gefertigt werden müssen, je größer die Fläche ist, die sie umfassen. Die Details auf einer solchen verschwinden in demselben Maaße auch immer mehr, und selbst in den Conturen kann dann nur die Form, in der sich die Waldfläche darstellt, im Allgemeinen angedeutet werden.

In wie fern die Eigenthumsverhältnisse bei solchen General-Forstkarten noch zu berücksichtigen sind, hängt von den Einwirkungen ab, welche sich die Regierung auf die Wirthschaftsführung in den Communal-, Stifts- und Privatwaldungen vorbehalten hat, und dem Zwecke, welchen man bei dem Gebrauch der Karten vor Augen hat. In jedem Falle aber müssen bewaldeter und unbewaldeter Boden darauf möglichst unterschieden werden. Auch versteht es sich von selbst, daß alle diejenigen Gegenstände, welche die Landkarte enthält, auf der die Forsten eingetragen werden, in die Situationskarte aufgenommen werden müssen.

Die Hauungsplankarte kann man die Bestandskarte nach Beendigung der Zeit, für welche der Betriebplan entworfen ist, nennen; sie soll den Zustand, in Bezug auf Holzbestände und Altersklassenverhältniß zeigen, in welchem der Forst dann sein wird. Umfaßt der Betriebsplan die ganze Umtriebszeit und kommen in dieser alle Bestände so zum Hiebe, daß sie in dem nächsten Umtriebe wieder in derselben Reihenfolge gehauen werden können, wie im ersten, für welchen der Wirthschaftsplan entworfen worden ist, so ist sie ganz entbehrlich. Die Wirthschaftskarte zeigt dann von selbst, wie der Zustand des Forstes sein wird, wenn der folgende Umtrieb beginnt. —

C. Die Vermessungen zum Behuf von Bau-Anlagen (Straßen, Kanäle und Eisenbahnen).

§. 85. Die geometrische Aufnahme eines Theiles der Erdoberfläche zum Behuf von Bau-Anlagen erfordert keine anderen Lehrsätze, als die bisher vorgetragenen. Für den ausgesprochenen Zweck ist jedoch die Berücksichtigung mancher Umstände nothwendig und aus diesem Grunde er-

scheint es angemessen, hier jene praktischen Bemerkungen kurz anzuführen, die dem Geometer in vorkommenden Fällen nützlich sein werden. —

Was zuerst den Bau der Kunststraßen anbetrifft, so liegt dem Geometer vor allen Arbeiten der Ausführung zuerst die Wahl der Straßenlinie und dann die Aufnahme derselben in horizontaler Projektion ob.

Die Wahl der Linie, in welcher eine Kunststraße zwischen bestimmten Orten zu bauen, ist das erste Geschäft, welches der sorgfältigsten Ueberlegung bedarf. Es kommt darauf an, diejenige Linie auszumitteln, in welcher die Kunststraße am leichtesten entwässert und trocken erhalten werden kann, und die Lasten mit dem geringsten Kraft- und Zeit-Aufwande fortzuschaffen sind. Nächstdem verdient die Linie den Vorzug, welche den besten Materialien der Gegend am meisten sich nähert, die mehrsten und bedeutendsten bewohnten Oerter berührt und im Gebirge den Thälern der Ströme, Flüsse und Bäche, zwischen welchen keine zu weit ausgedehnte Wasserscheide liegt, möglichst folgt. In den meisten Fällen werden Berge und Hügel zu umgehen, und das Durchschneiden eines Thales, welchem die Kunststraße der Hauptrichtung nach folgt, wird zu vermeiden sein. In einer nicht bergigten, also meist flachen Gegend ist der Rücken einer nach beiden Seiten abhängigen sanften Anhöhe der leichten und sicheren Entwässerung der Straße vorzüglich günstig. In den Thälern fließender Gewässer darf die Straße dem Abflusse des Wassers nicht hinderlich und vom Hochwasser nicht erreicht werden. Seen, Moräste und solche Senkungen, deren Entwässerung schwierig wird, sind zu umgehen, es sei denn, daß die Durchschüttung des Straßendammes billiger als das Umgehen wird. Ebenso sind Quellenlager, die nicht leicht entwässert werden können, zu umgehen. Die Kunststraße muß den Sonnenstrahlen und dem Luftzuge möglichst ausgesetzt sein. Bei Dörfern und kleinen Städten, durch welche nicht ziemlich gerade, breite und hochliegende Wege führen, kommt es deshalb zunächst auf eine Prüfung an, mit welchem Kostenaufwande diesen Uebelständen abzuhelfen ist; wird die Umgehung nothwendig, so muß die Straße möglichst nahe und, wenn es thunlich ist, an der Süd-, Ost- oder Westseite vorbeigeführt werden. An Hügeln und Bergen ist womöglich der südliche oder doch der östliche oder westliche Abhang und in Thälern die Seite zu wählen, welche von den begrenzenden Höhen nicht beschattet wird. Die Sicherheit der Straße gegen Beschädigung durch Abbruch an Ufern und Abgründen, durch Versandung, Ueberschüttung mit Steingerölle ꝛc. verdient bei der Wahl der Linie nicht minder alle Berücksichtigung. Wo die angegebenen Hindernisse nicht vorhanden sind, oder ohne zu große Schwierigkeiten gehoben werden können, ist die gerade Linie zwischen zwei Ort-

schaften, welche berührt werden sollen, als Richtung der Straße zu wählen. Zu jeder Biegung der Straße muß der erforderliche Raum vorhanden sein, um die Biegung durch eine Bogenlinie nach einem möglichst großen Halbmesser bilden zu können. —

Die nach diesen Maßregeln gewählte Linie wird mit Signalen ausgesteckt und in der für die Nivellements-Stationen zweckmäßigen Entfernung (gewöhnlich 100 Ruthen) numerirte Pfähle gesetzt.

Die Straßenlinie wird nunmehr vermessen und nach einem Maaßstabe von $\frac{1}{5000}$tel, jede schwierige Stelle aber nach größerem Maaßstabe besonders aufgetragen. Außerdem sind auf einer vollständigen Wegekarte anzugeben:

a) die alte Straße, in Verbindung mit der gewählten neuen Linie;
b) alle zur Verbesserung der Straßenrichtung bereits vorgeschlagenen oder noch für zweckmäßig gehaltenen Linien, wenn dieselben nicht zu weit entlegen sind;
c) alle bei dem kunstmäßigen Bau der Straße in Betracht kommenden Gegenstände, als: Berge und Hügel, Seen und Flüsse, Brücher, Sümpfe, Gräben, Wälder, Felder, Wiesen, Gärten, Städte, Dörfer und einzelne Häuser, Windmühlen und einzelne Bäume, welche als feste Punkte benutzt werden können, Sandschollen, Steinbrüche, Kieslager u. dgl. Sind die Lagerungsorte der Baustoffe zu entfernt, so genügt die Angabe ihrer Entfernung; liegen sie näher, so sind die Zufuhrwege zu zeichnen;
d) die Grenzen und Namen der Feldmarken, desgleichen die Grenzen der an die alte und neue Straße anstoßenden einzelnen Grundstücke und die Namen ihrer Besitzer.

   Sind diese Grundstücke so klein, daß sie nach dem angegebenen Maaßstabe weder deutlich gezeichnet, noch richtig berechnet werden können, so fallen diese einzelnen Grundstücke in der Wegekarte weg und ist dann eine besondere Grundentschädigungskarte nach einem größeren Maaßstabe anzufertigen;
e) die neue Bahn in der geregelten Breite mit ihren Wendungen, Seiten- und Abzugsgräben;
f) die Nummern der Signale und der Nivellements-Stationen.

Diese Specialwegekarte wird, wenn die neue Straße mehrere Meilen lang ist, sectionsweise auf einzelne Blätter gezeichnet und illuminirt. Man unterscheidet den alten Weg und die neue Kunststraße durch verschiedene Farben. In der Regel wird ein Blatt nie größer als 4—5′ und 2′ breit genommen. Jede Section muß mit einer Anschlußline durch einen festen Punkt anfangen und endigen. Damit aber auch aus den einzelnen Sectio-

nen hervorgehe, welche Richtung die Straße über beide Anschlußlinien hinaus nimmt, so ist solche an beiden Enden der Karte noch 50 Ruthen weiter, jedoch nur in Linien, anzugeben.

Endigt eine Section an einer Stadt oder an einem Dorfe, so muß der Ort auf die eine Section vollständig aufgezeichnet, und darf also die End- oder Anschlußlinie nicht mitten durch die Ortslänge oder Breite gezogen werden. Von sämmtlichen Sectionen ist eine General-Karte nach dem Maaßstabe von $\frac{1}{25000}$tel anzufertigen, welche auf ein einziges Blatt gezeichnet werden muß, sofern die Straße sich nicht über Hauptorte oder solche Punkte, die unabänderlich mit einander verbunden werden sollen, hinaus erstreckt. Reicht die Specialkarte auf einem Blatte für die Zeichnung aus, so bedarf es keiner Generalkarte. —

Anmerkung. Das weitere Nöthige über die geometrischen Arbeiten bei Kunststraßen wird bei dem Abschnitt über Nivelliren ꝛc. angeführt werden.

§. 86. In Betreff der Aufnahmen für Kanal- und Flußbauten kommt es zuvörderst in Betracht, ob es sich um Anlegung einer neuen oder um Rectificirung einer bereits vorhandenen Wasserstraße handelt. Die Wahl der Linie für eine neue Wasserstraße ist von besonderer Wichtigkeit und wird meist von administrativen, handelspolitischen und merkantilen Rücksichten abhängig sein; die Aufnahme einer solchen gegebenen Linie ist nicht schwierig.

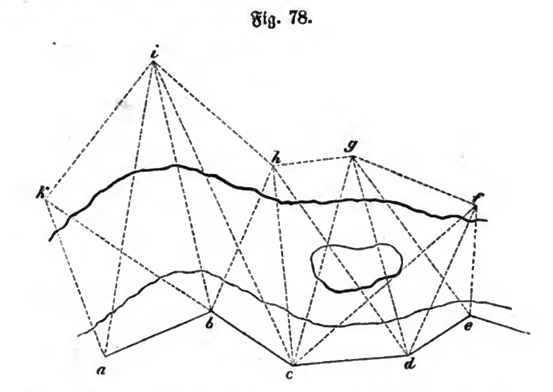
Wo es sich jedoch um bestimmte Wasserbauten handelt und wo die betreffenden Flüsse von irgend welcher Bedeutung sind, tritt die Nothwendigkeit ein, ihren Lauf und die bemerkenswerthen Punkte ihrer Ufer mit aller Sorgfalt zu bestimmen, da die Veränderungen des Terrains an einem Flusse mehr als irgendwo anders stattfinden können. Man wird die Aufnahme eines Flusses daher am sichersten durch ein Dreiecksnetz bewirken.

Wie Fig. 78, s. folg. S., zeigt, kann man entweder auf der Seite des Flusses, auf welcher die Grundlinie des Dreiecksnetzes liegt, alle Winkelmessungen machen, oder man kann dieselben von beiden Seiten aufnehmen. Ein solches Dreiecksnetz ist allein geeignet, den Lauf eines Flusses für alle Zeiten zu fixiren und die festen Punkte, wären sie auf dem Terrain verloren gegangen, wieder herzustellen. —

Das Detail einer Flußaufnahme wird sich auf alle bei den Bauten und der Benutzung des Flusses in Betracht kommenden Gegenstände beziehen, insbesondere auf Schiff- und andere Brücken, Schleusen, Fähren, Wehre, Stege, Furten; auf Uferbefestigungen, Buhnen, Hecken, Sandbänke, Untiefen, Stromschnellen; auf Landungsplätze und Ablagen; auf

Rohr- und Fischerei-Grenzen rc. Der Stromstrich muß genau ermittelt und in die Flußkarte gezeichnet werden.

Fig. 78.



§. 87. Die geometrische **Aufnahme der Richtung einer projektirten Eisenbahnlinie** hat zuerst den Zweck einer Ermittelung der Baukosten der Bahn. Wo Eisenbahnen aus rein finanziellen Rücksichten gebaut werden, wird man immer mehrere Linien aufsuchen und hinsichtlich der Kosten prüfen.

Die Wahl einer Eisenbahnlinie ist mithin von diesen Rücksichten bedingt; im Allgemeinen wird man denselben Regeln, wie bei dem Bau von Kunststraßen zu folgen haben.

Nachdem die allgemeine Richtung einer Eisenbahnlinie durch Haupt-, End- und Zwischenpunkte von den Unternehmern bezeichnet ist, hat der Geometer diese Punkte durch gerade Linien auf einer Specialkarte oder Situationsplan einzuzeichnen und auf dem Felde durch hohe Signalstangen an markirten Punkten abzustecken. Die allgemeine Regel, nämlich von der geraden Linie so wenig als möglich abzuweichen, kann in vielen Fällen nicht eingehalten werden, öfters ist ein Abweichen davon mit Ersparnissen und sonstigen Vortheilen verbunden. Wenn nun bestimmte Regeln für alle Fälle sich nicht angeben lassen, so können folgende Andeutungen doch häufig als Hauptanhaltspunkte dienen.

a) Man suche den Straßenkörper frei zu legen und vermeide niedrige Gegenden, um denselben möglichst trocken zu halten;
b) Ist eine Bahn dicht an Berghängen zu führen, so wähle man wegen des schnelleren Abtrocknens die Süd- oder Ostseite;

c) Man vermeide Moräste, Torfbrüche, tiefe Sandhügel und Gegenden, welche Ueberschwemmungen oder Anschwellungen stehender Gewässer ausgesetzt sind;

d) Lagerplätze von Baumaterialien entschädigen für Verlängerung der Straßenlinie und bringen große bleibende Ersparnisse.

Sorgfältiges Recognosciren des Terrains der abgesteckten Linie, sowie des zunächst liegenden Terrains muß daher allem speciellen Messen und Nivelliren vorangehen. Beim Begehen des Terrains werden Notizen über die Beschaffenheit desselben, Art des Bodens, Lage der Flüsse, Bäche, Gräben, Chausseen, Wege rc. auf wenigstens 30—40 Ruthen Breite, an jeder Seite der mittleren Bahnrichtungslinie aufgenommen, in dem Situationsriß vermerkt und in ein Verzeichniß eingetragen. Hat man mehrere Richtungslinien recognoscirt, so läßt sich schon oft aus den dabei aufgenommenen Notizen erkennen, welche die beachtungswerthe ist. Zur ohngefähren Ermittelung der Neigungsverhältnisse genügt ein vorläufiges generelles Nivellement. Das specielle Nivellement der bauwürdigsten Linie beginnt damit, die Richtungslinie oder das Alignement nochmals durch trigonometrische ganz genaue Zwischenpunkte zu bestimmen und durch Signalstangen zu bezeichnen. Hierbei mag erwähnt werden, daß man die ohngefähren Richtungen durch große Waldstrecken leicht durch auflodernde Feuer, welche außerhalb des Waldes in der bestimmten Richtung angezündet werden, zur Nachtzeit bestimmen kann, wenn man ein unnöthiges Aushauen vermeiden will.

§. 88. Wo Gründe der Sparsamkeit und Zweckmäßigkeit eine Abweichung der Bahnlinie von der geraden Linie bedingen, — und dieser Fall tritt sehr oft ein —, wird eine Curve von bestimmten Radius an deren Stelle gelegt. Je nach der Größe des Halbmessers der Curve stellt sich der mechanische Widerstand dem Transportmaterial entgegen. Es ist daher von Wichtigkeit, die möglichst gerade Richtung eines Bahnkörpers auszumitteln oder mindestens Curven aus möglichst großen Halbmessern zu erhalten; die Gründe, welche dafür sprechen, sind einestheils die Beseitigung der verminderten Zugkraft durch die Seitenreibung der Radkränze, anderntheils die Vergrößerung der Sicherheit beim schnellen Fahren und endlich die Ersparung an Unterhaltungskosten der Bahn und Transportmaterial. So nachtheilig in der Regel Krümmungen, namentlich von kleinen Radien sind, so lassen sich dieselben doch nicht ganz vermeiden, namentlich in der Nähe der Bahnhöfe und an den Stellen, wo dadurch kostbare Grundanlagen umgangen, tiefe Einschnitte, Tunnels, hohe Aufdämmungen, Viaducte und Brücken beseitigt, Flüsse und Kanäle rechtwinkligt mit der

Stromaxe durchschnitten werden müssen, u. s. f. Am wenigsten schaden in der Nähe von Bahnhöfen krumme Bahnlinien, weil dort gewöhnlich langsam gefahren wird.

Auf den ganz oder theilweis dem Verkehr übergebenen deutschen Bahnen kommen, ohne Rücksicht auf die Strecke in oder unmittelbar vor Bahnhöfen, folgende kleinste Krümmungshalbmesser vor: 120, 900, 1150, 1800 und 2000 rheinl. (preuß.) Fuß; gewöhnlich werden die Radien der Curven von 3—6000 rheinl. Fuß angenommen.

Die nordamerikanischen Bahnen haben die bedeutendsten Krümmungen, welche öfters zur Vermeidung schiefer Ebenen und Tunnels, nur Halbmesser von 600 rheinl. Fuß haben. Das Befahren solcher Krümmungen ist jedoch nur mit Locomotiven amerikanischer Construction (mit beweglichem Vordergestell) möglich. —

Für das Abstecken der Curven von bestimmten Radien giebt es verschiedene Methoden; von diesen mögen hier folgende Erwähnung finden:

I. Die Coordinaten-Methode. Die Eisenbahncurven werden durch Bestimmung einzelner Punkte construirt, indem der großen Radien halber eine Construction mit einem zirkelähnlichen Instrumente unausführbar ist. Man steckt daher gewöhnlich in der Richtung der geraden Bahn eine Verlängerungslinie aus und in bestimmten Entfernungen von dem Punkte, wo die Curve an die gerade Bahn tangentirt, errichtet man Normale auf diese Tangente und trägt auf diese Normalen die Abweichungen von der Tangente auf. Diese Abweichungen durch Construction in verkleinertem Maaßstabe zu bestimmen, ist aber weder ein zuverlässig genaues Verfahren, noch ist dasselbe immer anwendbar. Die einfachsten Formeln, deren man sich zur Berechnung der Coordinaten der Kreispunkte bedient, sollen deshalb angegeben werden.

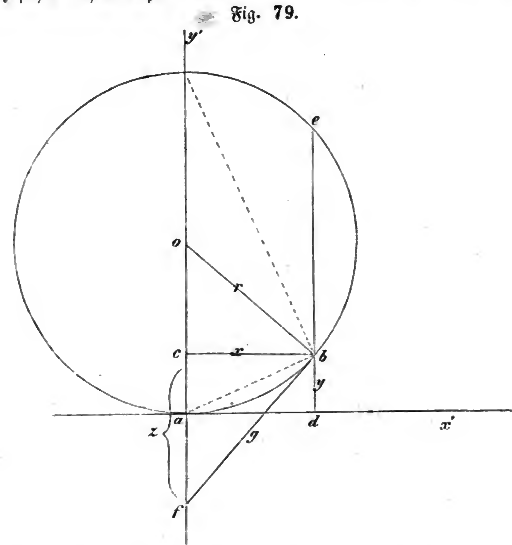
An einen Kreis (Fig. 79, s. folg. S.) sei eine Tangente ax' und durch den Berührungspunkt derselben ein Durchmesser ay' gezogen. Diese beiden Linien ax' und ay' kann man als rechtwinkligte Coordinatenaxen betrachten und es lassen sich alle Punkte des Kreisbogens dadurch bestimmen, daß man die rechtwinkligten Abstände derselben von diesen beiden Linien bestimmt. Es sei z. B. der rechtwinkligte Abstand des Punktes b von der Linie $ax' = y$ und der von der Linie $ay' = x$, so ist

$$y'c : x = x : ca \text{ oder } x^2 = (y'c) . (ca).$$

Nun ist aber $ca = y$ und $y'c = 2 . r - y$, wenn r als Radius gesetzt wird. Man hat also $x^2 = y\,(2r - y)$, wäre also y gegeben, so ließe sich aus dieser Gleichung x leicht finden. Aus der Gleichung ergiebt sich:

$x^2 = 2ry - y^2$ und hieraus $y = r \pm \sqrt{r^2 - x^2}$, woraus, wenn x bekannt ist, y sich berechnen läßt.

Fig. 79.



Es sei z. B. der Radius einer Curve $= 600'$ und man errichte in Entfernungen von je $20'$ Senkrechte auf der Verlängerungslinie der geraden Bahn, um auf diese die Abweichungen der Curve abzutragen, es ist alsdann $r = 600'$ und x bei der Bestimmung des ersten Punktes $= 20'$, für den zweiten Punkt $= 40'$, für den dritten $= 60'$ u. s. w. Zur Bestimmung des ersten Punktes hat man also $y = 600 \pm \sqrt{600^2 - 20^2}$ oder $y = 600 \pm \sqrt{360000 - 400} = 600 \pm \sqrt{359600}$ oder $600 \pm 599{,}66$. Diese Gleichung liefert zwei Werthe, wenn man das + Zeichen beibehält den Werth 1199,66, d. i. die normale Entfernung des Punktes e von der Linie ax', und wenn man das — Zeichen beibehält, den Werth 0,34, welcher die normale Entfernung des Punktes b von der Linie ax' ist; der letztere ist hier anzuwenden.

Auf gleiche Weise ergeben sich für den zweiten Punkt, wo $y = 600 \pm \sqrt{600^2 - 40^2}$, die Werthe 1198,66 und 1,34, für den dritten Punkt die Werthe 1196,99 und 3,01 rc. für den zehnten Punkt die Werthe

1165,68 und 34,32, wo letzterer wieder der gesuchte ist. Auf diese Weise kann man alle Punkte der Curve bestimmen; bei sehr langen Curven ist aber diese Methode nicht sehr bequem und immer anwendbar. Man denkt sich daher den Punkt, in welchem die gerade Bahn an die Curve tangentirt, in den zuletzt auf die angegebene Weise bestimmten Punkt verlegt und trägt das schon berechnete Stück Curve hier nochmals ab. Hierzu muß man aber die Richtung der Tangente in diesem Punkte bestimmen und dies geschieht am genauesten durch Festlegung des Punktes, in welchem die neue Tangente die alte schneidet. Es ist also die Entfernung von a bis g zu bestimmen. Nun ist $x^2 = oc \cdot cf$ und, da $oc = r - y$, so ist, setzt man $cf = z$, $x^2 = (r - y)z$, also $z = \frac{x^2}{r-y}$. Nun ist $af : z = ag : x$ und da $af = z - y$, so ist

$$(z-y) : z = ag : x \text{ oder } ag = \frac{(z-y)x}{z},$$

und substituirt man obigen Werth von z, so hat man:

$$ag = \frac{\left(\frac{x^2}{r-y} - y\right)x}{\frac{x^2}{r-y}} = \frac{\frac{x^2}{r-y}x - yx}{\frac{x^2}{r-y}} = x - \frac{y(r-y)}{x}$$

Angenommen es wäre nöthig, die Tangente an dem 10. Punkte obigen Beispieles anzulegen, so ist $x' = 200$ Fuß, $y = 34,32$ Fuß und $r = 600$ Fuß; man hat also

$$ag = 200 - \frac{(600 - 34,32) \cdot (34,32)}{200} = 102,93'.$$

In Fällen, wo das Terrain auf der converen Seite der Curve keine Operationen zuläßt, trägt man auf den Durchmesser ay' Stücke ab und berechnet nach der Formel $x^2 = y(2r - y)$ die Längen, welche man auf die in den Endpunkten dieser Stücke errichteten Normalen abtragen muß.

In den meisten Fällen verschafft man sich für spätere Bauarbeiten mehr Erleichterung, wenn man die einzelnen Curvenpunkte so bestimmt, daß sie gleiche Bogenabstände von einander haben.

Durch die gegebenen Richtungen der beiden Tangenten ist auch der Winkel, unter welchem sich dieselben schneiden, bestimmt.

Es sei (Fig. 80, s. folg. S.) derselbe $= \alpha$, der Radius des Bogens $= r$, so ist $ST = ST' = r \cdot tg\frac{\beta}{2}$, wo $\beta = 180^0 - \alpha$; durch Auftragen dieser Längen ST und ST' sind die beiden Berührungspunkte bestimmt.

Soll der Bogen in m gleiche Theile getheilt werden, so ist die Länge eines solchen Bogentheils $= \frac{r \,.\, arc. \,\beta}{m}$.

Nimmt man die Berührungspunkte als Ursprung der Coordinaten, die Tangenten als Abscissenaxen und die Radien TC, T′C als Ordinatenaxe an, so erhält man für die Abscissen x der einzelnen Curvenpunkte $x', x'', x''', ꝛc.: x' = r \,.\, \sin. \frac{\beta}{m}, x'' = r \,.\, \sin. \frac{\beta}{2m}, x''' = r \,.\, \sin. \frac{\beta}{3m}$ ꝛc.

und für die Ordinaten y:

$$y' = r \,.\, \sin. \text{ vers. } \frac{\beta}{m}; \; y'' = r \,.\, \sin. \text{ vers. } \frac{\beta}{2m} \text{ ꝛc.}$$

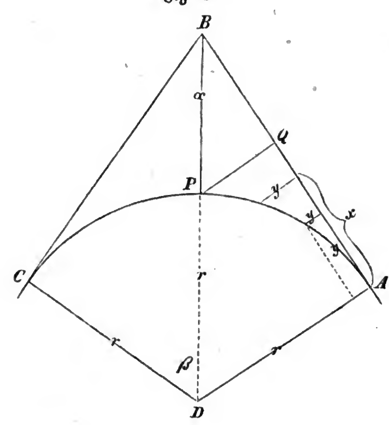
Um Berechnungen und Auftragen längerer Linien zu ersparen, lege man durch den Scheitel S des Bogens noch eine dritte Tangente tt′, deren Lage durch Auftragen der Linien Tt und $T't' = r \,.\, tg. \frac{\beta}{4}$ bestimmt wird, und macht nun von S′ aus nach t und t′ dieselbe Operation wie von T und T′ aus nach S. —

Die Construction der Curven durch Ordinaten auf den Tangenten läßt sich durch Rechnung nach folgenden Formeln gleichfalls sicher bewirken.

Fig. 80.

In Fig. 81. ist die Tangente $AB = BC = r . \cot. \frac{\alpha}{2}$ und der Bogen $AC = \frac{180^0 - \alpha}{360} 2 . r . \pi = r . \text{arc.} (180^0 - \alpha)$. Der Curvenabstand

Fig. 81.



$$BP = r . \sec. \left(90^0 - \frac{\alpha}{2}\right) - r = r . \left(\text{cosec.} \frac{\alpha}{2} - 1\right) =$$

$$r. \frac{1 - \sin. \frac{\alpha}{2}}{\sin. \frac{\alpha}{2}} = r . \frac{1 - \cos. \beta}{\cos. \beta} = r . \frac{2 . \sin. \frac{\beta^2}{2}}{\cos. \beta}.$$ PQ (oder y) als

die letzte auf der Tangente BA diesseits BP construirbare Ordinate erhält man auf geometrischem Wege, da

$$BQ : PQ = AB : AD, \text{ also}$$

$$PQ = \frac{BQ . AD}{AB}.$$

$BQ = BP . \cos. \frac{\alpha}{2}$ und $y = r - \sqrt{r^2 - x^2}$.*)

*) Für diese und andere brauchbare Formeln sind in dem „Pract. Handbuch zur Bestimmung und Construction der bei Eisenbahnen vorkommenden Curven 2c. von B. Brunckow (Berlin 1846. 8.)," brauchbare Tabellen berechnet, die eine weitere Rechnung überflüssig machen. —

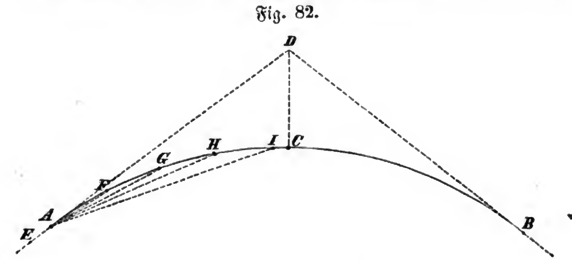
II. Die Methode durch Anwendung von Winkelmessern.

1) Die Methode des englischen Ingenieurs Rankine beruht auf dem bekannten geometrischen Satze, daß der Peripheriewinkel eines Kreises halb so groß als der Centriwinkel ist, der mit ihm auf gleichem Bogen steht.

Die Punkte, welche man zunächst zu bestimmen hat, sind dieselben, wie bei jeder andern Methode, nämlich der Krümmungshalbmesser, die Anzahl der Grade, Minuten und Secunden, die der ganze Bogen der Curve enthält und die Länge beider gleichen Tangenten; jede dieser drei Größen kann aus den beiden übrigen berechnet werden.

Der Anfang A (Fig. 82.) der Curve, ihr Endpunkt B und der Durch-

Fig. 82.



schnittspunkt D beider Tangenten sind auf die gewöhnliche Weise auf dem Boden abzustecken. Es ist angenommen, daß die Mittellinie der Eisenbahn mittelst Signalen bezeichnet werde, die man in gleichen Entfernungen, z. B. von 100 zu 100 Fuß, einsteckt. E sei das letzte Signal in dem der Curve unmittelbar vorangehenden Theile der Bahnlinie, so wird die Distanz AF von dem Anfangspunkt der Curve bis zum ersten Signale in derselben die Differenz zwischen 100 Fuß und EA sein. Der zum Bogen AF gehörige Peripheriewinkel muß berechnet werden, und nachdem ein genauer Theodolit in A aufgestellt worden ist, so richtet man diesen Winkel von der Tangente ab. Das Fernrohr giebt alsdann die Richtung an, in welcher das erste Signal in die Curve zu stecken ist; seine Distanz von A wird mit Hülfe der Kette gemessen und seine Lage dadurch bestimmt.

Die gleichfalls berechneten und der Reihe nach von der Tangente ab visirten Peripheriewinkel, die zu den Bögen AF + 100′, AF + 200′, AF + 300′ ꝛc. gehören, geben die geeigneten Richtungen für die Stäbe G, H, J ꝛc. an, welche der Reihe nach in gleichen Entfernungen eingesetzt werden. Es wird kaum der Bemerkung bedürfen, daß der Unterschied zwischen einem Bogen von 100 Fuß und seiner Sehne bei gewöhnlichen

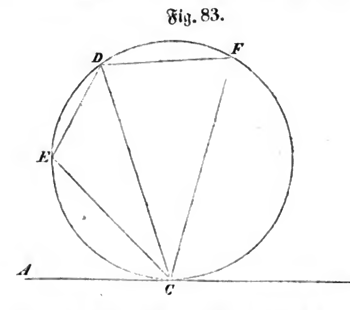
Curven zu gering ist, um in der Anwendung selbst bei einem sehr großen Abstande einen merkbaren Fehler zu veranlassen. Sollten aber Curven von ungewöhnlich kleinen Halbmessern vorkommen, so ist es leicht, die entsprechende Sehne zu berechnen und diese anstatt der 100 Fuß abzustecken.

Wenn Unebenheiten des Bodens die Visirlinie irgend einer der drei Stationen unterbrechen, so daß nicht die ganze Curve von denselben aus abgesteckt werden kann, so dient jedes bereits eingesteckte Signal als Station für den Theodoliten. Mit einem solchen, der noch 20 Secunden angiebt, können Stäbe in einer Entfernung von 2500 Fuß eingerichtet werden, ohne daß die Abweichung von der Linie mehr als 2 Zoll beträgt.

Die Vortheile dieser Methode bestehen darin, daß die linearen Messungen durch Winkelmessungen ersetzt sind, und daß die zeitraubende Errichtung von Ordinaten, welche bei coupirtem Terrain ungenau und öfters beinahe unausführbar ist, vermindert wird. —

2) Eine zweite, von May angegebene und jetzt wegen ihrer Vorzüge in Betreff der Schnelligkeit und Richtigkeit in England fast allgemein angewandte Methode, beruht auf dem einfachen geometrischen Satze: daß, wenn eine gerade Linie AB (Fig. 83.) einen Kreis berührt und von dem Berührungspunkte C eine Sehne CD gezogen wird, so sind die Winkel, welche diese Sehne CD mit der Tangente AB macht, gleich den Peripheriwinkeln, welche von den Endpunkten dieser Sehne aus in den außen liegenden Kreisabschnitten gebildet werden, d. h. der Winkel ACD ist gleich dem Winkel an F und der Winkel BCD gleich dem Winkel an E.

Fig. 83.



Gesetzt nun, es sei CB die gerade Linie einer Eisenbahn und es sollte von dem Punkte C aus eine Curve CED beschrieben werden, so folgt aus obigem Satze, daß, wenn man die Länge einer Sehne, z. B. der Sehne CD, findet und dieselbe unter dem zugehörigen Winkel mit der Tangente aufträgt, man dann mittelst eines Reflections-Instrumentes, z. B. eines Spiegelsextanten, welchen man für den Winkel BCD stellt, eine beliebige Anzahl

Punkte in der Curve zwischen C und D finden kann. Da nämlich alle Peripheriewinkel in einem Kreise, welche auf den Endpunkten einer und derselben Sehne stehen, einander gleich sind, so folgt daraus, daß irgend eine Station zwischen den Punkten C und D, für welche diese Punkte auf den Spiegeln des Instrumentes sich decken, über der Curve liegen muß, und daß man mittelst eines Lothstabes, welcher von dem Instrumente herabhängt, genau den Punkt bezeichnen kann, durch welchen die Curve geht. Um nun nach dieser Methode Curven abstecken zu können, muß man die Länge einer Sehne aus dem Winkel finden, den dieselbe mit der Tangente einschließt, oder umgekehrt aus der angenommenen Länge der Sehne ihre Neigung zur Tangente. Die Länge irgend einer Sehne ist aber für den Radius = 1 gleich dem doppelten Sinus des zugehörigen halben Centriwinkels. Da nun der Winkel ACD, den die Sehne CD mit der Tangente AC bildet, gleich ist dem außen liegenden Peripheriewinkel DFC, dieser aber wieder die Größe des halben Centriwinkels hat, so ist die Sehne CD gleich dem doppelten Sinus des Winkels ACD oder für den Radius R gleich 2R. sin. ACD. Eine Sehne von 10^0 wird daher mit der Tangente Winkel von 5^0 und 175^0 bilden.

Um das Rechnen im Felde zu ersparen, sind im Voraus Tafeln berechnet, welche für alle gebräuchlichen Radien die Größe der Sehnen, in Ketten und Gliedern*) ausgedrückt, so wie die der Winkel enthalten, welche diese Sehnen mit der Tangente im Berührungspunkte bilden, z. B.

Für den Radius von 80 Kettenlängen;

Sehnen.				Winkel mit der Tangente.			
1	Kettenlänge	53½	Glieder	0^0	33′	179^0	27′
3	„	2½	„	1	5	178	55
4	„	51½	„	1	37	178	23
6	„	—	„	2	9	177	51
7	„	53½	„	2	42	177	18
9	„	2½	„	3	14	176	46
10	„	51	„	3	46	176	14
12	„	4	„	4	19	175	41
13	„	53	„	4	51	175	9
15	„	1	„	5	23	174	37
16	„	54	„	5	56	174	4

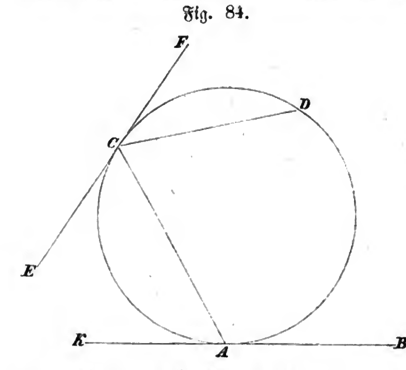
u. s. w.

Angenommen, es sei AB (Fig. 84, s. folg. S.) die gerade Linie einer

*) 1 Kette = 100 Glieder = 22 Yards = 66 Fuß. —

Eisenbahn, und es sollte von dem Punkte A aus eine Curve von 80 Kettenlängen beschrieben werden. Dann stellt man einen Theodoliten über den Punkt A auf und wählt eine so lange Sehne, als das Terrain erlaubt. Gesetzt, man könnte eine Sehne von ungefähr 15 Kettenlängen nehmen, so nimmt man aus der Tabelle die nahekommende Sehne von 15 Ketten 1 Glied. Der Winkel KAC, welchen die Sehne mit der Tangente AB macht, ist 5° 23′, der Supplementwinkel zu 180° CAB = 174° 37′. Diesen Winkel von 174° 37′ nimmt man in den Theodolit und läßt, wenn kein Hinderniß in der Gesichtslinie ist, durch die Gehülfen die Sehne von 15 Ketten 1 Glied messen. Nachdem das Signal am Endpunkte der Sehne nach dem Fadenkreuze des Fernrohres genau eingerichtet ist, nimmt man den Theodolit weg und stellt in A eine zweite Stange auf. Nun nimmt man den Winkel von 174°37′ in den Spiegelsextanten und geht mit demselben ein Stück in der ungefähren Richtung der Curve vorwärts, bis zu einem Orte, wo ein zweiter Punkt der Curve nöthig ist, sieht durch die Ocular-Oeffnung auf den Spiegel des Instruments und ändert so lange den Standort, bis die eine Stange mit dem Spiegelbilde der andern zusammenfällt. Das Loth am Instrumente wird dann genau den Punkt der Curve angeben. Auf diese Weise fährt man fort, bis man so viel Curvenpunkte hat, als man für nöthig erachtet. Hat man die Curve bis C abgesteckt, so nimmt man das Signal daselbst weg, stellt den Theodolit über diesem Punkte auf und wählt, je nach der Beschaffenheit des Terrains und je nach der Länge, welche man der Curve geben will, die Länge der nächsten Sehne, z. B. 6 Ketten. In der Sehnentafel findet man zu der Länge von 6 Ketten den Winkel mit der Tangente 2°9′ und 177°51′. Am besten ist es, die Richtung der zweiten Sehne durch Absetzen des Winkels von der ersten zu bestimmen. Um diesen Winkel zu finden, braucht man nur den spitzen Winkel, den die vorhergehende Sehne mit der ersten Tangente macht, von dem stumpfen Winkel, den die zuletzt gewählte Sehne mit der zweiten Tangente bildet, nämlich 5°23′ von 177°51′ abzuziehen, welches den Win-

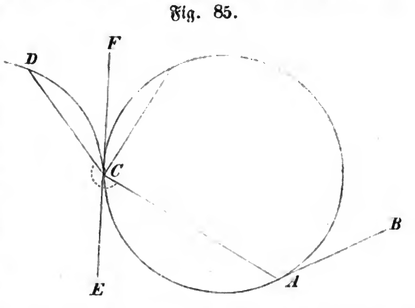
Fig. 84.



kel von 172°28′ giebt, den die beiden Sehnen mit einander einschließen. Es ist nämlich, wenn EF die Tangente am Vereinigungspunkte der beiden Sehnen ist, der Winkel ECD derjenige, den die Sehne CD mit der Tangente bildet und, da $\angle KAC = \angle ECA$ ist, $\angle ECD - \angle KAC = \angle ACD$ = dem Neigungswinkel der beiden Sehnen zu einander. Ist die Richtung der zweiten Sehne CD auf diese Weise bestimmt, so läßt man die Länge derselben abmessen und an deren Endpunkte Signale setzen; nachdem man den Winkel von 177°51′ in den Sextanten genommen hat, bestimmt man auf die oben angegebene Weise die nöthigen Zwischenpunkte in der Curve zwischen C und D.

Bisher ist vorausgesetzt worden, daß die Fortsetzung der Curve in derselben Richtung und mit demselben Radius geschehe; man kann jedoch ohne Schwierigkeit bei Fortsetzung der Curve den Radius oder die Beugung derselben ändern. Im ersten Falle braucht man die Sehne nur aus der dem andern Radius zugehörigen Tafel zu nehmen, im letztern den spitzen Winkel, den die vorige Sehne mit der Tangente macht, anstatt ihn von dem stumpfen Winkel, den die zweite Sehne mit der zugehörigen Tangente bildet, abzuziehen, zu demselben hinzuzurechnen. Der Grund hiervon ist leicht einzusehen. Ist man nämlich in C (Fig. 85.) angelangt und man will die Sehne CD von 6 Kettenlängen auf die andere Seite der Tangente EF legen, um der Curve von C aus eine entgegengesetzte Beugung zu geben, so ist ECD der Winkel, den die Sehne CD mit jener Tangente macht, und ACE der Winkel, den die vorige Sehne mit der Tangente bildet, also sind beide zusammengenommen gleich dem Neigungswinkel beider Sehnen auf der Seite, welche die punktirte Kreislinie bezeichnet.

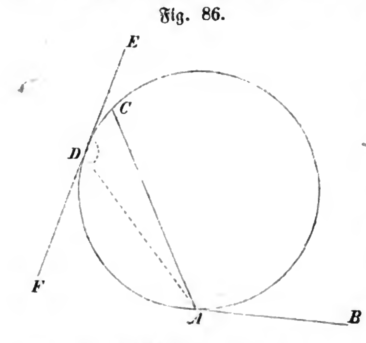
Fig. 85.



Aber so wie man den Radius oder die Beugung der Curve am Ende jeder Sehne mit Leichtigkeit ändern kann, so kann man dies auch an irgend einem andern Punkte der Curve. Indem man die Curve von A nach C (Fig. 86.) absteckt, könnte man es z. B. für nöthig finden, den Radius oder die Beugung der Curve in dem Punkte D zu verändern. Dann geht man

mit dem Theodolit zurück nach A und nimmt den $\angle$ DAC, addirt denselben zu dem $\angle$ BAC, welchen die Sehne AC mit der Tangente macht, und man erhält den $\angle$ BAD oder ADE, den die Sehne AD mit den zugehörigen Tangenten BA und FE bildet. Dann fährt man in der oben angegebenen Weise fort. —

Fig. 86.



Bei der Wahl der Sehnenlängen muß man nicht nur auf Terrainhindernisse, sondern auch darauf Rücksicht nehmen, daß das Terrain zwischen den Endpunkten der Sehne nicht zu sehr geneigt ist; denn es ist bekannt, daß man mit dem Spiegelsextanten die Winkel allemal in der Ebene misst, welche durch die beiden Gegenstände, die man in dem Instrumente erblickt, und durch den Standpunkt des Instrumentes bestimmt wird. Der oben entwickelte Satz für die Gleichheit der Peripheriewinkel in einem Kreissegmente gilt aber blos für Winkel in einer Ebene, beim Abstecken der Curven in der Natur für eine Horizontalebene. Man muß daher darauf Bedacht nehmen, daß die Ebene, welche durch die beiden Endpunkte der Sehne und den Standpunkt des Instrumentes bestimmt wird, nicht sehr von der Horizontalebene abweiche, daß also der gemessene Winkel mit der Horizontalprojektion desselben ziemlich gleich sei. Berücksichtigt man dies, so wird der durch jene Abweichung entstehende Fehler fast unmerklich oder wenigstens ohne nachtheiligen Einfluß sein. —

II. Das Nivelliren und das Höhenmessen.

§. 89. Unter Nivelliren oder Wasserwägen versteht man im Allgemeinen die Messung der Höhenunterschiede beliebiger Punkte oder deren Entfernung von einer bestimmten horizontalen Fläche, möge diese in irgend einem Punkte gedacht oder durch die Oberfläche eines stillstehenden Wassers vorgestellt sein. Außerdem verbindet man mit dem Begriff des Nivellirens den bedingenden Umstand, daß die Höhenunterschiede beliebiger Punkte nicht sehr groß, ihre Ermittelung eine besondere Genauigkeit er-

fordert und daß die zu bestimmenden Punkte in einer stetigen Linie oder Fläche liegen.

Dagegen versteht man unter Höhenmessen die directe Ermittelung des Höhenunterschiedes von verschiedenen Punkten, wenn derselbe nicht ganz unbeträchtlich ist und wenn zugleich bei jener Ermittelung der Einfluß der Krümmung der Erde, der Temperatur und Dichtigkeit der Luft 2c. berücksichtigt werden muß. —

Für beide Meßoperationen wendet man verschiedene Instrumente und Methoden, je nach den verschiedenen Zwecken an. Während man sich zum Nivelliren der statischen, hydrostatischen oder der Höhenwinkel-Meß-Instrumente bedient, wendet man zum Höhenmessen auch die letzteren, meist aber das Barometer an. Es erscheint demnach zweckmäßig, beide Meßoperationen gesondert zu betrachten.

1) Das Nivelliren.

§. 90. Zweck und Anwendung des Nivellirens können verschiedener Art sein. Das Nivellement eines Terrains ist erforderlich, wo Kunststraßen-Eisenbahnen und Wasserbauten vorgenommen werden sollen oder wo Wasser künstlich zu leiten ist. Den Unterschied der Höhe der Oberfläche eines fließenden Wassers an zwei Punkten oder auch überhaupt den Unterschied der Höhen zweier Punkte des Terrains nennt man das Gefälle, entsprechend auch die Steigung. Die Ermittelung des Gefälles ist bei Flüssen, Bächen 2c. von wesentlichem Einfluß auf die nationalwirthschaftliche Benutzung derselben und, da die fließenden Gewässer oft ein ungemein geringes Gefälle haben, so erfordert die Bestimmung desselben einen hohen Grad von Genauigkeit. Die Elbe und Oder haben auf 100 Ruthen Länge nur 4—8 Duodecimal-Zoll Gefälle. Ein Abhang von 1—2 Duodecimal-Fuß auf 100 Ruthen Länge macht mit dem Horizont einen Winkel von etwa 3—4 Minuten, ein Abhang von 4—6 Zoll einen Winkel von etwa 1—1½ Minuten, ein Abhang von 2—3 Zoll einen Winkel von 30—45 Secunden; es macht jedoch schon einen sehr großen Unterschied, ob ein Gewässer z. B. 2 oder 3 Zoll Gefälle auf 100 Ruthen hat, und es kommen daher Winkel von ¼—½ Minute, ja noch weniger, in Betracht, wovon oft die Ausführbarkeit kostspieliger Anlagen und Bauten abhängt. —

Da bei'm Nivelliren die senkrechten Entfernungen beliebiger Punkte von einer und derselben horizontalen Fläche gemessen werden, so ist es nöthig, eine horizontale Linie oder Fläche zu haben, gegen welche man die zu messenden Punkte vergleicht. Die Nivellir-Instrumente geben nun die

Horizontal-Linie oder Fläche an; sie beruhen auf drei von der Wirkung der Schwerkraft auf die Körper herrührenden Erscheinungen, von welchen sich unmittelbar oder doch durch eine einfache Vorrichtung, eine horizontale Fläche oder Linie hernehmen läßt, welche man künstlichen Horizont nennt. Es wird hier die Kenntniß der Principien, auf welchen diese Instrumente beruhen, so wie die der letzteren selbst vorausgesetzt. —

Die verschiedenen Methoden des Nivellirens und die dabei zu berücksichtigenden Umstände werden sich am leichtesten bei der Betrachtung einfacher und zusammengesetzter Nivellements ergeben.

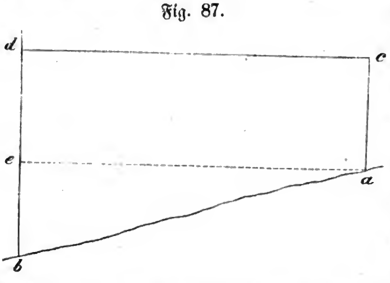
a) Einfache Nivellements.

§. 91. Unter einfachen Nivellements werden meist die von geringem Umfange und minderer Wichtigkeit, insbesondere aber solche verstanden, bei denen der Einfluß der Krümmung der Erde, der terrestrischen Strahlenbrechung 2c. unbeachtet bleibt und bleiben kann. Sie können zum Behuf landwirthschaftlicher, baulicher und anderer Zwecke unternommen werden. —

Zu der Ausführung einfacher Nivellements bedient man sich der Instrumente, welche im Allgemeinen so eingerichtet sind, daß man über einem beliebigen Punkte a (Fig. 87, s. f. S.) des Terrains eine mit der Horizontalebene ae dieses Punktes parallele Linie cd bezeichnen und den Punkt d bemerken kann, wo sie einen in einem zweiten Orte b senkrecht aufgestellten Stab trifft. Unter Anwendung dieser Instrumente kann man den Höhenunterschied zweier oder mehrerer Punkte durch folgende zwei Methoden ermitteln:

1) Durch Nivelliren aus dem Endpunkte der Station. Es mögen a und b (Fig. 87.) die Endpunkte der Station sein, so stelle man über a das Instrument auf und bestimme eine Horizontallinie cd, die nach der im andern Endpunkte b senkrecht stehenden Nivellirlatte gerichtet ist. Misst man alsdann die Abstände bd und ac über dem Boden, also die Höhe der Nivellirlatte bis zu dem Punkte, wo die Horizontallinie cd auf dieselbe trifft, und die Höhe des

Fig. 87.



Instrumentes, so giebt ihr Unterschied bd—ac = be, wenn man ae parallel mit cd zieht, unmittelbar den Höhenunterschied von a und b.

Ist die Instrumentenhöhe ac kleiner als die Höhe bd an der Nivellirlatte, so liegt der Punkt a höher, als der Punkt b; man sagt dann das Terrain steige von b nach a; im entgegengesetzten Falle nennt man den Höhenunterschied beider Punkte das Gefälle derselben. Ist die Höhe des Instrumentes gleich der an der Latte angezeigten, giebt es also keinen Höhenunterschied beider Punkte, so sagt man, die Punkte a und b liegen in gleichem Niveau.

2) Durch Nivelliren aus der Mitte der Station. a und b (Fig. 88.) mögen die Punkte sein, deren Höhenunterschied gesucht wird. Man stelle genau oder doch beinahe in der Mitte der Station, etwa in x, das Nivellirinstrument auf und richte mittels desselben eine Horizontale dc nach den in a und b senkrecht aufgestellten Nivellirlatten. Man bestimmt dadurch die Höhen bd und ac, deren Unterschied bd—ac = bg die Steigung von b nach a, oder das Gefälle von a nach b giebt. Es ist leicht einzusehen, daß x mit a und b nicht in gerader Linie zu liegen brauchen. —

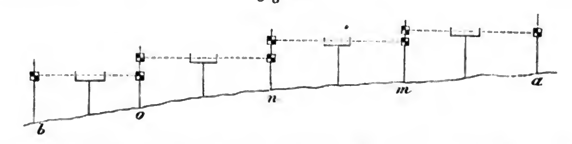
Fig. 88.

Das Nivelliren aus der Mitte der Station ist dem aus den Endpunkten der Station bei Weitem vorzuziehen; theils weil dabei die Höhe des Instrumentes gar nicht weiter in Betracht kömmt, also gar nicht weiter gemessen zu werden braucht, theils weil die Stationen doppelt so lang genommen werden können, als wenn man aus den Endpunkten nivellirt, theils auch besonders, weil bei dieser Methode die verschiedenen Correctionen, von denen weiter unten die Rede sein wird, wegfallen. Nur in solchen Fällen, wo es nicht anders thunlich ist, z. B. wenn ein Sumpf oder ein breiter Fluß überschritten werden müßte, nivellirt man aus dem Endpunkte der Station; man visirt dann, wenigstens bei längeren Stationen, aus dem andern Endpunkte zurück und erhält dadurch eine Gewähr für die Richtigkeit. — Wenn mehrere im Horizonte, um einen gewissen Centralpunkt liegende

Punkte nivellirt werden sollen, so geschieht dies meist aus diesem Centralpunkte, wozu jedoch ein vollkommen richtiges Instrument gehört. —

§. 92. Nach dem vorigen § wird man also in den meisten Fällen aus der Mitte der Station nivelliren. Es kann jedoch der Umstand eintreten, daß die zu nivellirende Distanz von einer Größe ist, für welche die Visirlinie nicht mehr mit hinreichender Genauigkeit zu bestimmen ist. Dann muß die dargelegte Operation öfters wiederholt werden, und es kommt hier darauf an, die Abwägungen vieler einzelnen Stationen, sowohl durch Berechnungen, als durch Auftragen in einen Nivellementsriß, gehörig zusammenzustellen, um sowohl von einzelnen Distanzen, als vom Ganzen, das Steigen und Fallen angeben zu können. Wenn z. B. der Höhenunterschied der Punkte a und b (Fig. 89.), welche 75 Ruthen von einander entfernt

Fig. 89.

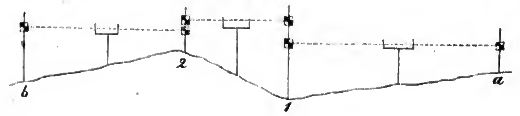


liegen, ermittelt werden sollte, so würde man 3 Stationen, jede zu 20 Ruthen abmessen und durch Pfähle bezeichnen; daß für die letzte Station nur 15 Ruthen übrig bleiben, ist ohne weiteren Einfluß. Die Operation des Nivellirens muß hier nun 4 Mal wiederholt, nämlich ermittelt werden, um wie viel der Punkt m niedriger ist, als a, wie viel n niedriger ist, als m u. s. f. Werden nun diese 4 gefundenen Differenzen addirt, so ergiebt sich, um wie viel der Punkt b niedriger ist, als der Punkt a, oder um wie viel a höher ist, als b. —

Ein zweiter und am häufigsten vorkommender Fall kann der sein, daß das Terrain zwischen zwei zu nivellirenden Punkten uneben ist, und die Aufgabe des Nivellements sich nicht allein auf Ermittelung des Höhenunterschiedes der Anfangs- und Endpunkte beschränkt, sondern auch die Höhenunterschiede der dazwischen liegenden Punkte in ihrem Verhältniß zu den Endpunkten und unter sich in Betracht zu ziehen verlangt.

Es sei ein zwischen a und b (Fig. 90.) liegendes unebenes Terrain

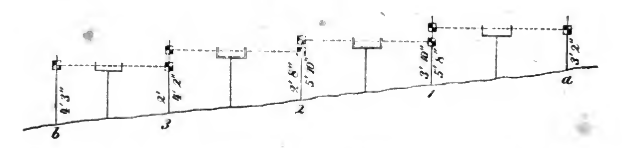
Fig. 90.



zu nivelliren, so wird man die Stationen nicht alle gleich oder nach einem bestimmten Maaß annehmen können, vielmehr bezeichnen die höchsten und niedrigsten Punkte des Terrains selbst die Stationen und ihre Entfernungen von einander. Man misst zuvor die ungleichen Entfernungen der Stationen mit der Meßkette auf, um sie in die Nivellements-Tabelle eintragen zu können; eben so werden die durch das Nivelliren gefundenen Maaße in dieser Tabelle notirt. Ein Beispiel wird dies deutlicher darstellen:

Fig. 91. möge ein ziemlich ebenes und durchweg abhängiges Terrain

Fig. 91.



darstellen, und es wird die Ermittelung des Höhenunterschiedes der Punkte a und b verlangt. Es werden die Stationen von a bis 1, von 1—2, 2—3, 3—b in Distanzen von 20 Ruthen etwa bestimmt, ohne daß man darauf sieht, ob eine wenig kürzere oder längere Distanz übrig bleibt. Hierauf fertigt man eine Tabelle mit folgenden Rubriken:

Stationen.	Länge der Stationen.		A.		B.		Steigen.		Fallen.	
No. No.	Ruthen	Fuß	Fuß	Zoll	Fuß	Zoll	Fuß	Zoll	Fuß	Zoll

Nunmehr beginnt die Operation dergestalt, daß das Nivellir-Instrument ohngefähr in die Mitte zwischen a und 1 gesetzt wird; hierauf visirt man nach a und liest an der Nivellirlatte das bezügliche Maaß ab. Wäre dies z. B. 3′2″, so wird diese Zahl in die erste mit A bezeichnete Rubrik eingetragen. Sodann wird die Nivellirlatte in dem Punkte 1 aufgestellt, dahin visirt und das abgelesene Maaß (z. B. 5′ 8″) in die mit B bezeichnete Rubrik eingetragen. Zieht man nun die Zahl in der ersten Rubrik (A) von der in der zweiten (B) ab, so zeigt der Rest (2′6″) an, daß der Punkt 1 um so viel niedriger ist als a, und es können also die 2′6″ gleich in die mit dem Worte Fallen bezeichnete Rubrik eingetragen werden. Hierauf wird das Nivellir-Instrument zwischen 1 und 2 gestellt, wobei der Umstand, daß dasselbe höher oder niedriger steht, ohne Einfluß ist. Die Nivellirlatte, welche bereits von der vorigen Station in 1 sich befindet, wird nur mit der eingetheilten Seite nach dem jetzigen Standpunkte des Instrumentes gewen-

det, nach ihr hin visirt und sie dann in 2 aufgestellt, wo gleichfalls durch Visiren längs einer horizontalen Linie oder Fläche das entsprechende Maaß abgeschnitten wird. Die so erhaltenen Maaße werden nun in folgender Weise in die Nivellements-Tabelle eingetragen, wobei die in der Figur bemerkten angenommen sind.

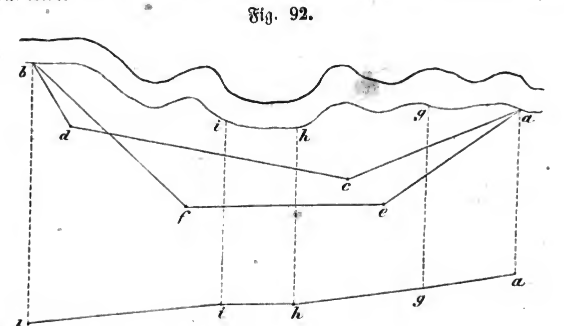
Stationen.	Länge der Stationen.		A.		B.		Steigen.		Fallen.	
	Ruthen	Fuß	Fuß	Zoll	Fuß	Zoll	Fuß	Zoll	Fuß	Zoll
a—1	20	—	3	2	5	8	—	—	2	6
1—2	20	—	3	10	5	10	—	—	2	—
2—3	20	—	2	8	4	2	—	—	1	6
3—b	15	—	2	—	4	3	—	—	2	3
			11	8	19	11			8	3
					11	8				
				Fall	8	3				

Addirt man die in der Rubrik Fallen eingetragenen Zahlen, so ergiebt sich, um wie viel der Punkt a höher liegt als der Punkt b, hier nämlich 8′3″. Ein gleiches Resultat wird auch erhalten, wenn man die Rubriken A und B addirt und die kleinere (A) von der größeren (B) abzieht. — Es ergiebt sich leicht, daß man nach dieser Tabelle auch berechnen kann, um wieviel ein jeder Punkt dieses Nivellements niedriger oder höher liegt, als ein anderer. —

Die praktische Anwendung dieses Beispieles, ein durchweg abhängiges Terrain zu nivelliren, findet besonders in den Fällen statt, wo das Gefälle eines Flusses oder eines Grabens ermittelt werden soll. Das Gefälle eines Flusses ist jedoch nicht immer ein stetig fortlaufendes, vielmehr giebt es Stellen von mehr oder weniger Gefälle. Will man das Gefälle eines Flusses überhaupt auf einer bestimmten Distanz, z. B. von a bis b (Fig. 92, f. f. S.) ermitteln, so ist es nicht nöthig, längs des Flusses zu nivelliren, vielmehr kann man einen jeden anderen und bequemeren Weg, z. B. acdb oder aefb zur Nivellirlinie wählen. Soll aber das an verschiedenen Stellen des Flusses sich vorfindende stärkere und schwächere Gefälle zugleich besonders ausgemittelt werden, so sind die Punkte g, h, i, wo sich nach dem unter dieser Figur vorgestellten Profil der Oberfläche des Wassers merkliche Abweichungen des Gefälles finden, besonders zu nivelliren und zu dem Behuf auf diesen Stationen Pfähle einzuschlagen, deren Köpfe mit der Oberfläche

des Wassers gleich stehen und auf welche die Latte beim Nivelliren aufgestellt wird. —

Fig. 92.



In dem Falle, wo ein unebenes, bald steigendes, bald fallendes Terrain nivellirt wird, handelt es sich ganz allein um die richtige Eintragung der gemessenen Höhen in die einzelnen Rubriken. Es kann jeder Irrthum dabei verhütet werden, wenn man sich von vorn herein daran gewöhnt, jedes durch's Visiren nach aufwärts oder nach dem Anfangspunkt hin (in Fig. 91. nach A zu) gefundene Maaß an der Nivellirlatte in die mit A bezeichnete Rubrik, jedes aber durch das Visiren nach der Gegend B zu erhaltene Maaß in die Rubrik B der Tabelle einzutragen. —

§. 93. Mittels eines Nivellements wird diejenige Linie (Profil) bestimmt, welche entsteht, wenn die Erdoberfläche durch Verticalebenen nach der Richtung des Stationszuges durchschnitten wird. Es kann nun darauf ankommen, außer der in der Nivellements-Tabelle enthaltenen Berechnung des Nivellements, dasselbe auch aufzutragen oder durch Zeichnung darzustellen. Diese Zeichnungen können zweierlei Art sein: Längenprofile, die das Nivellement einer Linie, und Queerprofile, welche das Nivellement einer Fläche oder auch nur solcher Linien, welche die Richtung des ersteren senkrecht durchschneiden, vorstellen. —

In Betreff des Auftragens eines einfachen Nivellements ist Folgendes zu bemerken.

Das Steigen und Fallen des Terrains ist im Verhältniß zu der Länge desselben immer nur klein oder gering, z. B. wenn ein Punkt, der 100 Ruthen von dem andern entfernt ist, 3′4″ niedriger läge, so wäre dieser Hö-höhenunterschied nur $\frac{1}{360}$ der Länge. Um nun diesen Höhenunterschied in der Zeichnung noch deutlich darzustellen, wäre die Anwendung eines sehr

großen Maaßstabes nothwendig, z. B. 12 Fuß auf 1 Zoll. Wollte man nun nach eben diesem Maaßstabe auch die Länge des Terrains oder die Entfernung des Anfangs- und Endpunktes des Nivellements auftragen, so würden beide Punkte auf dem Papiere 100 Zoll oder 8′4″ Duodec.-Maaß auseinander zu setzen sein; man würde demnach bei noch größeren Distanzen sehr lange und sowohl zur Uebersicht, als zum sonstigen Gebrauche sehr unbequeme Zeichnungen erhalten.

Um dieses Mißverhältniß zu vermeiden, bedient man sich beim Auftragen eines Nivellements zweierlei Maaßstäbe, zu den Höhen gewöhnlich eines größeren, etwa zehnmal oder zwölfmal so großen Maaßstabes als zu den Längen. Beide Maaßstäbe können jedoch auch willkürlich und ganz von einander unabhängig angenommen werden; nur muß der Maaßstab zu den Höhen von der Größe sein, daß man ganze und halbe Zolle darauf mit Genauigkeit abnehmen kann; der Längen-Maaßstab braucht nur für Ruthen und Fuße eingerichtet zu sein. Uebrigens schreibt man zur größeren Sicherheit in den Nivellementsrissen die Maaße der Höhen und Längen an entsprechender Stelle bei. — Durch Anwendung so verschiedener Maaßstäbe bei der Zeichnung des Terrains wird zwar das Bild der Terrainlinie der Figur des Terrain-Durchschnittes im Felde nicht ähnlich, allein der Riß zeigt dafür das Gefälle um so deutlicher. —

Um ein nivellirtes Terrain, z. B. das in Figur 91 dargestellte, aufzutragen, wird zuvörderst eine Normal-Horizontale AB (Fig. 93, f. f. S.) gezogen. Auf dieser werden nun nach dem Längen-Maaßstabe die Stationen aufgetragen und durch die Stationspunkte Senkrechte gezogen. Nach dem Höhen-Maaßstabe wird zuerst in a die in der Rubrik A der Nivellements-Tabelle notirte 3′2″ von a bis h abgesteckt; durch den Punkt h wird mit der Horizontallinie AB parallel die Linie hi bis an die auf den Punkt 1 gefällte Senkrechte gezogen, aus dem dadurch an dieser Linie bezeichneten Punkt i sticht man das in der Rubrik B bemerkte Maaß von 5′8″ ab, wodurch der Punkt 1 des Terrains im Nivellementsriß und durch die Verbindung der Punkte 1 und a die Oberfläche des dahin abfallenden Terrains bezeichnet ist. — Nunmehr trägt man aus dem Punkt 1 das in der Rubrik A der Tabelle bemerkte Maaß von 3′10″ aufwärts nach k. Aus dem Punkte k wird abermals mit der Horizontalen AB eine Parallele kl bis an die in 2 errichtete Perpendikulare gezogen und von dem Berührungspunkte l das in der Rubrik B der Tabelle bemerkte Maaß von 5′10″ nach unten abgestochen, wodurch der Punkt 2 des Terrains, und durch die Verbindung der Punkte 2 und 1 die abhängige Fläche desselben bezeichnet ist. Ganz in derselben Weise werden die Punkte 3 und b nach Angabe der Nivelle-

ments-Tabelle in der Zeichnung bestimmt. Zieht man nun aus dem Punkte a eine Horizontale oder eine mit der Normal-Horizontalen AB

Fig. 91.

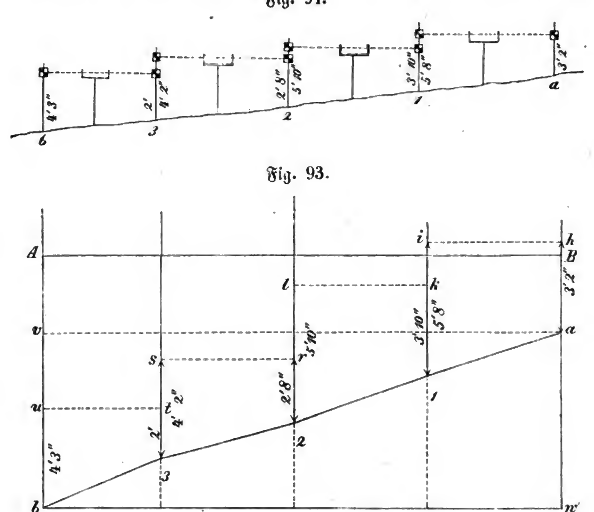


Fig. 93.

parallele Linie va, so wird die auf dem Höhenmaaßstabe abzunehmende Länge vb, übereinstimmend mit der Berechnung nach der Nivellements-Tabelle angeben, daß der Punkt b 8′3″ niedriger ist, als der mit a in einerlei Horizontalen befindliche Punkt v, oder als a selbst; oder, was dasselbe ist, wenn aus b eine Horizontale bw bis unter den Punkt a gezogen wird, so wird aw ebenfalls 8′3″ betragen, oder anzeigen, daß a um so viel höher liegt, als b.

Das Auftragen hat hier den nämlichen Gang wie das Nivellement selbst. Es kann solches aber abgekürzt werden, wenn man nämlich gleich die Normal-Horizontale aus dem Anfangspunkt a zieht, alsdann bei jeder Station das Fallen oder Steigen nach Angabe der Nivellements-Tabelle von den Schnittpunkten der Normal-Horizontalen mit den Senkrechten nach unten absteckt. Dies Verfahren ist kürzer und einfacher als das vorher beschriebene. —

Es sei hierbei bemerkt, daß das Auftragen eines Nivellements stets aus der Nivellements-Tabelle, nie blos aus

einer Zeichnung im Manuale geschehen muß, weil man sonst einer Prüfung entbehrt, welche durch die Rechnung selbst gegeben ist.

§. 94. **Die Prüfung der Richtigkeit eines Nivellements** ist nicht, wie bei geometrischen Aufnahmen, durch den Schluß der Figuren zu bewirken. Beim Nivelliren hat man eine derartige Prüfung nicht, sondern die bei aller Vorsicht dennoch leicht möglichen Versehen bleiben unentdeckt, wenn man nicht durch ein nochmaliges Nivellement eine Probe macht. Nur aus der Uebereinstimmung beider Nivellements kann man den Schluß ziehen, daß das erstere richtig sei, und aus diesem Grunde ist die Wiederholung des Nivellements nothwendig und darf nie unterlassen werden. Man nivellirt dabei gewöhnlich den ersten Weg zurück; noch zweckmäßiger und sicherer ist es aber, bei der Prüfung einen andern Weg als den ersten zu gehen. Man wird dann zwar nicht die Lage der Stationspunkte, wohl aber finden, wie sich der Anfangspunkt des Nivellements gegen den Endpunkt verhält, d. h. wie groß der Höhenunterschied beider ist. Aus einer Uebereinstimmung dieses Resultates mit dem ersten Nivellement wird man schon auf die Richtigkeit der einzelnen Stellen schließen können; bei einer vorkommenden Differenz müssen jedoch die einzelnen Stationen revidirt werden, weil an irgend einer oder der andern Stelle Fehler vorgegangen sind. —

Es wird kaum möglich sein, Fehler zu vermeiden; allein dieselben müssen eine Grenze haben und diese wird gewöhnlich durch die landesüblichen Verordnungen festgestellt. So ist z. B. in Preußen die zulässige Differenz

auf weniger als	10	Stationen	1/8″ auf jede Station;		
"	10—15	"	im Ganzen		2″;
"	16—20	"	"	"	2½″;
"	21—30	"	"	"	3″;
"	31—40	"	"	"	3¾″;
"	41—50	"	"	"	4½″;
"	51—65	"	"	"	5¼″;
"	66—80	"	"	"	6″;
"	81—100	"	"	"	6¾″;
"	120—500	"	"	"	8½′.

Dabei ist jedoch zugleich bestimmt worden, daß in ebenem Terrain die Stationen nicht kürzer als 20 Ruthen genommen werden. —

§. 95. Ein einfache Methode zu nivelliren, bei welcher man weniger Fehler begehen kann und die sehr leicht aufzutragen, ist folgende, für ziem-

lich ebenes Terrain besonders zweckmäßig anwendbare. Es sei a (Fig. 94.) der Anfangspunkt eines Nivellements, dessen Stationen bestimmt und durch

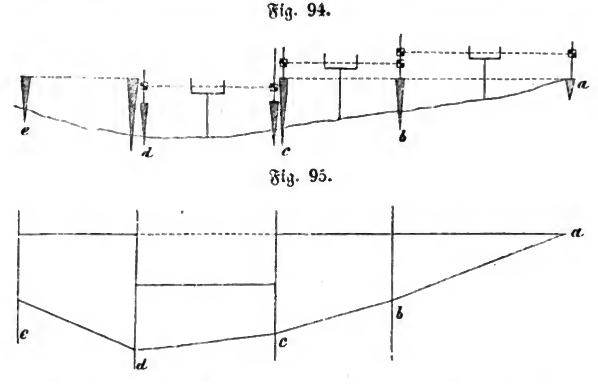


Fig. 94.

Fig. 95.

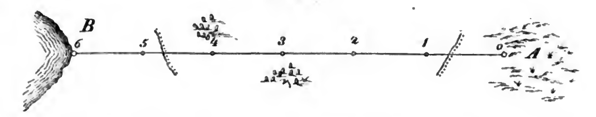
eingeschlagene Pfähle markirt sind. Den Pfahl in a schlage man so weit ein, daß sein Kopf mit der Erde gleich ist. Nunmehr wird das Nivellir-Instrument zwischen die ersten beiden Pfähle gestellt, nach a visirt und die Nivellirlatte mit dem in a befundenen Maaße auf den Pfahl b, dessen Kopf gerade abgesägt ist, gestellt und dieser so lange in die Erde getrieben, bis das Maaß (von a) an der Nivellirlatte mit der Visirlinie des Instrumentes übereinstimmt. Die Köpfe der beiden Pfähle a und b stehen demnach horizontal und man darf, um den Höhenunterschied beider Punkte zu finden, nur die Höhe des Pfahles in b messen und diese in die Tabelle eintragen; das auf der Nivellirlatte bemerkte Maaß bleibt natürlich außer allem Betracht. Bei der zweiten und bei den folgenden Stationen wird ebenso verfahren; man setzt das Nivellir-Instrument zwischen b und c und läßt die Nivellirlatte auf den Kopf des Pfahles b stellen; das an derselben gefundene, durch die Visirlinie des Instrumentes abgeschnittene Maaß wird auf dem Pfahle c eingestellt und dieser so lange in die Erde getrieben, bis die horizontale Visirlinie des Instrumentes auf dasselbe eintrifft. In derselben Weise wird fortgefahren. Wenn das Terrain so abhängig ist, daß die Pfähle zu lang werden würden, wird die zu nivellirende Linie heruntergesetzt, indem man neben den letzten Pfahl einen zweiten, einige Fuß tiefer stellt und den Höhenunterschied beider notirt; steigt das Terrain, so werden längere Pfähle angewandt und die angefangene Horizontale so weit als erforderlich erhöht.

Um ein solches Nivellement aufzutragen, ist nichts weiter nöthig, als (Fig. 95.) eine Horizontale zu ziehen, die Stationen abzustecken, die Senkrechten auf die Stationspunkte zu fällen und an diesen Senkrechten das Maaß der Pfähle abzustecken. Werden die abgesteckten Punkte durch Linien verbunden, so hat man das verlangte Profil.

§. 96. Um die praktische Anwendung des Nivellirens und die Benutzung eines aufgenommenen Nivellements darzulegen, wird es zweckmäßig sein, hier einige allgemein anwendbare Aufgaben anzuführen:

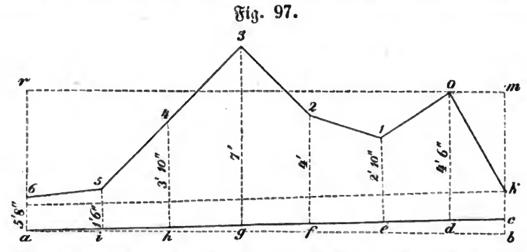
1. Aufgabe: Ent- und Bewässerungen. Fig. 96. sei der

Fig. 96.



geometrische Plan und Fig. 97. der Nivellementsriß eines Terrains, auf

Fig. 97.

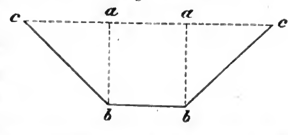


dem sich in A ein See, Bruch oder dgl. befindet, aus welchem man das Wasser so tief als möglich in den See B ablassen will. Aus dem Nivellementsriß geht hervor, daß B 5′8″ niedriger liegt, als A, so daß eine Horizontale ab von unten an um so viel unter das Wasser des abzulassenden Bruchs gezogen werden kann. Da man nun den Abhang des Grundes oder der Sohle eines Grabens mindestens auf 6″ für 100 Ruthen allgemein berechnet und die Entfernung von A bis B zu 134 Ruthen angenommen ist, so werden von b bis c im Nivellementsriß 8″ abgetragen und die Linie ac gezogen, welche die Sohle des auszuhebenden Grabens anzeigt. Außerdem ist auch noch auf den beständig verbleibenden Abfluß des Quell- und Regenwassers Rücksicht zu nehmen; nimmt man dasselbe 12 Zoll hoch an, so müssen mithin noch diese 12 Zoll von dem ganzen Gefälle ra oder mb von 5′8″ abgezogen werden und es verbleiben 4′, als um

so viel das Wasser aus A nur abgelassen werden kann. Die aus den Stationspunkten bis auf die Linie ac gefällten Senkrechten 0d, 1e, 2f, 3g, 4h, 5i und 6a geben nun die Tiefen des Grabens auf jeder Station an und können nach dem Höhenmaaßstabe abgenommen werden.

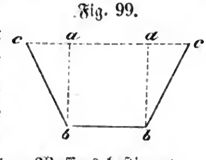
Wegen der Stabilität der Ufer eines Grabens giebt man diesen, je nach Beschaffenheit des größeren oder geringeren Zusammenhaltes der Erdart, eine Abschrägung (Böschung oder Dossirung). Nimmt man die Dossirung cb (Fig. 98.) von der Größe an, daß zu beiden Seiten des Grabens so viel Fuß abgestochen werden, als seine Tiefe ab beträgt, so ist dies eine s. g. einfüßige Dossirung, bei welcher die Dossirungslinien mit der Sohle des Grabens stets einen Winkel von 135 Grad bilden; wird nur die Hälfte der Tiefe des Grabens an beiden Seiten abgestochen, wie Fig. 99. darstellt, so nennt man dies eine halbfüßige Dossirung.

Fig. 98.



Aus dem ungleichen Verhältniß der Tiefe des zu durchstechenden Terrains ergiebt sich, daß die obere Breite der Gräben nicht an allen Stellen gleich sein kann, vielmehr von der Tiefe derselben abhängig ist. Die Unterbreite dagegen muß in einem Graben sich gleich bleiben und wird nach dem Verhältniß des abzuführenden Wassers bestimmt.

Fig. 99.



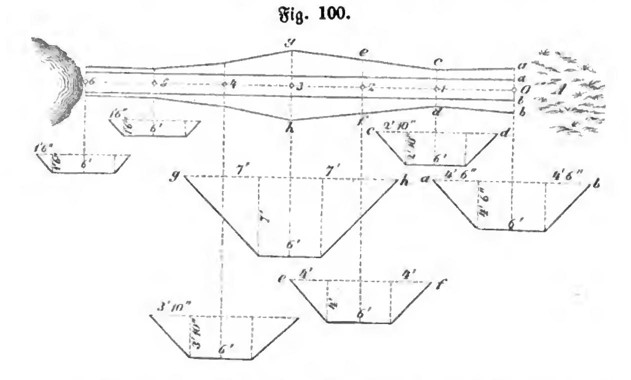
Es läßt sich leicht durch Zeichnungen darthun, welche Unzweckmäßigkeit eine Nichtbeachtung des Verhältnisses der Tiefe zur Oberbreite eines Grabens zur Folge hat. —

Hat man nun nach dem Nivellementsriß die Sohle des Grabens und das Gefälle derselben, die Tiefen auf jeder Station und die untere Breite der Sohle bestimmt, so wird die Ausführung des Grabens in folgender Art bewirkt.

Es möge Fig. 100, (s. f. S.) das in Fig. 96. gezeichnete Terrain vorstellen, wovon Fig. 97. das Nivellementsprofil ist. Die Breite des Grabens in der Sohle soll zu 6′ angenommen werden und dieser eine einfüßige Dossirung erhalten. Bei den auf der Mittellinie des Grabens mit Pfählen bemerkten Stationen steckt man, rechtwinkligt auf der Mittellinie, zu beiden Seiten 3′ ab, welche die Breite der Sohle geben und hier durch zwei Parallelen bezeichnet sind. Von diesen Parallelen ab werden in 0, weil nach dem Nivellementsprofil der Graben hier 4′6″ tief werden soll, zu jeder Seite diese 4′6″ in a und b abgesteckt. Auf der Station Nr. 1. darf der

Graben nur 2′10″ tief werden, folglich werden von den Parallelen, welche die untere Breite anzeigen, nur 2′10″ in jeder Station abgesteckt. Bei der zweiten Station erhält der Graben eine Breite von 4′, mithin werden in e und f 4′ abgesteckt; u. s. w. Die ganze obere Breite des Grabens ist also bei 0 15′, bei Nr. 1 nur 11′8″, bei Nr. 2 14′ u. s. w. Bezeichnet man nun örtlich die Verbindungslinien der Punkte aceg und bdfh mit Schnü-

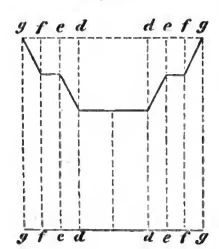
Fig. 100.



ren, so kann längs derselben die obere Breite des Grabens abgestochen werden; die Dossirung erhält man, wenn die Dossirungslinien in der Richtung von 45 Grad mit dem Terrain gegraben werden. Auf diese Weise erhält der Graben die unter jeder Station gezeichneten, verhältnißmäßigen und gleichförmigen Profile.

Gräben, welche über 10′ breit werden müssen, erhalten, etwa auf der halben Tiefe, zu jeder Seite einen Absatz (Banquett), wie Fig. 101. darstellt, weil die zu hohen Ufer oder Dossirungen dadurch einen festeren Stand erhalten und weil die Erde bequemer herauszuschaffen ist. Wie solche Gräben in ihrer doppelten Dossirung und den Absätzen abzustecken sind, geht ohne Weiteres aus den punktirten Linien der Figur hervor. —

Fig. 101.



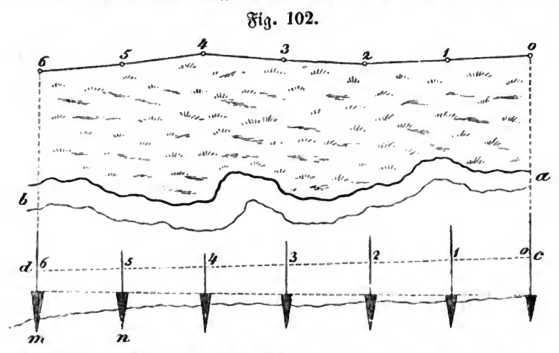
2. Aufgabe: Planiren. Soll ein unebener Platz horizontal planirt werden, so schlage man an den höchsten und niedrigsten Stellen Pfähle mit gerade abgesägten Köpfen

ein, setze das Nivellir-Instrument etwa in die Mitte des Platzes und lasse die Nivellirlatte auf einem von diesen fest eingeschlagenen Pfählen aufrichten; mit dem Maaße, welches die Zielhöhe an der Latte bezeichnet, lasse man diese auf jeden Pfahl aufstellen und dieselben so lange einschlagen, bis die Visirlinie auf jenes Maaß trifft. Die Köpfe der Pfähle werden demnach in einer Horizontalfläche stehen. Nimmt man nun einen Punkt des Terrains zur Norm an, in dessen Höhe die Planirung geschehen soll, so werden die übrigen Pfähle anzeigen, wie hoch an einigen Stellen die Erde weggenommen, an andern aufgetragen werden muß, damit man nach Maaßgabe des Normalpunktes eine Horizontalfläche erhalte; steht z. B. der Pfahl auf dem Normalpunkte 2′ über dem Terrain, ein anderer 3′ darüber, so muß an dieser Stelle 1′ Erde aufgetragen werden, steht ein Pfahl nur 1′ über der Erde, so muß daselbst 1′ hoch abgetragen werden.

Soll eine Fläche um ein bestimmtes Maaß abhängig sein, so darf man nur nach der Seite des Abhanges hin die eingeschlagenen Pfähle um dieses Maaß erniedrigen. Wo die Fläche eine fortlaufende, z. B. eine Kunststraße ist, welche auf eine bestimmte Distanz einen angegebenen Abhang erhalten soll, wird das Maaß des Abhanges auf die einzelnen Stationen gleichmäßig vertheilt und durch den Stand der Pfähle örtlich bezeichnet. —

3. Aufgabe: Dämme oder Deiche. Es soll längs einem Flusse, in einiger Entfernung von demselben ein Damm oder Deich geschüttet werden, dessen Oberfläche oder s. g. Krone 4′ über dem höchsten Wasserstande des Flusses erhöhet und mit dem Gefälle des Flusses parallel ist. Man bemerke den Wasserstand bei a und b (Fig. 102) mit Pfäh-

Fig. 102.

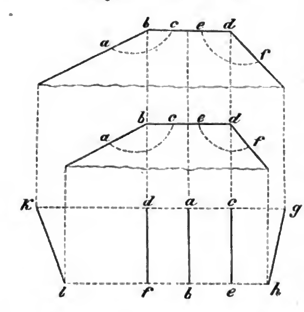


len, welche in der Höhe der Wasserfläche eingeschlagen werden. Alsdann setze man den Pfahl Nr. 0 auf die Dammlinie, horizontal mit der Wasser-

fläche bei a, und nach diesem Normalpunkte nivellire man sämmtliche Stationspfähle mit ihren Köpfen in eine Horizontale; endlich messe man, wie viel der letzte Pfahl Nr. 6 auf der Dammlinie höher steht als die Oberfläche des Wassers bei b, was zugleich das Gefälle des Flusses von a bis b ist. Wäre dies Gefälle 2', so würden auf jede der 6 Stationen 4" zu rechnen sein.

Demnach muß der Damm bei Nr. 0, wo der Stationspfahl in der Höhe der Oberfläche des Wassers steht, 4' hoch werden, bei Nr. 1 sind von diesen 4' die auf das Gefälle des Flusses zu rechnenden 4" abzuziehen, mithin wird der Damm nur 3' 8" hoch; bei Nr. 2 werden 8" abgerechnet und es bleiben für die Höhe des Dammes 3' 4', xc. Bei dem Pfahle Nr. 6, welcher bereits 2' über der Wasserfläche bei b steht, werden nur 2' aufgesetzt. Die Linie cd ist demnach die abhängige, aber gerade fortlaufende Krone des Dammes. — Wäre für die Krone des Dammes eine Breite von 8', an der Wasserseite eine zweifüßige, an der Landseite eine einfüßige Dossirung bestimmt, so würde man die Profile in folgender Weise, z. B. bei den Stationen Nr. 5 und 6, einzurichten haben. Es sei ab (Fig. 103.) die Mittellinie des Dammes, so werden zu jeder Seite aus a in c und d, aus b in e und f 4' für die überall gleiche Oberbreite des Dammes abgestochen; alsdann wird, weil der Damm nach der Landseite eine einfüßige Dossirung haben soll, die profilmäßige Höhe desselben 6m (Fig. 102.) aus c in g und die Höhe 5n (Fig. 102.) aus e in h abgestochen. An der anderen Seite aber, wo die Dossirung der doppelten Höhe gleich oder zweifüßig sein soll, wird die Höhe 6m zweimal aus d in k und die Höhe gleichfalls doppelt genommen, aus f in l abgestochen. Die Verbindungslinien gh und kl bezeichnen nun die untere Breite des Dammes bei den Stationspunkten Nr. 5 und 6 und zwischen diesen. Fig. 104. ist das zu Nr. 5 und Fig. 105. das zu Nr. 6 gehörige Profil, woraus hervorgeht, daß, weil der Damm bei Nr. 6 höher ist als bei Nr. 5, auch dessen untere Breite bei Nr. 6 größer sein muß als bei Nr. 5, und daß es sich also mit der unteren Breite der Dämme ebenso verhält, wie mit der oberen Breite der Gräben; dagegen bleibt die Oberbreite oder Krone des Dammes immer gleich und die Dammprofile erschei-

Fig. 105 104. 103.



nen demnach wie umgekehrte Grabenprofile, bei welchen die Winkel abc (in Fig. 104 und 105.) und edf, welche die Dossirungslinien mit der Krone machen, gleich sind. Die Richtungslinien der Dossirungen haben mithin an allen Punkten eine gleiche Neigung. —

Anmerkung. Bei der Ausführung von Grabenarbeiten sind manche Vorsichtsmaaßregeln nicht zu übersehen, welche auf die Erreichung des beabsichtigten Zweckes einen entschiedenen Einfluß haben. Wo Brücher oder Seen abzulassen sind, hüte man sich vor allzutiefen Gräben, da schon ein Graben von 12′ Tiefe eine höchst mühsame Aushebung und Dossirungen von 18′ bedingen, welche selten die dem Wasserquantum entsprechende Stabilität haben, insbesondere wenn das Terrain aus Lehm- oder Thonboden besteht. Nicht minder ist die Länge des Grabens, auf welche sich das Gefälle vertheilt, in Betracht zu ziehen, und man hat stets von der nivellirten Höhe, um welche ein abzulassendes Gewässer höher liegt, als ein anderes, das Zuggefälle auf diejenige Länge, in welcher der Graben geführt werden, sowie das im Graben verbleibende Standwasser zum Abzug des Quell- und Regenwassers abzurechnen und dann erst zuzusehen, ob noch so viel Wasser wirklich abgelassen werden kann, als verlangt wird. — Bei breiten Gräben von 12—16′ zieht man auf der Mittellinie einen Vorgraben zur Ableitung des Grundwassers, oder man läßt in entsprechender Entfernung Staudämme zur Ansammlung und Ausschöpfuug des Grundwassers stehen.

§. 97. Aus den im vorigen §. erwähnten Aufgaben geht zur Genüge hervor, daß ein Nivellement den Zweck hat, die verschiedenen Höhenunterschiede des Terrains zu messen. Soll eine Ausgleichung dieser Höhenunterschiede, Einschnitte oder Erhöhungen des Terrains vorgenommen werden, so muß man aus dem Nivellement ersehen oder berechnen können, welche Quanta von Erde oder sonstigen Bestandtheilen des Bodens zu bewegen (auszuheben, auf- oder abzutragen) sind, um die verlangte Einrichtung herzustellen. Eine solche Berechnung geschieht nach dem kubischen Inhalte der zu bewegenden Erdmassen und man nimmt als einfaches Maaß den Kubikfuß an; außerdem wird ein Körper von 12′ Länge, 12′ Breite und 1′ Höhe eine Schachtruthe genannt. Die Erdarbeiten werden meist nach Schachtruthen berechnet und verdungen. Um nun z. B. den Inhalt eines Grabens, Dammes &c. nach Schachtruthen zu berechnen, z. B. eines Grabens, der überall ein gleiches Profil hat, wird die obere und untere Breite addirt und die Summe halbirt, wodurch man die mittlere Breite erhält; diese mit der Tiefe des Grabens multiplicirt, giebt den Quadratinhalt des Profils, und wenn man denselben mit der Länge des Grabens multiplicirt, so erhält man den Kubikinhalt in Fußen, von denen 144 = 1 Schachtruthe sind. Von einem überall gleich tiefen, mithin auch überall gleich

breiten Graben sei die obere Breite = 20′, die untere = 8′, so ist die mittlere Breite = 14 Fuß, welche mit der Tiefe von 6′ multiplicirt den Quadratinhalt (von 84 Q.-Fuß) des Profils ergiebt. Multiplicirt man diese 84 Q.-Fuß mit der Länge des Profils (100′), so erhält man den Inhalt von 8400 Kubikfuß oder 58 Schachtruthen 48 Kubikfuß.

Da nun aber ein Terrain selten so beschaffen ist, daß die Tiefe eines Grabens oder die Höhe und Breite eines Dammes überall gleich werden könnte, so wird die nöthige Berechnung des zu bewegenden Erdquantums um so genauer werden, je kürzere Stationen bei dem Nivelliren angenommen sind. Haben nun zwei aufeinander folgende Profile verschiedenen Inhalt, so nimmt man aus beiden das arithmethische Mittel, welches, mit der Länge der Station multiplicirt, den Kubikinhalt ergiebt. Auf diese Weise kann man den Berechnungen eines Nivellements die erforderliche Genauigkeit geben.

b) Zusammengesetzte Nivellements.

§. 98. Der Unterschied zwischen einfachen und zusammengesetzten Nivellements ist im Wesentlichen ein geringer und fast allein von der Wichtigkeit und Zweck derselben bedingt. Ausgedehnte Nivellements bedingen die Berücksichtigung einwirkender Erscheinungen, wie z. B. der terrestrischen Strahlenbrechung, der Kugelgestalt der Erde ꝛc., nicht minder die Anwendung complicirter und sorgfältig gearbeiteter Instrumente. Einfache Nivellements dagegen, wie die gewöhnlichen Ent- und Bewässerungs-, die Damm- und Planirungs-Arbeiten, erfordern auch nur einfache Instrumente, und der Correctionen wegen der Reduction auf den wahren Horizont und der terrestrischen Strahlenbrechung fallen weg. Während in diesem Falle die Setzwaage, die Wasser- u. Quecksilberwaage vollkommen ausreicht, wird man im andern zu der Anwendung der s. g. Libellen-Instrumente greifen. Die hier angeführte Sonderung in einfache und zusammengesetzte Nivellements hat allein den praktischen Zweck, die durch die Wichtigkeit der verschiedenen Nivellirarbeiten gebotenen Rücksichten näher in's Auge zu fassen. Daher mögen zuvörderst die bei ausgedehnten und zusammengesetzten Nivellements nothwendigen Höhen-Correctionen und dann die Nivellements für Straßen- und Eisenbahnbau in Betracht gezogen werden.

§. 99. Höhen-Correction wegen Krümmung der Erde. Jede mit der wirklichen Oberfläche der Erde oder des Meeres parallele Fläche wird als horizontal angenommen, und da die wirkliche Oberfläche der Erde von einer Kugelfläche wenig, also auf geringe Ausdehnungen fast gar nicht abweicht, so betrachtet man selbst eine Fläche von vielen Qua-

dratmeilen, wenn sie ein Stück einer Kugelfläche ist, deren Halbmesser $859\frac{2}{5}$ geographische Meilen beträgt, oder wenn alle ihre Punkte vom Mittelpunkt der Erde gleich weit entfernt sind, als horizontal. Man nennt eine solche Fläche, um sie noch bestimmter zu bezeichnen, *wahre Horizontalfläche* und Linien in ihr *wahre Horizontallinien*. Demnach ist der Höhenunterschied verschiedener Punkte der Unterschied ihres Abstandes vom Mittelpunkte der Erde.

Nun wird aber auch diejenige Linie, welche auf der durch irgend einen Punkt der Oberfläche der Erde nach dem Mittelpunkte derselben gehenden Linie senkrecht steht, die demnach die Kugelfläche nur in einem Punkte (Tangentialpunkt) berührt, eine Horizontallinie, eine unter denselben Bedingungen liegende Ebene eine Horizontalebene genannt. Weil diese Ebene in dem Berührungspunkt mit der Kugel einerlei Richtung hat, heißt sie, zum Unterschied von der Kugelfläche selbst, *scheinbar horizontal*. Gesetzt fabg (Fig. 106.) sei die Krümmungslinie, c der Mittelpunkt der Erde, so ist, wenn had eine auf dem Halbmesser ac senkrechte Ebene vorstellt, had scheinbar horizontal. Die Limbusebene eines in a aufgestellten Winkelmessers, welche mit der Libelle horizontal gestellt ist, wird also parallel der durch had gehenden Ebene sein. Visirt man nun mit dem Fernrohre eines Instrumentes, dessen Limbus horizontal gestellt ist, nach einem höheren oder weiter als a vom Mittelpunkte der Erde entfernten Punkte k und misst den Winkel, den die Visirlinie mit der Ebene des Limbus macht, so erhält man am Höhenkreise das Maaß des Winkels kad. Man hätte aber, wenn man wissen wollte, um wie viel k höher liegt als a, d. h. um wie viel weiter k von c entfernt ist, als a, den Winkel kab messen sollen; denn der Punkt b in der Kugelfläche oder im wahren Horizont, nicht der Punkt d im scheinbaren Hori-

Fig. 106.

zont, liegt mit a gleich hoch, oder eben so weit vom Mittelpunkte der Erde entfernt als a. Der vom Instrumente angezeigte Höhenwinkel ist also um den Winkel dab zu klein und man muß diesen zu dem gemessenen Höhenwinkel hinzurechnen. Dasselbe Verhältniß findet statt, wenn der Punkt, nach welchem visirt wird, niedriger als a liegt, z. B. in l. Man misst alsdann am Instrumente den negativen Winkel lad, statt daß man nur hätte den negativen Winkel lab messen sollen. Man muß also ebenfalls noch zu dem gemessenen Winkel den Winkel dab addiren.

Der Winkel dab ist die Hälfte des Winkels acb, den die Halbmesser ac und bc durch die beiden Punkte, den Standort und den visirten Punkt, mit einander machen. Da nämlich cei senkrecht auf ab steht, also ae = eb und ace = bce ist, so sind die rechtwinkligen Dreiecke cea und cia ähnlich, weil sie den Winkel bei i gemein haben; ebenso sind die rechtwinkligen Dreiecke aei und cai, folglich auch die Dreiecke aei und cea ähnlich, mithin ist ∠ eai oder dab gleich dem Winkel eca, als gleich der Hälfte des Winkels acb. Läge der visirte Punkt in der Linie ad, wäre also der Winkel am Instrument gleich Null, so hätte man doch den visirten Punkt um das Maaß des Winkels dab höher als a finden müssen.

Der Winkel dab ist nun der Fehler der Höhenmessung, welcher durch die Krümmung der Erde bedingt wird. Da er die Hälfte des Winkels am Erdmittelpunkte für die beiden Punkte a und b ist, so läßt er sich leicht finden. Er richtet sich nämlich nach der Entfernung des visirten Punktes b von dem Standorte des Instrumentes a. Wäre z. B. der visirte Punkt b 492 Ruthen von a entfernt, so wäre die Größe des Winkels acb gerade 1 Minute, wobei angenommen wird, daß der mittlere Durchmesser der Erde 3382505 Ruthen, 1 Grad des Umfanges derselben 29518 Ruthen, 1 geogr. Meile, von denen 15 auf einen Grad (= 60 Minuten) gehen, 1967,862 Ruthen beträgt und daß demnach eine geogr. Meile Länge des Umfanges einem Winkel von 4 Minuten am Mittelpunkte der Erde entspricht. Die Correction dab betrüge also in dem angeführten Falle ½ Minute, welche zu dem am Höhenkreise gefundenen Winkel addirt werden müßte.

Will man nun feststellen, wieviel die Correction bd des aus dem beobachteten Winkel berechneten Höhenunterschiedes selbst beträgt, so braucht man nur die halbe Entfernung ab mit der Tangente des doppelten Winkels dab oder mit der Tangente des Winkels zu acb multipliciren. Denn aus der Aehnlichkeit der Dreiecke ibd und cad folgt, daß die Winkel bid und acb gleich sind, mithin, daß

bd = ib. tang. acb. Die gerade Linie ib kann man aber der halben Entfernung ab, im Bogen gemessen, oder auch der Hälfte der Entfernung ad gleich setzen, weil der Winkel acd am Mittelpunkte immer nur sehr klein ist und folglich die Länge des Bogens ab von der Summe der Linien ai und ib oder auch ai und id nur unmerklich abweicht. Man findet also bd, wenn man die halbe Entfernung ab oder ad mit der Tangente des Winkels acb multiplicirt.

Auch kann man die Höhen-Correction bd ohne vorherige Berechnung des Winkels acb unmittelbar finden. Da nämlich die rechtwinkligen Dreiecke ibd und cad ähnlich sind, so ist bd : ib = ad : ac, mithin

$$bd = \frac{id \,.\, ad}{ac}.$$

Man kann aber ai oder ib für ½ad annehmen, weil für den nur sehr kleinen Winkel acb die Tangente ad, also um so mehr die kürzere umschriebene Linie ai + ib, von dem Bogen ab nur sehr wenig verschieden ist. Man findet also

$$bd = \frac{ad^2}{2 \,.\, ac},$$

d. h. man findet die Höhen-Correction wegen der Krümmung der Erde, wenn man das Quadrat der Länge der Station mit dem Durchmesser der Erde dividirt und um diese Correction muß man die aus gemessenen Höhenwinkeln berechneten Höhenunterschiede vergrößern. Wäre z. B. eine Station 200 Ruthen lang, so ist

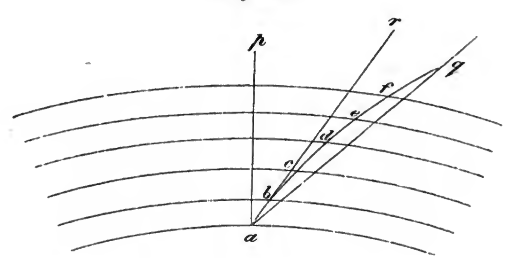
$$bd = \frac{200^2}{3382505} = 0{,}0118 \text{ Ruthen.}$$

Auf eine Station von $\sqrt{3382505} = 1839$ Ruthen oder fast eine Meile lang, beträgt die Höhen-Correction erst eine Ruthe. —

Die Reduction auf den wahren Horizont ist beim Nivelliren langer Stationen nur da erforderlich, wo der Höhenunterschied zweier Punkte durch Nivelliren aus dem Endpunkte der Station gefunden wird, und es wird dann eine scheinbare Steigung immer vergrößert, ein scheinbares Gefälle immer verkleinert werden. Man wird daher diese Reduction zu einer Steigung addiren, von einem Gefälle aber abziehen müssen. Wird dagegen aus der Mitte der Station oder aus beiden Endpunkten derselben nivellirt, so fällt die Reduction auf den wahren Horizont weg, weil der Unterschied der beiden gefundenen Nivellirlatten-Höhen sogleich den gesuchten Höhenunterschied giebt. —

§. 100. **Höhen-Correction wegen der terrestrischen Strahlenbrechung.** — Es darf als bekannt angenommen werden, daß die Luft ein durchsichtiges, elastisches Fluidum und gleich allen anderen Körpern den Gesetzen der Schwerkraft unterworfen ist; hieraus ergiebt sich, daß die Luft in verschiedenen Entfernungen von der Erde verschiedene Dichtigkeit hat. Ferner ist bekannt, daß ein Lichtstrahl, welcher aus einem dünneren in ein dichteres Mittel übergeht, an der Grenze beider von seiner Bahn abgelenkt oder gebrochen wird. Stellt man sich also die die Erde umgebende Luft von verschiedener, schichtweise zunehmender Dichtigkeit vor, wie in Fig. 107, so würde ein Lichtstrahl fa, dessen Richtung nicht senkrecht

Fig. 107.



auf die Oberfläche der Erde ist, wie pa, eine gebrochene Linie fedcba beschreiben, deren Richtung sich der senkrechten immer mehr nähert. Da aber eine schichtweise Dichtigkeit der Luft nicht existirt, vielmehr die Luft nach der Erde zu stetig oder ununterbrochen dichter wird, so kann die Bahn des von f nach a gehenden Lichtstrahls keine gebrochene, sondern eine krumme Linie von stetiger Krümmung sein, deren Richtung in a den kleinsten Winkel mit pa macht und nach oben immer mehr davon abweicht. Visirt man also bei a nach einem Punkte q, der nicht senkrecht über dem Standort a, sondern zur Seite hin, höher oder niedriger oder eben so hoch als a liegt, so wird man ihn nach der Richtung der Tangente ar der Curve an a, in r statt in q zu sehen glauben, also höher, als er wirklich liegt und zwar um den Winkel raq. Man muß daher diesen Winkel raq von dem beobachteten Höhenwinkel **abziehen**. **Der Winkel raq ist die Höhen-Correction wegen der terrestrischen Strahlenbrechung.** Derselbe wird bedingt durch die Gestalt der krummen Linie des Lichtstrahls und diese durch die Brechkraft der verschiedenen Luftschichten, welche wiederum sehr veränderlich und von äußeren Einflüs-

sen abhängig ist. In allen Fällen ist der Winkel raq sehr klein. Lampert, Laplace und Andere haben theoretisch ermittelt, daß die Curve der Bogen eines Kreises ist, dessen Halbmesser etwa sechsmal so groß ist, als der Halbmesser der Erde*). Man wird der Wahrheit sehr nahe kommen, wenn man sie blos gleich einem Sechstheil derjenigen setzt, welche wegen der Krümmung der Erde nöthig ist.

Alle Beobachtungen geben meistens sehr abweichende Werthe für das Verhältniß der Refraction zum Mittelpunktswinkel (qca) oder zu der in Graden ausgedrückten Entfernung qa. Dies Verhältniß variirt von 0 bis 1, so daß also die Refraction mitunter ganz verschwindet, mitunter dem ganzen Bogen des Mittelpunktswinkels gleich sein kann. Die wechselnde Dichtigkeit der Luft ist allein der Grund hiervon und man will wahrgenommen haben, daß die Strahlenbrechung von Morgen gegen Mittag hin abnimmt, von da an gegen den Untergang der Sonne wieder wächst.

Die Correction wegen der terrestrischen Strahlenbrechung ist jedoch nur in dem Falle erforderlich, wo der Höhenunterschied nur aus dem einen Endpunkte der Station ermittelt wird. Eine besonders praktische Bedeutung hat dieselbe um so weniger, als sie leicht einen größeren Fehler herbeiführen kann, als sie beseitigen soll. Man wird derselben überhoben, wenn man Beobachtungen an solchen Tageszeiten vermeidet, wo der Wechsel in den Dichtigkeiten der Luftschichten am größten ist, nämlich bei Sonnenauf- und Untergang, und im Mittage. —

Da nun die Höhen-Correction wegen Krümmung der Erde, welche gleich dem Quadrat der Länge der Station, dividirt durch den Durchmesser der Erde war, zu den aus den beobachteten Höhenwinkeln berechneten Höhenunterschieden hinzugerechnet, hingegen die Correction wegen der terrestrischen Steahlenbrechung, welche $\frac{1}{6}$ von jener ist, davon abgezogen werden muß, so findet man die ganze Correction, wenn man von dem Quotienten des Quadrats der Länge der Station durch den Durchmesser der Erde $\frac{5}{6}$ nimmt. Bezeichnet man nämlich die Länge der Station durch a, den Halbmesser der Erde durch r, so

---

*) Nach Gauß ist der Winkel raq ein constanter Theil des Winkels, den die beiden Erdhalbmesser der Oerter q und a (qca) mit einander bilden und = 0,0653 × qca.

ist die gesammte Correction wegen Krümmung der Erde und terrestrischer Strahlenbrechung, welche durch c bezeichnet werden mag

$$c = \frac{5a^2}{12r}.$$

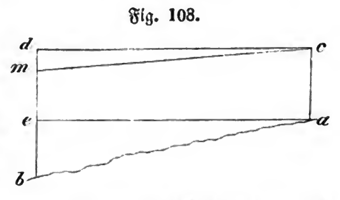
Hiernach ist die folgende Tafel der Correction für verschiedene Längen der Station berechnet.

Länge der Station in Ruthen	Höhen-Correction in Ruthen	Länge der Station in Ruthen	Höhen-Correction in Ruthen	Länge der Station in Ruthen	Höhen-Correction in Ruthen	Länge der Station in Ruthen	Höhen-Correction in Ruthen
10	0,000025	260	0,016654	510	0,064080	760	0,142301
20	0,000099	270	0,017960	520	0,066617	770	0,146070
30	0,000222	280	0,019315	530	0,069204	780	0,149889
40	0,000394	290	0,020719	540	0,071840	790	0,153757
50	0,000616	300	0,022173	550	0,074526	800	0,157674
60	0,000887	310	0,023676	560	0,077260	810	0,161641
70	0,001207	320	0,025228	570	0,080044	820	0,165656
80	0,001577	330	0,026829	580	0,082877	830	0,169721
90	0,001996	340	0,028480	590	0,085760	840	0,173836
100	0,002464	350	0,030180	600	0,088692	850	0,177999
110	0,002981	360	0,031929	610	0,091673	860	0,182212
120	0,003548	370	0,033727	620	0,094703	870	0,186474
130	0,004164	380	0,035575	630	0,097783	880	0,190786
140	0,004829	390	0,037472	640	0,100911	890	0,195146
150	0,005543	400	0,039419	650	0,104090	900	0,199556
160	0,006307	410	0,041414	660	0,107317	910	0,204015
170	0,007120	420	0,043459	670	0,110594	920	0,208524
180	0,007982	430	0,045553	680	0,113919	930	0,213082
190	0,008894	440	0,047696	690	0,117295	949	0,217689
200	0,009855	450	0,049889	700	0,120719	950	0,222345
210	0,010865	460	0,052131	710	0,124193	960	0,227051
220	0,011924	470	0,054422	720	0,127716	970	0,231805
230	0,013033	480	0,056763	730	0,131288	980	0,236610
240	0,014191	490	0,059152	740	0,134910	990	0,241463
250	0,015398	500	0,061591	750	0,138581	1000	0,246366

§. 101. Außer den beiden fehlerhaften Einwirkungen der scheinbaren Horizontale und der Strahlenbrechung, von welchen die erstere ganz, die zweite wenigstens großentheils sich beseitigen oder vermeiden läßt, giebt es

noch andere, welche von den Unvollkommenheiten unserer Sinne oder Instrumente herrühren, und die begreiflich bis zu einer gewissen Grenze nicht vermieden werden können. Der hauptsächlichste dieser Fehler, auf welchen alle anderen sich zurückführen lassen, besteht in der nicht genau horizontalen Lage derjenigen Linie, welche als scheinbare Horizontale vom Instrumente bezeichnet wird. Sein Einfluß läßt sich leicht auf folgende Weise beurtheilen. Es sei cd (Fig. 108.) die wirkliche Horizontale und cm die vom Instrumente bezeichnete, so erhält man bm als Lattenhöhe, während dieselbe doch bd ist, so daß also die Lattenhöhe um das Stück dm falsch gefunden wird, und zwar theils zu groß, theils zu klein, je nachdem cm über oder unter cd fällt. Bezeichnet man den Abweichungswinkel dcm, welcher immer nur klein sein wird, in Secunden ausgedrückt mit α, und die Stationslänge cd mit δ, so ist $dm = \delta \,.\, \alpha \sin. 1''$. Diesen Fehler nennt man die Mißweisung des Instrumentes.

Fig. 108.

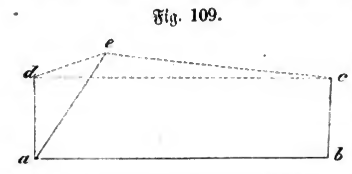


Hiernach kann man also den Fehler in der beobachteten Lattenhöhe berechnen, der bei einer gegebenen Stationslänge δ und einem muthmaßlichen Abweichungswinkel α entstehen muß. Wäre z. B. $\alpha = 60''$, wie es wohl bei schlechteren Nivellirinstrumenten der Fall ist, so würde man bei einer Stationslänge $\delta = 100$ Fuß die Lattenhöhe um 4,2 Linien falsch erhalten. Gute Nivellirinstrumente dürfen indessen einen Abweichungswinkel von nur wenigen Secunden zeigen. — Nach derselben Rechnung läßt sich auch der Fehler beurtheilen, der aus dem undeutlichen Sehen bei'm Visiren über Diopter oder durch ein Fernrohr entspringt, wenn man statt α denjenigen Sehewinkel setzt, bei welchem ein Objekt zu verschwinden anfängt.

Beim Nivelliren aus der Mitte der Station und auch beim Zurückvisiren aus dem andern Endpunkte ist ein constanter Abweichungswinkel ohne Einfluß, weil im ersten Falle beide Lattenhöhen um einerlei Größe zu groß oder zu klein gefunden werden, was immer den Höhenunterschied richtig giebt; im anderen Falle wird, wenn aus dem einen Endpunkte ein zu großer Höhenunterschied beobachtet wird, der aus dem andern Endpunkte beobachtete um eben so viel zu klein sein, daher die halbe Summe beider wieder den richtigen Höhenunterschied giebt. —

Endlich kann noch ein Fehler aus der nicht genau senkrechten Stellung der Latte entstehen. Es sei ae (Fig. 109.) die schief gestellte Latte und bc das Instrument, so wird, wenn man die Horizontallinie ce zieht, ae die beobachtete Lattenhöhe sein. Wenn aber die Latte in a senkrecht stände und nach ihr eine Horizontallinie cd gezogen würde, so würde man in ad die richtige Lattenhöhe haben. Ziehen wir dann de, so ist das Dreieck ade bei d rechtwinklig, weil die Verticale ad auf der Horizontalebene dce senkrecht steht. Wenn man daher die beobachtete Lattenhöhe ae mit h, die wahre ad mit h^1 und den Abweichungswinkel dae von der Verticallinie mit β bezeichnet, so ist $h^1 = h \cdot \cos. \beta$ also $h - h^1 = h - h \cdot \cos. \beta = h(1 - \cos. \beta) = 2 \cdot h \cdot \sin. \tfrac{1}{2}\beta^2$, wofür man, weil β doch immer nicht gar beträchtlich und daher

Fig. 109.



$$\sin. \tfrac{1}{2}\beta = \tfrac{1}{2}\beta \cdot \sin. 1''$$

sein wird,

$$h - h^1 = \tfrac{1}{2} h \cdot \beta^2 (\sin. 1'')^2$$

setzen darf. Um diese Größe wird also die Lattenhöhe zu groß gefunden werden. —

1. Nivellements für Straßenbau.

§. 102. Die Anlagen von Kunststraßen erfordern immer ein sorgfältiges und genaues Nivellement, daher die Anwendung von Instrumenten, mit denen dieser Forderung Genüge geleistet werden kann. Von den bekannten Nivellir-Instrumenten können hier nur die hydrostatischen, also die Wasserwaage, die Quecksilberwaage und die Libellen-Instrumente in Betracht kommen. Gegen die beiden ersten Instrumente sprechen die mangelhaften Vorrichtungen zu einem annähernd genauen Visiren, ein Umstand, der von nicht geringem Einfluß auf das Resultat der Messung ist. Dagegen gestatten die mit einem Fernrohr versehenen Libellen-Instrumente nicht nur die genaueste Bestimmung der gesuchten Höhe, sondern auch ein directes Ablesen von der Nivellirlatte, die ohne verschiebbare Tafel und nur mit einer zweckentsprechenden Eintheilung versehen zu sein braucht. Das Resultat einer Höhenmessung mit einem Libellen-Instrumente kann also nicht nur ein sehr genaues, sondern auch völlig unabhängig von der mehr oder minderen Einsicht eines Gehülfen sein, der gewöhnlich die Tafel einzustellen und die Maaße an der Latte abzulesen hat. Aus diesem

Grunde ist die Anwendung der Libellen-Instrumente seit längerer Zeit allgemeiner geworden. Es versteht sich ohne weitere Bemerkung von selbst, daß die Anwendung eines Libellen-Instrumentes immer eine vorherige sorgsame Rectification desselben bedingt. —

§. 103. Das Nivellement einer neuen Straße wird, unter Berücksichtigung des in den §§. 90 u. ff. bereits Erwähnten, in der Mittellinie des Planums derselben aufgenommen und dabei Folgendes beobachtet.

Die Stationen sind in der Regel je 10 Ruthen von einander entfernt zu nehmen, bei steilen Abhängen jedoch noch kürzer. Jeder Stationspunkt ist durch einen 3″ über der Erde vorstehenden eingeschlagenen Pfahl zu bezeichnen. Das Nivellir-Instrument wird in der Mitte der Station aufgestellt, wodurch Correctionen vermieden und die ganze Operation vereinfacht wird. Der Längendurchschnitt ist nach dem Maaßstabe der Specialkarte, dagegen sind die Höhen nach einem 24mal so großen Maaßstabe aufzutragen; besonders steile oder in kleinen Strecken abwechselnde Stellen, welche nach dem angegebenen Maaßstabe nicht beurtheilt werden können, müssen auf den Rand des Profilrisses nach größerem Maaßstabe gezeichnet werden. Durch den höchsten Punkt des Längendurchschnitts wird eine Horizontallinie gezogen und von dieser werden die verticalen Abstände der abgewogenen Punkte angegeben; bei bedeutenden Höhenunterschieden sind zur leichteren Uebersicht Parallellinien in Entfernungen von einem Decimalzoll mit der Haupt-Horizontallinie zu ziehen. Das Profil muß nach der wahren Länge der zu entwerfenden Straße und nicht nach der horizontalen Projection aufgetragen werden. Wo Flußthäler berührt werden, muß die höchste Ueberschwemmung nach dem nächsten Pegel ausgemittelt und im Profil angezeigt werden; in Ermangelung der Pegel wird ein anderer fester Punkt in der Nähe des Gewässers aufgenommen und eingetragen. Alle, die neue Straßenlinie durchschneidende Gräben, Brücken, Durchlässe, Grenzen 2c. müssen angegeben werden. Alle Seitennivellements, die zur Rechtfertigung der Wahl der Straßenlinie nöthig erachtet werden, so wie diejenigen, welche auf die Abwässerung der Straße Bezug haben, müssen auf die im Hauptnivellement angenommene Horizontallinie bezogen werden. Die verschiedene Beschaffenheit des Bodens in der gewählten Straßenlinie ist unten am Rande des Blattes, welches den Längendurchschnitt enthält, durch Farben zu bezeichnen. Jedes Nivellementsprofil von Straßen muß an feste, unverrückbare Gegenstände, deren in der Nähe gewöhnlich mehrere zu finden sind, angeschlossen, und dies sowohl im Plane, als in der Nivellements-Tabelle bemerkt werden. Ganz beson-

sonders sind dergleichen Gegenstände in der Nähe des Anfangs- und Endpunktes eines jeden Nivellements zu ermitteln und aufzunehmen. Wenn ein Nivellement als eine Fortsetzung eines schon in dieser Art festgelegten Nivellements zu betrachten ist, so muß das neuere an den nächsten festen Punkt des älteren angeschlossen werden. Querprofile müssen besonders da, wo der Boden nach der Seite abhängig und wo es zur Berechnung des Auf- und Abtrages erforderlich ist, aufgenommen werden. Ihre Höhe und Breite ist nach dem Höhenmaaßstabe der Längenprofile aufzutragen, entweder an den entsprechenden Verticallinien oder auf besondere Blätter. In diesen Querprofilen ist zugleich der Querschnitt der neuen Kunststraße mit den dazu gehörigen Seitengräben anzugeben.

§. 104. Es ist bereits im §. 92. eine Nivellements-Tabelle angeführt worden, mit Hülfe deren das Gefälle von einem Punkte zum anderen leicht zu berechnen war. Da aber das vielleicht bald steigende, bald sinkende Gefälle keine recht deutliche Vorstellung von der Gestalt des Terrains geben würde, so ist es zweckmäßig, die Höhenunterschiede des Terrains auf eine feste Horizontallinie zu beziehen, die man beliebig unter oder über, am besten unter allen Terrainpunkten annimmt. Die Längen der Stationen geben dann zusammengesetzt die Abscissen, die Höhen der Terrainpunkte über der Horizontalen die rechtwinkligen Ordinaten der Terrainlinie über denselben, woraus ein bestimmtes Bild von der Terrainlinie entsteht. Dieser Forderung wird die folgende Tabelle (s. S. 197.) entsprechen:

Die erste Columne enthält die Zahl der Stationen, die zweite die auf dem Felde gemessene Länge derselben, die dritte die Summe der Längen vom Anfangspunkt, die vierte, fünfte und sechste Columne weisen die unmittelbar auf dem Felde gemessenen und eingetragenen Höhen nach. Die Höhen in der siebenten Columne findet man, wenn man die Zahlen der fünften zu den, um eine Zeile tiefer stehenden Zahlen der vierten Columne addirt. Die Zahlen der achten und neunten Columne ergeben sich, wenn man diejenigen der vierten und siebenten der Reihe nach jedesmal von oben addirt. Die Zahlen der zehnten Columne findet man, wenn man die Zahlen der achten Columne von denen der neunten subtrahirt. Endlich ergeben sich die Zahlen der eilften Columne, wenn man die Zahlen der zehnten von 10 Fuß subtrahirt, weil die durchgehende horizontale Linie zehn Fuß unter dem Anfangspunkte des Nivellements angenommen ist.

Nachdem man in der eilften Columne die Ordinaten der Terrainpunkte über einer festen Horizontalen berechnet hat, ist es auch sehr leicht

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Der Station		Entfernung des Endpunktes der Station vom Anfgspkte des Nivellements	Die horizontale Linie der Station liegt				Summa der Höhen der horizontalen Linie über der Terrain		Gefälle vom Anfange des Nivellements bis zum Ende der Station	Höhe des Endpunktes der Station über einer 10′ unter dem Anfgspunkte des Nivellements liegenden Horizontalen
Zahl	Länge		mit ihrem Anfange über dem Terrain	gegen die horizontale Linie der folgenden Station		Also mit ihrem Ende über dem Terrain	Am Anfange der Station	Am Ende der Station		
				höher	tiefer					
	Ruthen	Ruthen	F. Z. L.	F. Z. L.	F. Z. L.	F. Z. L.	F. Z. L.	F. Z. L.	F. Z. L.	F. Z. L.
1	10	10	— 8 4	— 7 2	— — —	1 — 3	— 8 4	1 — 3	+— 3 11	9 8 1
2	10	20	— 5 1	— 11 10	— — —	2 1 1	1 1 5	3 1 4	+1 11 11	8 — 1

das Gefälle zwischen beliebigen Stationspunkten zu finden. Man darf nur die Ordinaten der Punkte von einander abziehen. — Wird eine Zeichnung des gemessenen Terrains verlangt, so darf man nur auf einer beliebigen geraden Linie die Länge der Abscissen der Stationspunkte aus der dritten Columne und darauf senkrecht die Ordinaten aus der eilften Columne der Tafel setzen. Nebenbei sei hier erwähnt, daß man die Resultate eines Nivellements nicht anders als nach der Tabelle zeichnet und ein stückweises Aneinandersetzen derselben wegen der unumgänglichen Fehler vermeidet.

§. 105. Projection der neuen Straße. — Das Steigen und Fallen einer Kunststraße richtet sich zunächst nach der durch das Nivellement ermittelten Profillinie der Oberfläche des natürlichen Terrains. Selten ist diese Linie von der Art, daß

die Krone der Straße ihr unabänderlich folgen kann. Es ist daher nöthig, solche durch Auf- und Abtrag gehörig zu regeln. Deshalb ist jedoch ein häufiger Wechsel des Steigens und Fallens zu vermeiden und bei Vertheilung des Gefälles über Berge, ehe die größte Höhe nicht erreicht ist, die einmal gewonnene Höhe womöglich nicht wieder aufzugeben, damit die Straße bis auf den Gipfel beständig ansteige. Als äußerste Grenze kann für den Abhang einer Kunststraße in gebirgigen Gegenden 8 Zoll auf die laufende Ruthe oder $\frac{1}{18}$ der Länge, in blos hügligten Gegenden 6 Zoll auf die laufende Ruthe oder $\frac{1}{24}$ der Länge und zwar nur bis auf eine Höhe von 100 Fuß gelten. Wechselt das größte zulässige Gefälle nicht mit geringerem auf längere Strecken ab, so muß auf jede folgende 100 Fuß der Abhang um einen halben Zoll auf die Ruthe vermindert werden, bis das Gefälle in gebirgigen Gegenden nur noch 6 Zoll, in hügligten Gegenden nur noch 4 Zoll auf die laufende Ruthe beträgt. Bei lang anhaltendem starken Gefälle von 8—6 Zoll müssen 5 Ruthen lange Ruheplätze angelegt werden, die entweder gar keine Gefälle oder doch nur eines von 1 Zoll pro Ruthe haben.

Zur möglichsten Beförderung der Abwässerung einer Kunststraße darf ihre **Kronenlinie** in der Regel keine horizontale Lage haben, sondern muß entweder steigen oder fallen und ihr Längenabhang mindestens einen Viertelzoll auf die laufende Ruthe oder $\frac{1}{576}$ der Länge betragen. Ausgenommen hiervon sind aufgedämmte Straßen, die vorzüglich trocken liegen. Wendungen der Straße erhalten entweder gar keinen Längen-Abhang oder doch nur auf die Ruthe ein Gefälle von 1 Zoll.

Der Auftrag muß dem Abtrage möglichst gleich sein, insofern der Abtrag aus Einschnitten entnommen werden kann, welche man jedoch nicht allein zu diesem Behufe anlegt.

Die Breite des Planums wird durch die Lebhaftigkeit des Verkehrs bedingt und gewöhnlich zwischen 24 bis 40 Fuß angenommen. Die geringste Länge, auf welche der Weg einerlei Breite behalten muß, sind 150 Ruthen; Uebergänge von einer Breite zur anderen werden auf eine Anhöhe, vor einen Ort oder auf eine Biegung gelegt. Die Biegungen der Straße werden nach möglichst großen Halbmessern und wo dies nicht angeht, das Planum um ein Viertheil oder die Hälfte breiter angelegt. — Nach der Breite der Straße wird das Planum überall horizontal angelegt, ausgenommen längs einem Bergabhange, wo dasselbe nach der Bergseite hin um $\frac{1}{36}$ der Breite gesenkt werden muß.

Die Seitengräben sind in der Regel nicht breiter und tiefer, als es die Ableitung des Wassers erfordert, anzulegen. Wo die Straße auf einem

Höhenrücken liegt, der zu beiden Seiten Abfall hat, da sind Seitengräben nur auszuführen, wenn die Begrenzung oder der Schutz der Straßen solche erfordert. Dagegen erhält jede, an einen Berghang sich lehnende Kunststraße an der Bergseite einen Graben. In Durchschnitten sind zwei dergleichen, neben aufgedämmten Straßen aber nur dann Gräben erforderlich, wenn das Planum sich nicht um zwei Fuß über die Bodenfläche erhebt oder die Fortleitung des Wassers von den Seiten abhängender Straßentheile ihre Anlage erfordert. Die Gräben erhalten nach Verhältniß ihres Gefälles und der abzuführenden Wassermasse die erforderliche, wenigstens aber 2 Fuß Sohlenbreite; man vermeidet gern sehr tiefe und breite Seitengräben.

Jede Straße muß über die Erdfläche erhöhet werden, der Fall ausgenommen, wo dieselbe auf dem Rücken einer Anhöhe liegt. Die Erhöhung kann in trockenem Boden 2, in feuchtem Boden 3—4 Fuß betragen.

Die Stärke der Böschung ist zunächst abhängig von der Beschaffenheit der Fels- oder Erdart. In sandigem Boden muß die Böschung der Gräben an der inneren oder Straßenseite 1½füßig, an der äußeren wenigstens einfüßig, in Durch- und Einschnitten aber ebenfalls 1½füßig sein. Auftragsprofile erhalten in dergleichen Boden eine 1½füßige, und Abtragsprofile an der Nordseite eine zwei-, an der Süd-Ost- oder Westseite eine 1½füßige Böschung. Ist die Höhe des Auf- und Abtrages größer als 5—6 Fuß, so sind außerdem nach Beschaffenheit des Bodens auf jede 5—6 Fuß Höhe Terrassen von mindestens 1½ Fuß Breite anzulegen. Straßendämme, welche dem Wellenschlage ausgesetzt sind, werden 3füßig abgeböscht und erhalten außerdem 2 Fuß über dem niedrigsten Wasserspiegel ein 6 Fuß breites Banquet. —

Wenn nach diesen Maaßgaben der Abhang einer neuen Straße vertheilt ist, so wird die geregelte Kronenlinie derselben im Nivellementsrisse bezeichnet und an den Horizontallinien das Verhältniß der Länge zum Abhange eingeschrieben. Die Sohlenlinie der Gräben wird gewöhnlich blau angelegt; der über der regulirten Kronenlinie liegende Abtrag und der unter derselben liegende Auftrag werden durch verschiedene Farben angedeutet. —

§. 106. Zur Berechnung der Auf- und Abtrags-Erde hat man für verschiedene Maßverhältnisse Tabellen entworfen, deren allgemeiner Gebrauch jedoch durch die zu Grunde gelegten landesüblichen Maße beschränkt ist. Es wird daher nicht ganz überflüssig sein, eine allgemeine Formel mitzutheilen, durch welche der Inhalt des Querprofils des Auf- und Abtrages ausgedrückt wird.

Für die meisten Fälle der Ausübung in nicht sehr bergigten Gegenden

wo die Neigungen der natürlichen Bodenfläche und des Straßenplanums gegen die Horizontale wenig verschieden sind, können beide Flächen, wenn auch gewöhnlich nur auf geringe Längen, ohne bedeutenden Fehler als parallel angenommen werden. In diesen Fällen genügt es, den Körper des aufzuschüttenden Straßendammes oder des Einschnittes als ein Prisma zu berechnen, dessen Grundfläche das mittlere Querprofil und dessen Höhe die dazu gehörige Länge des Dammes oder Einschnittes ist.

Es bezeichne nun A^2 den Inhalt des Querprofils, B die Breite des Planums beim Auftrage oder die untere Breite des Einschnittes beim Abtrage, b die Breite eines Absatzes, m die Böschung, h die Höhe einer jeden Schicht zwischen den Absätzen, so ist der Inhalt des Querprofils, wie aus einer Figur leicht sich herleiten läßt,

in der 1. Schicht $= h(B+mb)$
" " 2. " $= h(B+2b+3mh)$
" " 3. " $= h(B+4b+5mh)$
" " n. " $= h[B+2b(n-1)+mh(2n-1)]$

mithin für n Schichten $A^2 = hn(B-b+n(b+mh))$.

Am häufigsten wird der Fall vorkommen, daß der Auf- und Abtrag außer einer oder mehreren Schichten von bestimmter Höhe, noch aus einer anderen von geringerer Höhe bestehet. Unter Beibehaltung der eben angegebenen Bezeichnung sei A_1^2 der Inhalt, B_1 beim Auftrage die obere, beim Abtrage die untere Breite und h_1 die Höhe dieser oder der $(n+1)$ten Schicht, so ist $B_1 = B+2n(b+mh)$, mithin der Inhalt des Querprofils oder $A_1^2 = h_1[B+2n(b+mh)+mh_1]$ und der Inhalt des ganzen Querprofils $A^2+A_1^2 = hn[B-b+n(b+mh)]+h_1[B+2n(b+mh)+mh_1)$. Ist die Böschung nicht von beiden Seiten gleich, wie hier angenommen, sondern vielleicht m und $m_1$füßig, so wird überall $\frac{m+m_1}{2}$ statt m gesetzt.

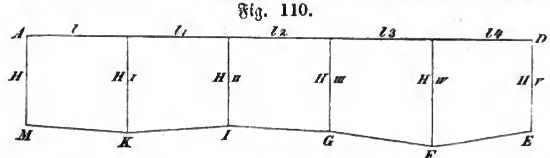
Bisher ist der Körper der aufzuschüttenden oder abzutragenden Erde nur näherungsweise als aus mehreren, nach der Länge des Dammes oder Einschnittes auf einander folgenden Prismen bestehend angenommen worden. Sobald jedoch eine größere Schärfe in der Ermittelung des Inhalts nothwendig wird, als auf diese Weise zu erreichen ist, bleibt nichts Anderes übrig, als den ganzen zu berechnenden Körper in solche Theile zu zerlegen, deren Inhalt aus den Abmessungen völlig richtig sich finden läßt.

Für den Fall, daß die Querprofile des Straßendammes oder Einschnittes oben und unten durch ziemlich gerade und horizontale Linien begrenzt werden, oder die außerhalb der trapezförmigen Querprofile fallen-

den Körper abgesondert berechnet worden sind, kann man auf folgende Weise den Inhalt finden.

Es sei AD (Fig. 110.) die Kronenlinie des Dammes oder die Sohle des

Fig. 110.



Einschnittes, je nachdem die darauf errichteten Normalen H, H_I, H_{II}, H_{III}, H_{IV} ꝛc. ab- oder aufwärts gezogen werden, l, l_1, l_2, l_3, l_4 die einzelnen Theile der Länge, auf welche die Verbindungslinien zwischen den Endpunkten von H, H_I ꝛc. gerade sind oder kleine Krümmungen ausgleichend abschneiden; B die Kronenbreite des Dammes oder die Breite des Einschnittes in der Sohle, m und m_1 die Verhältnißzahlen für die an beiden Seiten verschiedenen Böschungen, so ist nach dieser Bezeichnung der Inhalt:

1) des Prisma's von der Grundfläche ADEFGJKM und der Höhe B

$$\tfrac{1}{2}B[l(H+H_1)+l_1(H_I+H_{II})+l_2(H_{II}+H_{III})+l_3(H_{III}+H_{IV})$$
$$+l_4(H_{IV}+H_V)+\ldots\ldots]$$

2) der beiden Böschungskörper aus abgekürzten Pyramiden bestehend

$$\frac{m+m_1}{6}\Big[l[H^2+H_I(H+H_I)]+l_1[H_1{}^2+H_{II}(H_I+H_{II})]+l_2[H^2{}_{II}+H_{III}(H_{II}+H_{III})]$$
$$+l_3[H^2{}_{III}+H_{IV}(H_{III}+H_{IV})]+l_4[H^2{}_{IV}+H_V)H_{IV}+H_V)]\Big].$$

Werden nun l, l_1, l_2 ꝛc. sämmtlich gleich und so klein genommen, daß die Linien EF, FG, GJ, JK und KM als gerade angesehen werden können; werden ferner die Ausdrücke der Formel 2)

$$H^2+H_I(H+H_I),\ H_1{}^2+H_{II}(H_I+H_{II}),\ H^2{}_{II}+H_{III}(H_{II}+H_{III}) \text{ ꝛc.}$$

durch φ^I φ^{II} φ^{III} ꝛc.

bezeichnet, so erhält man allgemein den Inhalt des ganzen Dammkörpers oder Einschnittes gleich

$$l\Big[B(H_I+H_{II}+H_{III}+\ldots+H_{p-1}(+\tfrac{1}{2})H+H_p)+\frac{m+m_1}{6}(\varphi^I+\varphi^{II}+$$
$$\varphi^{III}\ldots.+\varphi_p)\Big]$$

Die Anlage von Terrassen oder Absätzen haben auf die Werthe von φ keinen Einfluß, da durch dieselben die Böschungskörper, welche abgekürzte oder vollständige Pyramiden bilden, nur in Prismen, abgekürzte oder vollständige Pyramiden zerlegt werden, deren Inhalt zusammengenommen, dem Inhalte jener gleich ist. Dagegen kommen die Prismen hinzu, welche beim Auftrage unter, beim Abtrage über den Absätzen liegen.

Wenn b die Breite eines Absatzes, h die lothrechte Entfernung je zweier Absätze oder die Höhe der dazwischen liegenden Erdschicht bezeichnet, so ist der Inhalt dieser Prismen für n Schichten $= \frac{n}{2}(n-1) . 2bhl = n(n-1)bhl$.

Ist nun die $(n+1)$te Schicht eine unvollständige und sind die Höhen derselben h_1 und h_2, so ist der Inhalt der Prismen in dieser Schicht

$$2 . n . b \frac{h_1+h_2}{2} l = nb(h_1+h_2)l,$$

also die Summe für $n+1$ Schichten

$$n(n-1)bhl+nb(h_1+h_2)l = nbl[(n-1)h+h_1+h_2],$$

oder, da $h_1 = H-nh$ und $h_2 = H_1-nh$,
der Inhalt sämmtlicher Prismen unter oder über den Absätzen

$$= nbl[H+H \quad -h(n+1)].$$

Ist $H-H_1>h$, durchschneidet also die natürliche Bodenfläche einen oder mehrere Absätze, und ist die Anzahl der vollständigen Schichten von der Höhe h in der Vertikale $H = n$, $H_1 = n_1$, so ist $\frac{n+n_1}{2}$ statt n zu setzen und die vorstehende Formel verwandelt sich in folgende:

$$\tfrac{1}{4} bl(n+n_1)[2(H+H_1)-h(n+n_1+2)].$$

Für irgend eine Anzahl gleicher Längen-Abtheilungen eines Straßendammes oder Einschnittes, an deren Endpunkten

$H, H_1, H_2 \ldots . H_p$ die Höhen,

$n, n_1, n_2 \ldots . n_p$ die Anzahl der vollständigen Schichten oder die ganzen Zahlen in den Quotienten $\frac{H}{h}, \frac{H_1}{h}, \frac{H_2}{h} \ldots \frac{H_p}{h}$ sind, ist hiernach der Inhalt der Prismen unter oder über den Absätzen

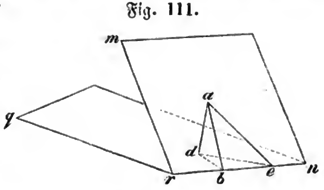
$$\tfrac{1}{4} bl\Big[(n+n_1) . [2(H+H_1)-h(n+n_1+2)]+(n_1+n_2)[2(H_1+H_2)- h(n_1+n_2+2)]+(n_2+n_3)[2(H_2+H_3)-h(n_2+n_3+2)] + \ldots . . +(n_{p-1}+n_p)[2(H_{p-1}+H_p)-h(n_{p-1}+n_p+2]\Big].$$

§. 107. Es bleibt hier noch die Aufgabe zu erwähnen: *auf geneigtem Boden eine Linie abzustecken, die mit dem Horizonte einen bestimmten Winkel macht.*

Zuvor muß bemerkt werden, daß der Neigungswinkel der abzusteckenden Linie gegen den Horizont nicht größer sein kann, als derjenige Winkel, unter welchem die schiefe Ebene selbst gegen den Horizont geneigt ist. Es sei mn (Fig. 111, s. f. S.) die geneigte Ebene und rn ihr Durchschnitt mit dem Horizont nq. Nimmt man auf mn nach Belieben den Punkt a und zieht ab auf die Durchschnittslinie nr, ad auf den Horizont nq senkrecht, so

ist abd der Neigungswinkel der Ebenen nm und nq. Zieht man dann beliebig ae bis sie rn schneidet, so ist aed der Neigungswinkel der ae gegen den Horizont nq u. kleiner als abd.

Fig. 111.



Um nun die Aufgabe selbst zu lösen, setze man das Nivellir-Instrument über den Punkt a, durch welchen die verlangte Linie gehen soll, nehme die zu ziehende Linie von einer bestimmten Länge b, z. B. 10^0 an, und berechne aus ihrem Neigungswinkel φ ihr Gefälle oder ihre Steigung $= b . \sin . \varphi$. Würde nun durch das horizontal gerichtete Fernrohr eine im andern Endpunkte der Linie b aufgerichtete Latte beobachtet und wäre dabei die Instrumentenhöhe $= i$, so müßte bei einer Steigung des Bodens die Lattenhöhe $l = i - b . \sin . \varphi$, dagegen bei einem Gefälle $l = i + b . \sin . \varphi$ gefunden werden. Man lasse also die Zielscheibe der Latte auf die Höhe $i + b . \sin . \varphi$ oder $i - b . \sin . \varphi$ stellen, je nachdem die abzusteckende Linie von dem Punkte a aus steigt oder fällt; man lasse dann die Latte in der Entfernung b vom Instrumente an verschiedene Stellen bringen, so lange, bis man durch das horizontal gerichtete Fernrohr die Zielmarke vom Fernrohr gedeckt sieht, so ist der andere Punkt der abzusteckenden Linie gefunden. Um die Latte immer in der bestimmten Entfernung b vom Instrumente zu halten, kann man sich einer langen Schnur bedienen.

Leichter erreicht man den Zweck, wenn das Instrument mit einer Vorrichtung zur Messung von Höhenwinkeln versehen ist. Man stelle das Instrument über dem gegebenen Punkte a auf die gegebene Neigung φ, messe die Höhe des Oculares und lasse an der Latte die Zielscheibe auf eben diese Höhe stellen. Wird dann die Latte in beliebiger Entfernung vom Instrumente an verschiedenen Stellen des Bodens aufgestellt und folgt man ihr mit dem immer in gleicher Neigung φ erhaltenen Fernrohre so lange, bis die Zielmarke vom Visirfaden gedeckt wird, so ist die verlangte Linie abgesteckt. Denn die durch die Fußpunkte des Instruments und der Latte gelegte Linie geht jetzt mit der Ziellinie des Rohres parallel.

Wollte man diese Aufgabe auf sehr große Distanzen mit besonderer Genauigkeit lösen, so wären auch die nöthigen Correctionen zu berücksichtigen; selten dürfte jedoch bei dem gewöhnlichen Kunststraßenbau eine solche Genauigkeit erforderlich sein.

2) Nivellements für Eisenbahnbau.

§. 108. Wenn nach den im §. 87 enthaltenen Andeutungen die ge-

wählte Linie einer Eisenbahn in ihrer Richtung örtlich bezeichnet und durch trigonometrische Messung genau bestimmt ist, wird die Bahnlinie zum Behufe des speciellen Nivellements von denjenigen Gegenständen befreit, die dieser Operation irgendwie hinderlich sein können. Die ganze Länge der Bahn wird in zweckentsprechende Bausectionen oder Hauptstationen getheilt, welche dann in einzelne Stationen zerfallen. Die Länge der Bausectionen ist bedingt von den Schwierigkeiten des Terrains und den mehr oder minder großen Erd-, Hoch- und Brückenbauten. Hierauf wird zur Höhenvermessung des Längenprofils der natürlichen Erdoberfläche geschritten. Die bemerkenswerthen Punkte auf und neben der Bahnlinie, wie z. B. Flüsse, Bäche, Brücken, Chausseen, Wege, Berge, Lachen, Mühlen, Häuser rc. erhalten numerirte Pfähle. Alle hierbei sich ergebenden Höhen und Entfernungen der einzelnen Punkte von der Bahnlinie werden in den Situationsplan im Maaßstab von $\frac{1}{5000}$ bis $\frac{1}{10000}$ der natürlichen Größe mit fortlaufenden Nummern der betreffenden Nivellirpfähle an ihre gehörige Stelle gezeichnet und in die Nivellements-Tabellen eingetragen. Die Bezeichnung der Bahnlinie im Grundriß und die der Höhenpunkte und ihre Entfernungen von einander im Profilriß wird durch die Figg. 112 und 113 ohne weitere Erklärung einleuchten. —

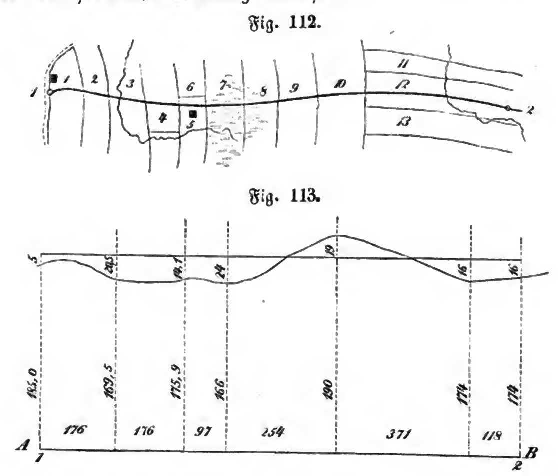


Fig. 112.

Fig. 113.

Daß das Nivellement einer Eisenbahnlinie nur mit guten und sorgfältig rectificirten Instrumenten ausgeführt wird, bedarf wohl keiner

besonderen Darlegung. Wo die Stationen eine Länge von über 200 Fuß erreichen und wo aus den Endpunkten derselben nivellirt wird, sind die Correctionen wegen des scheinbaren Horizonts und der Refraction des Lichtes nothwendig. Die Richtigkeit eines Nivellements gewinnt sehr, wenn aus allen Standpunkten wenigstens drei Beobachtungen gemacht, in der Tabelle die verschiedenen Profilhöhen eingetragen und aus diesen das Mittel als richtiges Resultat angenommen wird, wie nachstehend ersichtlich ist:

Nr. der Station	Entfernung in Ruthen	Vordere Visirhöhe		Hintere Visirhöhe		Höhenunterschied	Bemerkungen zu dem Terrain
		beobachtet	Mittel	beobachtet	Mittel		
		F. Z. L.	F. Z. L.	F. Z. L.	F. Z. L.	F. Z. L.	
1.	40	4′ 6″ 3‴ 4 6 1 4 5 8	4′ 6″ 0	9′ 8″ 6‴ 9 7 9 9 8 3	9′ 8″ 2″	5′ 2″ 2‴	Am Walde. Sandboden.

Wird aus den Endpunkten der Stationen nivellirt, so können die Rubriken für die Correctionen eingeschoben werden, ebenso die für die Höhe des Instrumentes; dagegen wird nur eine Rubrik für die Visirhöhe gebraucht. —

Bei einem sehr complicirten Nivellement, wie das einer ausgedehnten Eisenbahnlinie, muß die ganze Länge zweimal und zwar in entgegengesetzter Richtung nivellirt werden, um hierdurch die etwa vorgekommenen Fehler zu berichtigen.

§. 109. Aus den eben erwähnten Nivellements-Tabellen wird das Hauptverzeichniß der Längen- und Höhepunkte des Nivellements einer projectirten Eisenbahnlinie in folgender Weise aufgestellt, wobei die in Fig. 113 enthaltenenen Angaben zum Grunde gelegt sind:

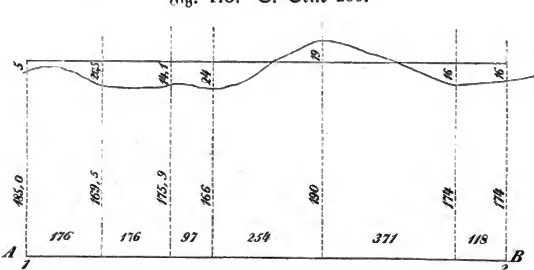
Stationspunkt	Nr. der Nivellementspunkte	Bezeichnung des Terrains an den nivellirten Punkten	±	Höhe über der Meeresfläche F. Z. L.	Entfernung der Punkte in Ruthen R. F.	Differenz der Höhenpunkte F. Z. L.	Neigungs-Verhältniß	Boden-Art	Hauptstraßen, in Verbindung mit der Bahn	Bemerkungen
	29	Kirchenweg	+	185. 0 0	52, 8	15. 5. 0	1/11	fest	Hauptstraße nach NN.	
4	30	Am Bach	+	169. 5 0	52, 8	6. 4. 0	1/27	desgl.		
	31	Hauseingang	+	175. 9. 0	29, 1	9. 9. 0	1/0	desgl.		
	32	Bruch	+	166. 0 0	76, 3	43. 0 0	1/35	sumpfig		
	33	Hügel	+	209. 0 0	101, 2	35. 0 0	1/9	sandig		
	34	Sumpf	+	174. 0 0	35, 4	0. 0 0	0,0	sumpfig		
	35	Sumpf	+	174. 0 0	80, 7	53. 6. 0	1/5	desgl.		
	36	Höhe	+	227. 6 0	26, 4	12. 6. 0	1/7	sandig		
	37	Hauseinfahrt	+	215. 0 0	57, 0	35. 0 0	1/7	fest		
	38	Weg nach N.	+	180. 0 0	21, 0	10. 0 0	1/5	fest		
5	39	Am Fuß des Hügels	+	190. 0 0				fest		

Dieses Hauptverzeichniß enthält alle Notizen, um das ganze Profil des aufgenommenen Terrains der Bahnlinie bildlich darstellen zu können. Es wird hierzu eine gerade Linie AB (Fig. 113) gezogen, die das scheinbare Niveau der Meeresfläche oder irgend eines festen Punktes darstellt. Auf diese Linien werden die horizontalen Entfernungen der Nivellementspunkte in der Reihenfolge nach den Ordnungsnummern des Hauptverzeichnisses aufgetragen, an diesen Entfernungspunkten sodann senkrechte Linien errichtet und auf letztere die gefundenen Höhen über die als Grundlinie angenommene Horizontallinie aufgetragen. Diese Höhenpunkte werden dann durch Linien mit einander verbunden und geben hierdurch die Form des Profils oder die natürliche Oberfläche des nivellirten Terrains der Bahnlinie.

Solche Profilrisse für die erste Projektion einer Eisenbahn werden gewöhnlich unter die Situationspläne aufgetragen.

§. 110. Ist nach den vorangeschickten Anleitungen die Richtungslinie in den Situationsplan aufgezeichnet und die natürliche Oberfläche

Fig. 113. S. Seite 206.



des Terrains nach den Messungen der Höhenpunkte in einen genauen Profilriß aufgetragen, so ist dann zu untersuchen, in welche horizontale und geneigte Ebenen das natürliche wellenförmige Terrain mit Rücksicht auf einen gegebenen Verkehr und auf Ueberschreitung von Straßen, Flüssen rc. und den bestmöglichsten Betriebseffekt bei dem mindesten Kostenaufwand zu zerlegen sei. Jene Neigungen, welche bei gleich großen Baukosten die geringste Betriebskraft für eine bestimmte Last aufwärts zu schaffen erfordern und in ihren Verhältnissen die meiste Gleichförmigkeit haben, sind als die vortheilhaftesten anzunehmen.

In Deutschland sind diese Neigungs-Verhältnisse der Eisenbahnen sehr verschieden, die meisten Bahnen haben aber durchschnittlich Steigungen von $\frac{1}{100}$ bis $\frac{1}{300}$ und die Steigungen unter $\frac{1}{100}$ gehören für Bahnen, die mit Lokomotiven befahren werden, zu den Seltenheiten. Ein ähnliches Verhältniß findet in England statt.

Die aufgefundenen Linien für das Planum der Bahn werden in die Längenprofilrisse, über und unter die Linien des natürlichen Terrains, wie CD (Fig. 113) nach ihren berechneten Höhen eingezeichnet. Aus den beigeschriebenen Höhenmaaßen ergiebt sich dann für jeden Punkt die Höhe des Auf- oder Abtrages.

Außerdem werden die Steigungs-Verhältnisse in eine Uebersichtstabelle zusammengestellt. —

Für die Ausführung einer Eisenbahn müssen besondere Profilrisse in großem Maaßstabe angelegt werden, um die Neigungsverhältnisse des natürlichen Terrains stärker zu bezeichnen, als sie in der Wirklichkeit sind. Es lassen sich auf diese Weise die Längen- und Querprofile auffallender

markiren, die Formation der Gebirgsschichten specieller ersehen und diese, sowie die Bauwerke in dem auszuführenden Planum einzeichnen. In die Querprofilzeichnungen wird stets das Querprofil des projektirten Bahnkörpers eingezeichnet. Hierbei entscheidet nun theils die Bodenart, theils die örtlichen Verhältnisse, ob die Böschungen des Bahnkörpers 1-, 2- oder 3füßig werden. Die Maaße der Böschungen geben dann die Breite des Bahnkörpers an jeder Stelle an, welche nach den Ordnungsnummern dieser Profilrisse in besondere Verzeichnisse eingetragen werden, um danach die nöthige Bodenfläche für die Erwerbung bestimmen und abstecken zu können. Das Böschungs-Verhältniß jeder Stelle des Bahnkörpers muß schon in den für die Ausführung bestimmten Längenprofilrissen zu ersehen sein; die Brücken, Durchlässe und Wegübergänge werden an den betreffenden Stellen eingezeichnet.

In Einschnitten von Bedeutung werden Versuchs-Schachte bis auf die Dammsohle niedergetrieben, die Tiefe derselben wird in dem Profilriß vertical und die Gebirgsarten und Schichten horizontal eingezeichnet. Sind die in dem Längenprofilriß angedeuteten Querprofile durch besondere Aufnahme festgestellt, so werden die zu bewegenden Erdmassen in der Reihefolge berechnet und in Verzeichnisse eingetragen. Zur leichteren Uebersicht wird außerdem in den Profilrissen die Quantität der zu bewegenden Massen von jeder Bodengattung eingeschrieben.

§. 111. Nach den Planarbeiten werden die Resultate derselben in verschiedene Verzeichnisse und Profilrisse gebracht, auf Grund deren die Bahn projicirt wird. Ist das Planum der Bahnebene in den Profilrissen festgestellt, so folgt die Höhen-Absteckung zur Ausführung der Erdarbeiten, welche von Kette zu Kette stattfindet. Eine Erleichterung für diese Arbeit gewährt beim Abmessen, Berechnen und Abpfählen gegebener Gefälllinien auf bestimmte Entfernungen eine leicht zu berechnende Tabelle. —

Für die Ausführung der Planir-Arbeiten einer Eisenbahnlinie werden Planirbücher aufgestellt, aus denen die Entfernungen von Station zu Station und vom Anfangspunkt der Stationen, die senkrechte Höhe der Planirung und der natürlichen Oberfläche, der Auf- und Abtrag, das Neigungs-Verhältniß und die Bodenarten ersichtlich sein müssen. —

Zur Veranschlagung der Kosten des Bahnkörpers sind folgende Pläne auszuarbeiten:

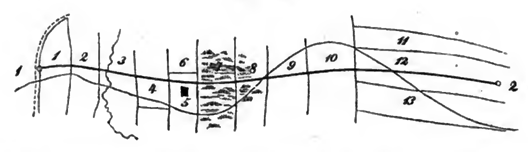
1) ein Situationsplan von dem Terrain, auf welchem der Bahnkörper erbaut werden soll;
2) ein Profilriß der ganzen Bahnlänge;
3) ein Profilriß für die Ausführung des Planums;

4) so viel Parcellenkarten, als Gemarkungen von der Bahn durchschnitten werden;

5) specielle Pläne der einzelnen Bauwerke.

Die ad 4 erwähnten Parcellenkarten werden in England nicht angefertigt. Dagegen ist eine andere Art von Plänen seit 1837 (vom Ingenieur Macneil) erfunden und durch Bestimmung des Parlamentes für Eisenbahnprojekte vorgeschrieben. Dieselbe besteht in einer Verbindung der horizontalen Darstellung der Bahnlinie mit dem Profil der Erhöhungen und Vertiefungen, wie aus Fig. 114, welche mit den beiden vorher-

Fig. 114.



gehenden Figuren correspondirt, ersichtlich ist. Diese Darstellungsweise gewährt den Vortheil, daß ohne besondere technische Sachkenntniß Jeder, den es interessirt, sich von dem Bau des Bahnkörpers auf jedem Grundstück unterrichten kann. Die Hauptnivellementspunkte sind bei der Macneil'schen Planmethode auf der Richtungslinie nach ihren horizontalen Abmessungen mit dicken Strichen und Nummern bezeichnet und an entsprechender Stelle werden die Höhen und Vertiefungen der natürlichen Oberfläche über oder unter der Bahnrichtungslinie aufgetragen, auch wohl die Maaße beigeschrieben. — Die Neigungsverhältnisse der Bahnebene lassen sich zwar in einem solchen Plane nicht ersehen, doch erreicht man durch dieselben vollständig den Zweck, den bei einem Bahnbau Betheiligten ohne weitere Sachkenntnisse ein deutliches Bild desselben zu verschaffen.*)

2) Das Höhenmessen.

§. 112. Während das Nivelliren die directe Ermittelung von Höhenunterschieden, welche sich in geringen Grenzen bewegen, hat das Höhenmessen allein die Aufgabe zu lösen, jene Ermittelung durch ein einfaches Verfahren über diese Grenzen auszudehnen und durch Rechnung aus gemessenen Stücken die verlangten Resultate zu finden. Es kann dies auf zweierlei Art geschehen, entweder durch eine trigonometrische Operation mit Hülfe eines Vertical-Winkelmessers oder durch ein

*) Beachtenswerth sind: „Amtlich erlassene Vorschriften über Anlage und Betrieb der Eisenbahnen in Preußen, nebst einem Schema zu den Situations- und Nivellements-Plänen. Berlin (Gropius) 1849. 4."

physikalisches Experiment mit dem Barometer. Die letztere Art bleibt hier außer Betracht, da sie gründliche Kenntniß der Physik und ihrer Gesetze erfordert, will man diese nicht auf guten Glauben als richtig ansehen*).

Die Höhenmessung kann sich nun auf Ermittelung des Höhenunterschiedes zweier oder auch mehrerer Punkte beziehen. Immer wird man aber einen Punkt als gegeben oder bekannt ansehen müssen, um zwischen diesem und dem zu bestimmenden ein Verhältniß finden zu können. Wo es sich um die Feststellung der Höhenverhältnisse mehrerer Punkte handelt, nimmt man eine durch irgend einen bekannten Punkt gehende Horizontalfläche als bekannt an, um mit ihr die übrigen Höhepunkte zu vergleichen. Sie wird meist aus rein praktischen Gründen durch den am tiefsten liegenden Punkt des Terrains gelegt, und dieser Punkt ist in der Regel die Oberfläche des Meeres, welche zu einer bestimmten Zeit und an einem bestimmten Ort der Küste bezeichnet wird. In jedem Falle darf man also nur ausmessen und ausdrücken, wie hoch die durch den tiefsten Punkt des Terrains gehende horizontale Fläche, auf welche man dasselbe sich projicirt vorstellen will, über einem festen Punkt der Meeresfläche liegt, so hat man ein bestimmtes Maaß für die Lage des Terrains der Höhe nach.

Die Ermittelung von Höhen in ihrem Verhältnisse zu der Oberfläche eines Meeres wird selten die Aufgabe einer gewöhnlichen Meßoperation sein. Dagegen kann die Feststellung der Höhenunterschiede verschiedener Punkte mit Rücksicht auf eine durch den niedrigsten Punkt gehende Horizontalebene wohl öfters als Vorwurf derselben dienen.

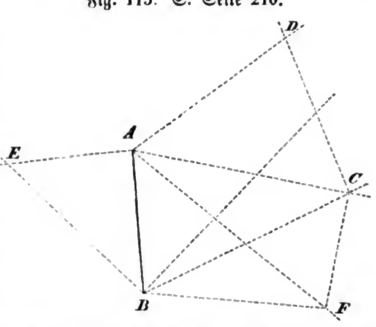
§. 113. Für diesen Zweck ist der mit einem Höhenkreis, Fernrohr und Libelle versehene Theodolit das brauchbarste Instrument, wenn derselbe die Verticalwinkel mindestens bis auf 1 Minute genau angiebt. Mit diesem Instrumente kann man die Höhen beliebiger Punkte in folgender Weise finden.

Es sei **A** (Fig. **115**) irgend ein Punkt des Terrains, von welchem aus der Punkt **B** und die gerade Linie **AC** zu übersehen ist; ebenso sei **A** und **BC** von **B** aus sichtbar. Man stelle den Theodoliten in **A** auf und den Limbus mittelst der Libelle sorgfältig horizontal, visire nach **B** und dann

*) Wer sich über die Theorie des Höhenmessens mit dem Barometer gründlich belehren will, dem sind folgende Werke zum Studium zu empfehlen: J. F. Benzenberg, das Höhenmessen mit der Quecksilber-Waage &c. Düsseldorf 1831; Littrow, über das Höhenmessen mit dem Barometer &c.; und W. Fuchs, über den Einfluß der Gestalt des Terrains auf die Resultate barometrischer und trigonometrischer Höhenmessung &c. Wien 1843.

nach C, so wird man die Größe des horizontalen Winkels CAB=A erhalten, den AC und AB mit einander bilden. Zugleich bemerke man am Höhenkreise die Winkel, welche die Visirlinien AB und AC mit der durch A gehenden Horizontalebene machen. Diese Winkel mögen durch β und γ bezeichnet werden. Hierauf messe man die Länge der horizontalen Projection der Linie AB, welche durch c bezeichnet werden mag. Von B aus visirt man mit dem Theodoliten

Fig. 115. S. Seite 210.



nach A und C und mißt den horizontalen Winkel ABC=B und an dem Höhenkreise den Winkel, den die Visirlinie BC mit der Horizontalebene macht, und welcher α heißen mag, auch zur Probe den Winkel, welchen die Visirlinie BA mit dem Horizont macht, und welcher derselbe sein wird, den man in A zwischen der Visirlinie AB und der Horizontalebene fand, so läßt sich aus diesen gemessenen Stücken nicht allein der Unterschied der Höhe aller drei Punkte A, B, C, sondern auch zugleich die Lage des Punktes C gegen A und B in der Projection finden.

a) Wenn man sich nämlich durch A eine horizontale Fläche und durch AC und BC verticale Ebenen vorstellt, so werden diese verticalen Ebenen die horizontale Fläche in einem horizontalen, ebenen Dreieck schneiden, dessen beide andere Ecken senkrecht über oder unter B und C und dessen Seiten senkrecht über oder unter den Seiten AB, AC und CB des Dreiecks ABC liegen. Das horizontal liegende Dreieck wird also eine horizontale Projection des vielleicht schiefliegenden Dreiecks ABC sein. Da nun die Seite AB des horizontalen Dreiecks, ebenso bei A und B die Winkel im Horizont, also auch die Winkel des horizontal projicirten Dreiecks unmittelbar gemessen wurden, so lassen sich zuerst die horizontalen Projectionen der andern beiden Seiten AC und BC auf die gewöhnliche Weise finden. Es ist nämlich, wenn man durch AB_1, B_1C_1 und AC_1 die horizontalen Projectionen der schiefliegenden Seiten AB, BC und AC bezeichnet, weil $AB_1 = c$ ist,

$$\frac{c}{\sin.(A+B)} = \frac{AC_1}{\sin. B} = \frac{B_1C_1}{\sin. A}.$$

Also ist

$$1)\ AC_1 = \frac{c.\ \sin.\ B.}{\sin.\ (A+B)}\ \text{und}\ B_1C_1 = \frac{c.\ \sin.\ A.}{\sin.\ (A+B)}.$$

Dadurch wird, wie bei jedem Vorwärts-Einschneiden, die Lage des Punktes C gegen A und B in der horizontalen Projection gefunden.

b) Nun wurden aber auch die Winkel α, γ und β gemessen, welche die schrägen Dreiecks-Seiten BC, AB und AC mit der Horizontalebene, also mit ihren horizontalen Projectionen B_1C_1, AB_1 und AC_1 machen. Auf diesen horizontalen Projectionen der Dreiecksseiten stehen die Perpendikel aus C und B bis zu den Projectionen senkrecht, welche Senkrechte eben die Unterschiede der Höhen der drei Punkte sind. Mithin schließen die schrägen Dreiecksseiten mit ihren horizontalen Projectionen und den Höhenunterschieden rechtwinklige Dreiecke ein, deren Katheten die Höhenunterschiede und die horizontalen Projectionen und deren Hypotenusen die schrägen Dreiecksseiten selbst, die Winkel aber, den Höhenunterschieden gegenüber, die gemessenen Höhenwinkel α, β und γ sind. Folglich darf man nur, um die Höhenunterschiede zu finden, die oben erhaltenen horizontalen Projectionen der Dreiecksseiten AB_1, AC_1 und B_1C_1 mit den Tangenten der Höhen- und Tiefen-Winkel α, β, γ, multipliciren. Dieses giebt, wenn man den Höhen-Unterschied der Punkte A und B durch (AB), denjenigen der Punkte A und C durch (AC) und denjenigen der Punkte B und C durch (BC) bezeichnet

$$2)\ (AB) = AB_1\ .\ \text{tang.}\ \gamma\ ;\ (AC) = AC_1\ .\ \text{tang.}\ \beta\ \text{und}$$
$$(BC) = B_1C_1\ .\ \text{tang.}\ \alpha\ \text{oder}$$

$$3)\ (AB) = c.\ \text{tang.}\ \gamma\ ,\ (AC) = \frac{c.\ \sin.\ B\ .\ \text{tang.}\ \beta}{\sin.\ (A+B)}\ \text{oder}$$

$$(BC) = \frac{c.\ \sin.\ A.\ \text{tang.}\ \alpha}{\sin.\ (A+B)}.$$

Hieraus lassen sich die Höhenunterschiede der drei Punkte A, B und C leicht berechnen.

c) Es ist willkürlich, ob man die Höhen- oder Tiefen-Winkel positiv annimmt. Nimmt man die ersteren in der Rechnung positiv, so sind die letzteren immer als negativ zu betrachten.

d) Da der Unterschied der Höhen, z. B. der Punkte A und C, der Summe der Höhen-Unterschiede der Punkte A und B, und B und C gleich ist, so muß stets

$$(AC) = (AB) + (BC),\ \text{d. h.}$$

$$\frac{c.\ \sin.\ B.\ \text{tang.}\ \beta}{\sin.\ (A+B)} = c.\ \text{tang.}\ \gamma + \frac{c.\ \sin.\ A.\ \text{tang.}\ \alpha}{\sin.\ (A+B)}\ \text{sein.}$$

Daraus folgt $\sin. B . \tang. \beta = \sin. (A+B) . \tang. \gamma + \sin. A. \tang. \alpha$ oder

4) $\sin. (A+B) . \tang. \gamma = \sin. B . \tang. \beta - \sin. A . \tang. \alpha.$ Dies dient zur Prüfung der gemessenen Winkel. —

Auf diese Weise läßt sich also die Höhe des Punktes C und die des Punktes B gegen die Höhe von A aus den beiden Standpunkten A und B finden, und zugleich auch die horizontale Lage des Punktes C gegen A und B. Auf gleiche Weise würde man auch die Höhe anderer Punkte finden können, und es würde die ganze Operation durch den Wegfall der Horizontal-Winkelmessung vereinfacht werden, lägen diese Punkte in den Richtungen der Linien AB und AC.

Hieraus erhellt, daß die Bestimmung der Höhenunterschiede einzelner Punkte sich leicht an die Messung der Horizontalwinkel eines Dreiecksnetzes anschließen kann. Man erhält, ohne wenig mehr Stücke zu messen, die Daten für eine leichte Rechnung, durch welche die horizontalen Entfernungen und die Höhenunterschiede einzelner Punkte zugleich gefunden werden. Nur hat man dabei zu beachten, daß bei sehr langen Dreiecksseiten die Höhen weniger genau, als bei kurzen gefunden werden können.

§. 114. Bei dieser Art des Höhenmessens hat man auf folgende Umstände Rücksicht zu nehmen.

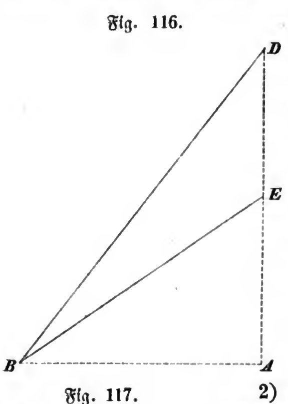
Zuerst ist bei der Messung von Verticalwinkeln der Unterschied gegen die Bestimmung von Horizontalwinkeln ins Auge zu fassen; während man nämlich bei diesen nur nach senkrecht gestellten Stäben visirt, gleichviel, ob hoch oder niedrig, muß bei jenen nothwendig nach bestimmten Punkten der Stäbe visirt werden, weil die Höhe von Punkten gesucht wird. Da nun immer die Höhe der Terrainpunkte, nicht die Höhe der Punkte an den Stäben, verlangt wird, so ist die letztere immer von der gefundenen Höhe abzuziehen. Auch die Höhe des Instrumentes über dem Boden muß von der Höhe der Standpunkte abgezogen werden. — Um stets eine bestimmte Höhe der stets senkrecht zu stellenden Stäbe in Rechnung bringen zu können, befestigt man an diese solche Gegenstände, die als Richtpunkte dienen können, z. B. Strohwische, Tafeln von Holz rc., nach deren Mitte man dann visirt. In wie weit die Wahl des Standortes für Höhenmessungen günstig ist, ergiebt sich leicht durch die Praxis; im waldbewachsenen Terrain kann zur Zeit des Winters eine Höhenmessung ohne große Hindernisse ausgeführt werden. —

Der zweite Umstand betrifft das Maaß der Genauigkeit, welches bei Höhenmessungen überhaupt zu erreichen ist. Die Genauigkeit einer Höhenmessung hängt zunächst von derjenigen ab, mit welcher man den Limbus

des Winkelmessers vermittelst der Dosenlibelle horizontal stellen kann. Es sei eine Visirlinie z. B. 100 Ruthen lang. Der Umfang eines Kreises, dessen Halbmesser 100 Ruthen ist, beträgt $3^1/_7 \times 200 = 628{,}6$ Ruthen. Jeder Grad dieses Kreises ist also $= \frac{628{,}6}{360} = 1{,}746$ Ruthen $= 174{,}6$ Zoll, also jede Minute $= \frac{174{,}6}{60} = 2{,}91$ Zoll lang. Fehlte man also mit der Libelle gegen den Horizont um 1 Minute, so fehlte man auf 100 Ruthen lang etwa 3 Zoll, auf 300 Ruthen $1{,}_2$ Fuß rc., bei 2 Minuten das Doppelte u. s. f. Der Fehler bei 300 Ruthen ist mithin immer verhältnißmäßig unbedeutend und selbst dann noch für solche trigonometrischen Höhenbestimmungen außer Acht zu lassen, wenn man um 2—3 Minuten fehlen sollte. —

§. 115. Für die verschiedenen Fälle der Anwendung des Höhenmessens mögen hier noch einige Beispiele folgen:

Fig. 116.



1) Es soll die Höhe ED (Fig. 116) der oberen unzugänglichen Abtheilung eines Gegenstandes gefunden werden, vorausgesetzt, man könne eine Standlinie messen, die bis an den Fuß desselben reicht.

Auflösung: Man messe die Standlinie AB $=$ b und die beiden Elevationswinkel ABD $=$ x und ABE $=$ y, so ist AD $=$ b . tang. x und AE $=$ b . tang. y, also AD — AE $=$ b (tang. x — tang. y) $=$ ED, oder

$$ED = \frac{b. \sin.(x-y)}{\cos. x. \cos. y}.$$

Fig. 117.

2) Die Höhe AB (Fig. 117) eines Objektes zu finden, wenn man von einem angenommenen Standpunkt C aus nicht horizontal nach A hin messen kann, sondern genöthigt ist, die Standlinie AC schief anzunehmen. Der Standpunkt C liege höher, als der Fuß des Objektes.

Auflösung: Man messe eine Standlinie AC $=$ b, ferner den Depressionswinkel ACF $=$ x u. den Elevationswinkel BCF $=$ y. Es ergiebt sich

$$AF = CF \,.\, \text{tang. } x$$
$$BF = CF \,.\, \text{tang. } y.$$

$$AF + BF = AB = CF \,.\, (\text{tang. } x + \text{tang. } y), \text{ und}$$

da $CF = b \,.\, \cos. x$

$$AB = b \,.\, \cos. x\, (\text{tang. } x + \text{tang. } y); \text{ nun ist}$$

$$\text{tg. } x + \text{tg. } y = \frac{\sin. (x + y)}{\cos. x. \cos. y}, \text{ daher}$$

$$AB = \frac{b \,.\, \sin. (x + y)}{\cos. y}.$$

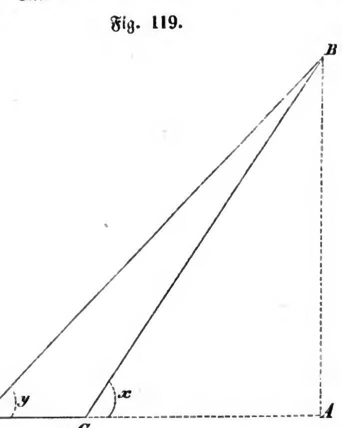
Fig. 118.

Läge der Standpunkt C tiefer als A und B, wie in Fig. 118, so würde

$$AB = \frac{b . \sin. (x - y)}{\cos. x} \text{ sein.}$$

3) Die Höhe eines Berges über einem Thale und die direkte Entfernung der Bergspitze von einem gewissen Punkte des Thales zu berechnen, wenn in diesem eine horizontale Standlinie abgemessen werden kann, die mit der Bergspitze in einer Verticalebene liegt.

Fig. 119.



Auflösung. Man messe eine Standlinie CD (Fig. 119) $= b$, die mit der Bergspitze B in einer Verticalebene liegt, ferner die beiden Elevationswinkel $ACB = x$ und $ADB = y$, denke sich die Standlinie bis zur Verticallinie BA verlängert und bezeichne die Verlängerung AC durch n, desgleichen die gesuchte Höhe AB durch h,

so ist $\quad \dfrac{h}{n + b} = \text{tg. } y$ und also $n = \dfrac{h - b \,.\, \text{tg. } y}{\text{tg. } y}$; ferner

$$h = n \,.\, \text{tg. } x, \text{ also } n = \frac{h}{\text{tg. } x}; \text{ mithin}$$

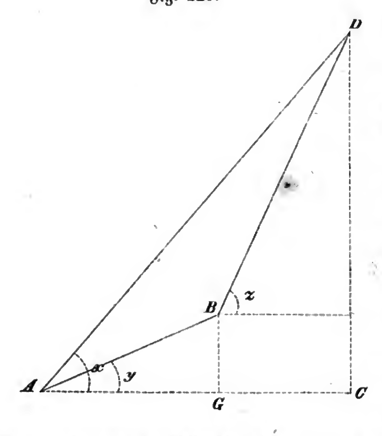
$$\frac{h - b \cdot tg.\, y}{tg.\, y} = \frac{h}{tg.\, x}, \text{ also}$$

$$h = \frac{b \cdot tg.\, x \cdot tg.\, y}{tg.\, x - tg.\, y}.$$

Nun ist $tg.\, x - tg.\, y = \frac{\sin.\,(x-y)}{\cos.\, x \cdot \cos.\, y}$. Substituirt man diesen Werth in den letzten Ausdruck, so erhält man nach gehöriger Reduction die gesuchte Höhe

$$h = AB = \frac{b \cdot \sin.\, x \cdot \sin.\, y}{\sin.\,(x - y)}.$$

Fig. 120.



4) Die Höhe eines Berges über einer gewissen Stelle des Thales unter der Voraussetzung zu berechnen, daß die Standlinie zwar von dieser Stelle aus mit der Bergspitze in einer Verticalebene, jedoch nicht horizontal gelegt werden kann.

Auflösung. AB=b (Fig. 120) sei die gegen den Horizont geneigte Standlinie, DC = h die auszumessende Berghöhe. Man messe an der Standlinie die drei Elevationswinkel BAG = y, CAD= x und DBM = z, so erhält man

$$\begin{aligned} DM &= BM \cdot tg.\, z &&= GC \cdot tg.\, z \\ MC &= BG &&= b \cdot \sin.\, y \\ \hline DM + MC &= h &&= GC \cdot tg.\, z + b \cdot \sin.\, y. \end{aligned}$$

Nun ist $GC = AC - AG = h \cdot cotg.\, x - b \cdot \cos.\, y$; substituirt man diesen Werth für GC, so folgt:

$$h = h \cdot tg.\, z \cdot cotg.\, x - b \cdot tg.\, z \cos.\, y + b \cdot \sin.\, y \text{ oder}$$

$$h \cdot (tg.\, z \cdot cotg.\, x - 1) = b \cdot (tg.\, z \cdot \cos.\, y - \sin.\, y)$$

und, indem man für die Tangenten und Cotangenten Quotienten aus Sinus und Cosinus einführt:

$$h\left(\frac{\sin. z}{\cos. z}\cdot\frac{\cos. x}{\sin. x}-1\right)=b\left(\frac{\sin. z}{\cos. z}\cdot\cos. y-\sin. y\right);$$

oder:

$$h\,\frac{\sin. z.\cos. x-\cos. z.\sin. x}{\cos. z.\sin. x}=b\,\frac{\sin. z.\cos. y-\cos. z.\sin. y}{\cos. z}$$

oder:

$$h\,\frac{\sin. (z-x)}{\cos. z.\sin. x}=b.\frac{\sin. (z-y)}{\cos. z};$$

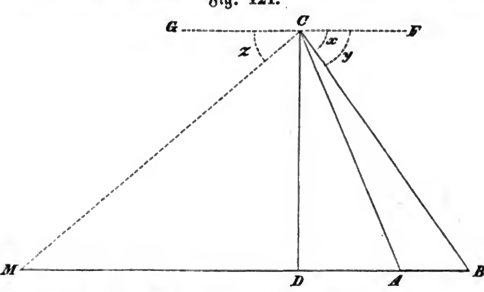
und hieraus ergiebt sich das Resultat:

$$h=\frac{b.\sin. (z-y)\sin. x}{\sin. (z-x)}=CD.$$

5) Die Höhe eines in eine Thalebene hervorspringenden Bergrückens und sein Durchmesser zwischen zwei gegebenen Punkten soll wegen Führung eines Tunnels durch denselben ermittelt werden. Es ist vorausgesetzt, daß die Bergspitze zugänglich sei und daß man von derselben zu beiden Seiten in's Thal blicken könne.

Auflösung. Man suche zunächst auf der Bergspitze einen Punkt C (Fig. 121), von dem man die gegebenen, den Bergrücken zwischen sich

Fig. 121.



fassenden Punkte A und M, deren Abstand ermittelt werden soll, sehen kann und der zugleich mit diesen Punkten in einer Verticalebene liegt. In C stelle man den Theodoliten auf, visire nach A und wende das Fernrohr zur Bestimmung einer Standlinie in der Fortsetzung der Verticalebene MCA auf einen beliebigen Punkt B, den man mit einem Signal bezeichnet. Die Standlinie AB = b werde gemessen. Endlich messe man die Depressionswinkel FCA = x, FCB = y, GCM = z.

Gesucht ist CD und AM. Nun ist

$$CD=\frac{b.\sin. x.\sin. y}{\sin. (x-y)};$$ man hat ferner

$$AD = CD \,.\, \text{cotg.}\, x = \frac{b.\ \sin.\ y\ .\ \cos.\ x}{\sin.\ (x - y)}, \text{ und}$$

$$MD = CD \,.\, \text{cotg.}\, z = \frac{b\ .\ \sin.\ x\ .\ \sin.\ y\ .\ \cos.\ z}{\sin.\ (x - y)\ \sin.\ z}; \text{ daher}$$

$$AD + MD = AM$$

$$= \frac{b\ .\ \sin.\ y\ .\ \cos.\ x}{\sin.\ (x + y)} + \frac{b\ .\ \sin.\ y\ .\ \sin.\ x\ .\ \cos.\ z}{\sin.\ (x - y)\ .\ \sin.\ z}; \text{ oder}$$

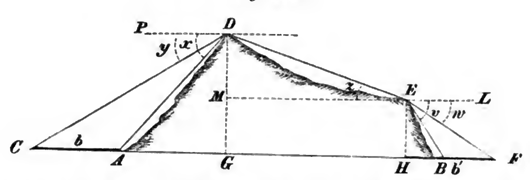
$$AM = \frac{b\ .\ \sin.\ y\ .\ \cos.\ x\ .\ \sin.\ z + b\ .\ \sin.\ y\ .\ \sin.\ x\ .\ \cos.\ z}{\sin.\ (x - y)\ .\ \sin.\ z}$$

$$= \frac{b\ .\ \sin.\ y\ .\ \sin.\ (x + z)}{\sin.\ (x - y)\ .\ \sin.\ z}.$$

6) Es soll unter ähnlichen Umständen, wie bei der vorhergehenden Aufgabe und zu demselben Zwecke der Durchmesser eines Berges in einer gewissen Richtung gemessen werden, jedoch mit dem Unterschiede, daß man oben von einem Punkte aus nicht nach beiden Seiten in das Thal blicken könne.

Auflösung. A und B (Fig. 122) seien die beiden Punkte diesseits und jenseits des Berges, deren Abstand ermittelt werden soll. Ange-

Fig. 122.



nommen ist, daß man von D nach A, von E nach B und von D nach E sehen könne, nicht aber von E nach A oder von D nach B. Man nehme die Stationspunkte A, D, E, B in einer geraden Linie an, stelle das Winkelinstrument in D auf, richte das Fernrohr auf A und bewege es in einer Verticalebene in die beliebige Richtung DC, um eine geeignete, mit D, E, B in einer geraden Linie liegende Standlinie AC = b zu erhalten. Diese Standlinie wird, nachdem der Punkt C bezeichnet worden, gemessen. Dann messe man die beiden Depressionswinkel PDA = x und PDC = y. Auf ähnliche Weise bestimme man von E aus die Standlinie FB = b′, und messe an demselben Punkte die Depressionswinkel LEB = v, LEF = w und den Elevationswinkel DEM = z; so hat man alle Daten zu folgender Rechnung, analog der vorhergehenden Aufgabe:

$$DG = \frac{b\ .\ \sin.\ x\ .\ \sin.\ y}{\sin.\ (x - y)}$$

$$EH = \frac{b' . \sin. v . \sin. w}{\sin. (v - w)}; \text{ sodann}$$

$$AG = DG . \operatorname{cotg.} x$$

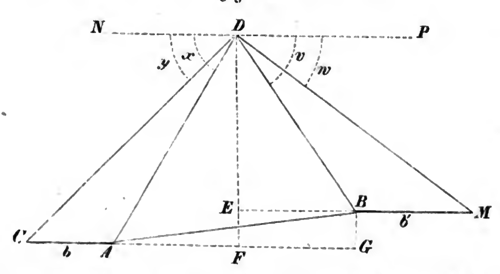
$$BH = EH . \operatorname{cotg.} v.$$

Nachdem man die numerischen Werthe für DG und EH gefunden, ergiebt sich $DM = DG - EH$. Man hat endlich $EM = DM . \operatorname{cotg.} z$ und man erhält den gesuchten Abstand $AB = AG + EM + BH$.

7) Zwei Punkte diesseits und jenseits eines Bergrückens, von dessen Höhe man zu beiden Seiten das Thal übersehen kann, sollen durch einen Eisenbahntunnel verbunden werden. Angenommen ist, das Terrain sei zu beiden Seiten des Berges im Allgemeinen zwar horizontal, jedoch auf der einen Seite höher, als auf der andern. Wie kann man die Entfernung der beiden gegebenen Punkte und das Steigungsverhältniß des Tunnels ausmitteln?

Auflösung. Nachdem man einen Punkt D (Fig. 123) bestimmt, der mit den zu verbindenden Punkten A und B in einer Vertical-

Fig. 123.



ebene liegt, messe man von D aus die Depressionswinkel $NDA = x$, $NDC = y$, $PDB = v$, $PDM = w$ und bestimme die beiden Standlinien $AC = b$ und $MB = b'$. Denkt man sich die Verticallinie DF gezogen und die Horizontallinien AC und MB bis DF verlängert, so findet man:

$$\text{I. } DF = \frac{b . \sin. x . \sin. y}{\sin. (x - y)}$$

$$\text{II. } DE = \frac{b' . \sin. v . \sin. w}{\sin. (v - w)}$$

$$\text{III. } AF = DF . \operatorname{cotg.} x$$

$$\text{IV. } BE = DE . \operatorname{cotg.} v.$$

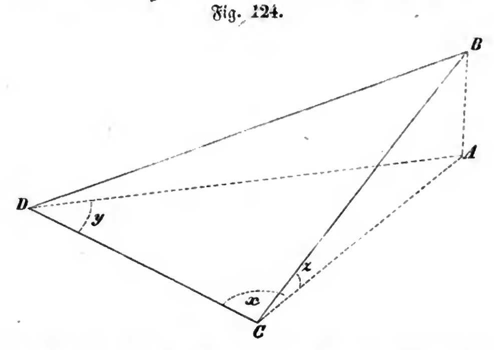
Nachdem man aus I und II die numerischen Werthe für DF und DE gefunden, ergiebt sich der Werth für $BG = DF - DE$. Ferner findet man nach Berechnung der Werthe für AF und BE aus III und IV, den

Werth für AG = AF + BE. Aus BG und AG aber findet man die Länge AB des Tunnels entweder mit Hülfe des pythagoräischen Lehrsatzes oder mit Hülfe der Sinusregel, nachdem man vorher mittelst der Tangentenregel den Winkel BAG = z gefunden. Durch das Verhältniß BG : AB wird endlich das Steigungsverhältniß des Tunnels bestimmt.

8) Die Höhe eines Berges zu messen, wenn die Standlinie zwar horizontal, aber nicht in einer Verticalebene mit der Bergspitze liegt.

Auflösung. CD (Fig. 124) sei die Standlinie. Man denke sich durch BC und BD die beiden Verticalebenen BAD und BAC gelegt und

Fig. 124.



von einer Horizontalebene ACD geschnitten, stelle den Theodoliten in C auf, beobachte den Elevationswinkel BCA = z und bewege das Fernrohr in die Richtung CD, wodurch man den Horizontalwinkel ACD = x erhält. Dann stelle man das Instrument in D auf, visire nach B, bewege das Fernrohr abwärts und wende es in die Richtung DC, wodurch der Horizontalwinkel ADC = y bestimmt wird. Demnach hat man alle zur Berechnung der Bergeshöhe erforderlichen Elemente und es ist zunächst

$$AC : DC = \sin. y : \sin. (x + y), \text{ also}$$

$$AC = \frac{CD . \sin. y}{\sin. (x + y)}.$$

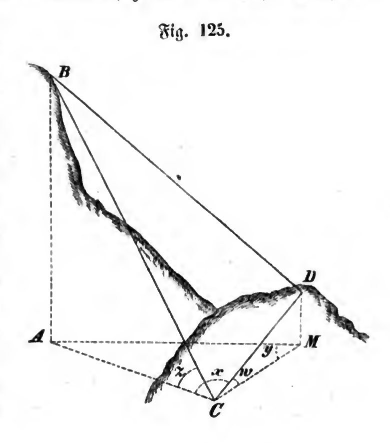
Es ist nun AB = AC . tg. z, und substituirt man den eben gefundenen Werth für AC, so erhält man

$$AB = \frac{CD . \sin. y . \text{tg}. z}{\sin. (x + y)}.$$

9) Die Höhe eines Berges zu finden, wenn die Standlinie weder in einer Verticalebene mit der Bergspitze, noch horizontal liegt.

Auflösung. Angenommen, das eine Ende D der Standlinie CD (Fig. 125) liege um ein Bedeutendes, z. B. um die Höhe DM, höher, als das andere Ende C, so hat man zur Ermittelung der Höhe AB des Berges über C zunächst die Standlinie CD auf den Horizont zu reduciren; CM stelle die auf den Horizont reducirte Standlinie vor. Man messe den Elevationswinkel DCM = w, den Elevationswinkel BCA = z und von den Stationen C und D aus die beiden Horizontalwinkel ACM = x u. AMC = y. Für die auf den Horizont reducirte Standlinie ergiebt sich zunächst der Werth

Fig. 125.



CM = CD . cos. w und, analog der vorigen Aufgabe (8)

$$AB = \frac{CM \cdot \sin. y \cdot tg. z}{\sin. (x + y)};$$

indem man nun den Werth für CM substituirt, ergiebt sich

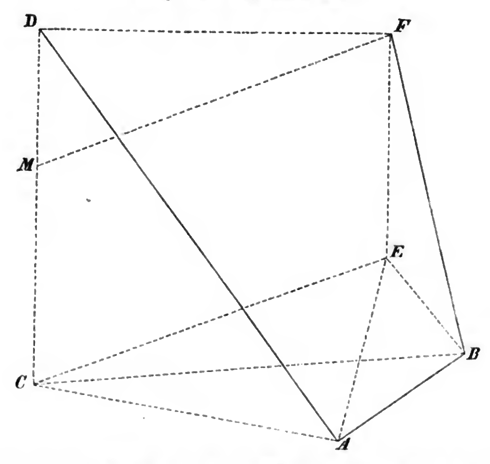
$$AB = \frac{CD \cdot \cos. w \cdot \sin. y \cdot tg. z}{\sin. (x + y)}$$

10) Die Höhen zweier Berge und den horizontalen Abstand ihrer Spitzen D und F mit Hülfe einer Standlinie AB zu ermitteln, die zwar horizontal aber nicht in einer Ebene mit beiden Berggipfeln liegt (Fig. 126).

Auflösung. Denkt man sich durch die Standlinie AB eine Horizontalebene gelegt, auf diese die Perpendikel DC und FE von beiden Bergspitzen herabgelassen, die Fußpunkte der letzteren mit einander und mit den Punkten A und B verbunden und DF gezogen, so bezeichnet offenbar DF den direkten und CE den auf den Horizont reducirten Abstand beider Bergspitzen, ferner DC die Höhe des einen und FE die Höhe des andern Berges. Es handelt sich nun um die Bestimmung der Höhen DC und FE und der Horizontaldistanz CE von den Standpunkten A und B aus. Praktisch wäre die Lösung dieser Aufgabe in folgender Weise zu erreichen. Man stelle den Theodoliten in A auf und messe den Höhenwinkel DAC.

Dann messe man die Horizontalwinkel CAE und CAB. Ferner bestimme man von der Station B aus die Winkel FBE, EBC und EBA. In dem

Fig. 126. S. Seite 221.



horizontalen Dreieck ABE ist somit die Basis nebst den beiden anliegenden Winkeln ABE und EAB bekannt; hieraus wird AE und EB gefunden, und da in dem horizontalen Dreieck CAB gleichfalls die Basis AB mit den beiden anliegenden Winkeln gegeben ist, so läßt sich hieraus AC berechnen. Aus AC und dem Höhenwinkel DAC findet man die Höhe CD, aus EB und dem Höhenwinkel FBE die Höhe EF. Die Horizontaldistanz CE aber ergiebt sich aus den vorher gefundenen Seiten AC und AE und dem eingeschlossenen Winkel CAE. Wollte man außerdem den direkten Abstand DF beider Bergspitzen finden, so würde man sich von der Spitze des kleineren Berges eine Linie FM parallel zu EC gezogen denken und dadurch das rechtwinklige Dreieck DMF erhalten, worin die Höhendifferenz DM und die Distanz FM = EC bekannt wäre, daher auch DF leicht gefunden werden könnte. —

III. Das militairische Aufnehmen.
(Topographische Meßkunst.)

§. 116. Der hauptsächlichste Zweck der topographischen Meßkunst besteht in der Aufnahme von Gegenden und in dem Entwerfen von Plänen derselben zum Studium der Taktik, zum Einzeichnen der Stellungen, zur Kritik vorgefallener Schlachten u. s. w. Einen weiteren und keineswegs untergeordneten Zweck erfüllt das militairische Aufnehmen, wenn es als Mittel, Terrainkenntniß zu erlangen, betrachtet wird. Als solches ist es, wie seit Lehmann allgemein anerkannt wurde, für die praktische Ausbildung des Offiziers von großer Wichtigkeit.

Militairische Vermessungen oder Aufnahmen, welche allein dem ersteren Zwecke dienen sollen, werden demnach den Plan oder die Situations-Zeichnung einer Gegend im verjüngten Maaßstabe zum Gegenstande haben. Aus diesen muß nicht nur die Entfernung einzelner Punkte und der Inhalt begrenzter Figuren, sondern auch die möglichst vollständige Charakteristik der Beschaffenheit der Erdoberfläche und die auf derselben vorhandenen Terraingegenstände, insofern sie militairischen Unternehmungen förderlich oder hinderlich sein können, zu ersehen sein. Dieser Anforderung kann aber nur durch die Wahl eines zweckmäßigen Maaßstabes genügt werden. Es gelten in dieser Beziehung bei'm Preußischen Generalstabe folgende Bestimmungen:

1) Die detaillirten Aufnahmen von Positionen, Schlachtfeldern, Lägern, Belagerungen, Manöver-Terrains für kleinere Truppen-Abtheilungen finden in dem Maaßstabe von $\frac{1}{12500}$ der natürlichen Länge statt, mithin gehen 16″ auf eine geographische Meile.
2) Die Original-Aufnahmen des topographischen Bureaus, welche sich über den ganzen Staat erstrecken, die Aufnahmen von Kolonnenwegen, vom Lauf der Flüsse, ferner alle übersichtlichen Darstellungen von Positionen und Schlachtfeldern werden im Maaßstabe von $\frac{1}{25000}$ angefertigt (8″ auf eine geographische Meile).
3) Uebersichtskarten ganzer Länder werden im Maaßstabe von $\frac{1}{1000000}$ gezeichnet.

Manöverpläne für größere Truppenmassen im Maaßstabe von $\frac{1}{50000}$, sowie Operations- und Dislokations-Karten im Maaßstabe von $\frac{1}{80000}$, $\frac{1}{100000}$ und $\frac{1}{150000}$ werden durch Reduction der zu 2) erwähnten Original-Aufnahmen erhalten. —

Beiläufig sei hier bemerkt, daß diejenigen militairischen Aufnahmen,

bei denen man sich der Meßinstrumente bedient, vorzugsweise topographische Vermessungen genannt, während diejenigen, welche entweder ohne alle Instrumente oder nur mit geringer Anwendung derselben entstehen, als Croquis oder Aufnahmen nach dem Augenmaaße (à coup d'oeil) bezeichnet werden. Durch die letzteren will man entweder nur ein flüchtiges, in allgemeinen Zügen entworfenes Bild einer Gegend, oder auf Grundlage eines schon vorhandenen, aber im kleinen Maaßstabe ausgeführten Planes eine weitere Ausführung jener Arbeit im größeren Maaßstabe erhalten, oder endlich die Veränderungen, welche durch die steigende Cultur, durch Anbau ꝛc. erzeugt sind, in schon vorhandene Pläne eintragen.

§. 117. Zu den militairisch wichtigen Gegenständen, welche bei Detail-Aufnahmen besonders zu berücksichtigen sind, gehören:

1) Alle charakteristischen Formen des Terrains (offenes oder freies und bedecktes Terrain, Hügel-, Berg- und Gebirgs-Terrain, durchschnittenes oder coupirtes Terrain, Berge, Thäler ꝛc. ꝛc.).
2) Die Wegeverbindungen, als Eisenbahnen, Chausseen, Landstraßen, Nebenstraßen, Land-, Feld-, Holz- und Fußwege, wobei besonders zu beachten ist, ob die Wege mit Alleen besetzt sind oder nicht, ob sie Hohlwege, Engpässe, Wegeverengerungen, Defileen oder als Dämme aufgeschüttet sind.
3) Die Gewässer und deren Uebergänge, als Seen, Deiche, Ströme, Flüsse, Kanäle, Schleusen, Wehre, Fuhrten, Brücken, Stege, Fähren, Dämme ꝛc.
4) Die chorographischen Gegenstände, welche sich auf die natürliche Beschaffenheit des Bodens beziehen, wie z. B. trockene und nasse Wiesen, Brüche, Moose, Gräben, Wälder, Gebüsche, Gestrüpp, Sand- und Lehmgruben.
5) Die topoprahischen Gegenstände, die in Folge menschlicher Kultur entstanden, als Städte, Flecken, Dörfer, Gehöfte, Schlösser, Kirchen, Thürme, einzelne Häuser, Befestigungen, Mühlen, Ziegeleien, Kalköfen, Hammer- und Hüttenwerke, Fabrik- und Manufakturanlagen, Gärten, Weinberge, Plantagen, Mauern, Zäune, Hecken; und endlich
6) Gegenstände, die besonders zur Orientirung dienen, als Meilensteine, Wegweiser, Grenzsteine, Kreuze, Galgen, Telegraphen, Leuchtthürme ꝛc.

§. 118. Aus dem Vorhergehenden erhellt, daß die Aufgabe der topographischen Meßkunst in der Aufnahme der Situation und der

Terrainbildung einer Gegend, sowie in der Darstellung derselben und aller bemerkenswerthen Gegenstände durch Zeichnung besteht. Es wird demnach zweckmäßig sein, diese Aufgabe in zwei Theilen zu behandeln:

I. Das Aufnehmen der Situation und der Unebenheiten des Terrains (topographische Vermessungen und Croquis);
II. Das Planzeichnen.

I. Das Aufnehmen der Situation und der Unebenheiten des Terrains.

a) Das topographische Vermessen.

§. 119. Die für militairische Aufnahmen gebräuchlichen Instrumente werden hier ihrer Construction und Anwendung nach als bekannt vorausgesetzt. Die gebräuchlichsten sind außer der Kette, die Winkelmesser: der Meßtisch mit dem Lehmann'schen Diopterlineal, der Theodolit, Reflector und die Boussole; die übrigen sind allesammt entbehrlich. —

Der elementare Theil des Aufnehmens ist bereits im ersten Abschnitte dieses Werkes abgehandelt worden, und es wird hier, zur Vermeidung von Wiederholungen, nur darauf hin zu weisen sein. Das für den Topographen so sehr wichtige Verfahren, die Lage von Punkten durch Rückwärts-Einschneiden zu bestimmen, läßt es jedoch zweckmäßig erscheinen, hier eine ausführlichere Betrachtung darüber einzuschalten.

Bei der Auflösung der Pothenot'schen Aufgabe durch Construction kömmt der Fall am meisten vor, daß die 3 Punkte auf dem Meßtisch gegeben sind und die Winkel dann auch blos mit dem Diopter-Lineal auf dem Meßtisch gezeichnet werden können, und dieser Fall ist es eben, den die Praxis im Auge zu halten hat, wenn von der Auflösung der Pothenot'schen Aufgabe durch Construction die Rede ist; denn eben durch häufige und geschickte Anwendung dieser Aufgabe erhält und behält der Meßtisch seinen eigenthümlichen Werth, und zwar allerdings vorzüglich für topographische Zwecke, ohne jedoch auch andere auszuschließen. Wir werden also im Folgenden uns auf die Auflösung mit dem Meßtisch beschränken und hierzu einige Vorbemerkungen vorausschicken.

Den Schlüssel zur Auflösung liefert in allen Fällen die Aufgabe: den Meßtisch zu orientiren, und zwar so scharf zu orientiren, als das Anlegen des Diopter-Lineals oder der Kippregel an die auf dem Meßtisch gezogenen Linien und das Visiren auf die betreffenden Richtpunkte

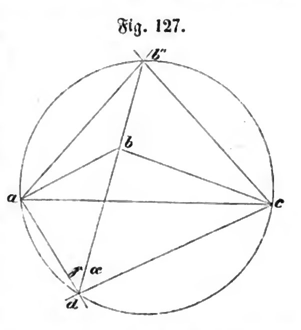
sich bewerkstelligen läßt. Denn ist der Tisch einmal gegen einen Richtpunkt orientirt, so hat man bekanntlich schon durch Rückwärts-Einschneiden von einem zweiten, schicklich liegenden, die Bestimmung des Standpunktes, und jeder dritte, vierte ꝛc. würde nur zur Prüfung dienen. Deshalb nimmt man ja auch in dem Falle, wo nur zwei Richtpunkte gegeben sind, nur den Hülfsstandpunkt an, um erst mit der Orientirung fertig zu werden. Die obige Aufgabe aber bezweckt nun, die drei gegebenen Punkte in Verbindung zu benutzen, um Orientirung und Bestimmung unmittelbar zu finden; und darin besteht eben ihr großer praktischer Vortheil, daß sie dieses an dem Standpunkte selbst, ohne Zuziehung eines Hülfsstandpunktes leistet. Beiläufig erhellt hier denn auch, weshalb eine Orientirung des Meßtisches mittelst der Magnetnadel von der Behandlung der obigen Aufgabe gänzlich auszuschließen ist. Denn die Magnetnadel orientirt ohnehin den Tisch nie so genau, als man mit dem Diopter-Lineal anlegen und visiren kann, und wird eben durch die genannte Aufgabe vermittelst des dritten Punktes überflüssig gemacht. Zur vorläufigen Vorbereitung aber kann die Orientirboussole nach Umständen zuweilen von gutem Nutzen sein. — Ferner erhellt auch beiläufig, daß, wenn mehr als drei Punkte auf dem Tisch gegeben sind, darin ein sehr nützliches Prüfungs-Mittel liegt, sowohl für die gerade verlangte Bestimmung des Standpunktes, als auch nach Umständen für die richtige Auftragung der Richtpunkte.

Die bei der Meßtisch-Arbeit bekanntlich immer zu berücksichtigende Frage nach der Parallaxe des Tisches fällt bei der vorliegenden Aufgabe in der Regel immer dahin aus, daß dieselbe nicht berücksichtigt zu werden braucht. Bei topographischen Arbeiten nämlich ist ohnehin das Bild des ganzen Tisches als Punkt (Nadelstich) zu betrachten. Bei Arbeiten in einem größeren Maaßstabe aber wird man in der Regel den Standpunkt schon genau genug nach dem Augenmaaße schätzen können, um gleich bei der Aufstellung des Tisches sich gegen Parallaxenfehler zu sichern. Endlich weist auch die Natur der Aufgabe darauf hin, daß es hier nicht sowohl mehr darauf ankommt, einen Tischpunkt lothrecht über einen gegebenen Terrainpunkt zu stellen, als vielmehr den gefundenen Tischpunkt hinterher auf das Feld zu übertragen. Kommen aber ausnahmsweise Fälle vor, wo doch die Parallaxe des Tisches merklich werden könnte, so wird jeder Praktiker, je nach der individuellen Beschaffenheit seines Instrumentes, sie nach den allgemeinen Regeln dafür unschädlich zu machen wissen. — Im Folgenden gilt demnach, wenn nicht das Gegentheil ausdrücklich bemerkt wird, die Voraussetzung, der Tisch sei in der Zeichnung als Punkt zu betrachten.

§. 120. Zur directen Auflösung mag hier ein Verfahren erwähnt werden, das schon von Lambert*) angedeutet und später von Bohnenberger und von Bessel**) angeführt und empfohlen wird. Es zeichnet sich durch seine geometrische Eleganz aus, kann aber nach Umständen einigen praktischen Bedenken unterliegen.

Es seien a, b, c (Fig. 127) drei Tischpunkte, welche dreien Punkten A, B, C auf dem Terrain entsprechen. Man stelle, nachdem der Tisch horizontal gerichtet ist, zuerst ac auf C ein, orientire also vorläufig absichtlich falsch, visire über a nach B und ziehe ab″ unbestimmt verlängert. Sodann stelle man ca auf A ein, visire über c wieder nach B und ziehe cb″ unbestimmt verlängert. An den Durchschnittspunkt b″ der beiden Visirlinien und den noch nicht gebrauchten Punkt b des Tisches lege man das Diopterlineal und orientire auf B. Nun, wird behauptet, ist der Tisch richtig orientirt, und man kann sich also in d über dem Standpunkt D, sowohl durch Cc, als auch durch Aa rückwärts einschneiden und man erhält, wenn beide Linien dazu benutzt werden, zugleich eine Versicherung über die Richtigkeit des Verfahrens.

Fig. 127.



Für den Beweis dieser Auflösung ist zuerst zu bemerken, daß durch die Construction cab″ = dem Gesichtswinkel α und ebenso acb″ = γ geworden ist, wenn man nämlich die Parallaxe des Tisches vernachlässigen kann, oder im Nothfall dadurch eliminirt hat, daß man bei den beiden vorläufig falschen Orientirungen erst a und dann c über D gebracht hat. Daraus folgt denn, daß der Hülfspunkt b″ mit a, c, d in einem Kreise liegen muß, und da b″ b verlängert diesen Kreis nur einmal, in d, schneidet, daß d der einzige Punkt ist, wo ab″ mit AB und ab, sowie cb″ mit CB und cb denselben Gesichtswinkel zeigt, d. h. daß dbb″ verlängert durch B gehen muß, wenn der Tisch richtig orientirt sein soll. — Sollte sich kein Hülfspunkt b″ finden lassen, so wäre dies nur ein Beweis, daß $\gamma + \alpha = 180^0$, d. h., daß der Standpunkt D auf der Linie AC läge, alles Bedürfniß einer künstlichen Orientirung also von selbst wegfiele, und

*) Beiträge I. 1. S. 73.
**) Schumacher, astronomische Nachrichten. III. S. 222.

nur der Rückschnitt über bB zu machen bliebe, sobald über acC oder caA orientirt wäre. Es ist also diese Ausnahme nicht mehr zu berücksichtigen. Der Fall endlich, daß man über bb″ falsch anlegte, d. h. um 180° verkehrt orientirte, ist praktisch unmöglich, indem man das Dreieck ABC und sein Bild abc unmittelbar vor Augen hat. — Offenbar ist das hier angegebene Verfahren allerlei Modifikationen unterworfen, je nachdem man statt der Linie ac eine der beiden andern Linien zu Grunde legt oder je nach der Lage des Standpunktes gegen das △ ABC. Alle diese Modifikationen lassen sich am besten übersehen, wenn man auf das Princip des Verfahrens zurückgeht, welches in folgendem allgemeinen Lehrsatze enthalten ist:

I. Wenn zwei ganz beliebige ebene Dreiecke abc und $\alpha\beta\gamma$ gegeben sind, und an die auswendigen Seiten des Dreiecks abc drei neue Dreiecke angelegt werden, welche dem Dreieck $\alpha\beta\gamma$ ähnlich sind, dergestalt aber, daß der ∟ α beiderseits neben a, β neben b, γ neben c zu liegen kommt; so werden drei neue Punkte in der Ebene bestimmt, welche a′, b′, c′ heißen mögen, je nachdem sich in ihnen beziehungsweise die Winkel α, β, γ wiederfinden. Daraus folgt:

1) Drei gerade Linien aa′, bb′, cc′ schneiden sich, wo nöthig verlängert, in einem Punkt d′.

2) Es sind die Winkel a′d′b′ = ad′b , a′d′c′ = ad′c , b′d′c′ = bd′c.

II. Wenn zwei Dreiecke abc und $\alpha\beta\gamma$ gegeben sind, in welchen jedoch kein Winkel des einen mit einem gleichnamigen des andern übereinstimmt, und an die inwendigen Seiten des Dreiecks abc drei neue Dreiecke angelegt werden, welche dem △ $\alpha\beta\gamma$ ähnlich sind, dergestalt, daß der ∟ α beiderseits theilweise auf a, β auf b, γ auf c liegt; so werden drei neue Punkte in der Ebene bestimmt, welche a″, b″, c″ heißen sollen, je nachdem sich in ihnen die Winkel α, β, γ darstellen. Daraus folgt:

1) die drei geraden Linien aa″, bb″, cc″ schneiden sich verlängert in einem Punkte d″.

2) Es sind die Winkel a″d″b″=ad″b, a″d″c″=ad″c, b″d″c″=bd″c.

Der Beweis und die Figuren zu diesem Lehrsatze sind einfach*) und hier wohl füglich zu übergehen. Für alle Fälle läßt sich aus dem Satze die folgende Regel herleiten:

Wenn man über einen Dreieckspunkt orientiren will, so trage man zur Auffindung des Hülfspunktes an jeden Endpunkt der gegenüberliegenden Dreiecksseite den Gesichtswinkel seiner gegenüberstehenden Seite an, und zwar inwendig, wenn man die Seite selbst von

*) Siehe Gerling, C. L., die Pothenot'sche Aufgabe ꝛc. S. 41.

inwendig sieht, **auswendig**, wenn man die Seite von auswendig sieht.

Hätte man also z. B. in Fig. 127 über A orientiren wollen, so hätte man zuerst cb auf B eingestellt und über c nach A visirt, dann bc auf C eingestellt und über b auch nach A visirt (und rückwärts ausgezogen). Der Hülfspunkt würde auf diese Weise in die Linie ad in der Nähe von d zu liegen kommen. —

Obwohl nun das directe Verfahren für alle Fälle vorbereitet ist, so unterliegt es doch einigen praktischen Bedenken, die nach Umständen so erheblich werden können, daß es sich als ganz unbrauchbar erweist. Diese Bedenken sollen hier näher dargelegt werden.

Zuvörderst hat man sich der Regel zu erinnern, daß bei allen Meßtischarbeiten dafür Sorge zu tragen ist, daß für die Orientirung zwei möglichst weit von einander entfernte Punkte vorhanden sind. Deshalb darf ein Praktiker, der sich dieses directen Verfahrens bedienen will, nicht auf gut Glück den ersten besten der drei Punkte zur Orientirung wählen, oder wohl gar immer einen und denselben Punkt wählen wollen. Er muß sich vielmehr gewöhnen, mit Hülfe obiger Regel nach dem Augenmaaß zu überschlagen, wo ungefähr die Hülfspunkte hinfallen, um denjenigen Orientirungspunkt zu wählen, der den entferntesten Hülfspunkt giebt. So würde man z. B. Fig. 127 finden, daß das in der Zeichnung gewählte B gerade am schlechtesten orientirt, A schon besser, C am besten. Diese Auswahl erfordert also jedenfalls eine mit Zeitaufwand verbundene Ueberlegung.

Ein anderer bedenklicher Umstand, den namentlich **Bohnenberger** mit Recht heraushebt, ist, daß die Hülfspunkte sehr oft außerhalb des Tisches fallen, und dies wird gerade am öftersten bei den sonst besten, d. h. entferntesten Hülfspunkten der Fall sein. Es ist nun vorgeschlagen, in solchen Fällen durch Ziehung einer Parallele mit der Seite, die dem Orientirungs-Punkte gegenüber liegt, die Figur soweit zu verkleinern, daß der Hülfspunkt noch am Rande sichtbar wird. Dies ist aber, vom praktischen Gesichtspunkt aus, nicht nur nicht zu empfehlen, sondern ganz zu verwerfen. Denn abgesehen davon, daß Parallelen, auf dem Felde gezogen, schwerlich genau ausfallen, und daß man dabei Zeit verliert, verstieße man durch dieses Verkleinern des gegebenen Dreiecks gegen die Hauptregel aller Meßtischpraxis: nie aus dem Kleinen in's Große zu arbeiten.

Wenn endlich aber auch kein Orientirungspunkt außerhalb des Tisches fällt, und der Praktiker Uebung genug hat, um den oben angeführten Ueberschlag leicht und schnell zu machen, bleibt es doch immer zeit-

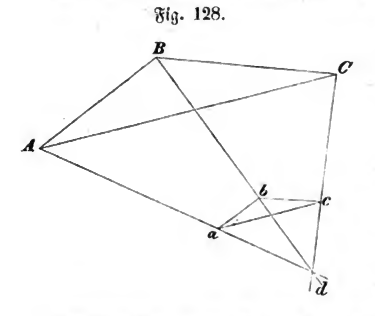
raubend, den Meßtisch zweimal absichtlich falsch zu orientiren, um erst einen Hülfspunkt zur richtigen Orientirung zu erhalten, besonders wenn gar zufällig ein Fall vorliegen sollte, in welchem auf die Parallaxe des Tisches Rücksicht zu nehmen wäre. Dieser Zeitverlust wird für den Praktiker immer desto verdrießlicher sein, weil er dabei ignoriren muß, was er schon weiß, d. h. weil er absichtlich zweimal den Tisch, vielleicht um 50 oder 100 Grad verwendet, während er ihn nach dem bloßen Augenmaaß doch wohl bis auf 10 Grad richtig zu orientiren sich zutraut.

Aus diesen Gründen werden sich Praktiker der bis jetzt vorgetragenen directen Methode wohl nur ausnahmsweise bedienen, und dagegen die indirekte Auflösung vorziehen, zu deren Erläuterung wir jetzt übergehen und die in der That, wenn sie geschickt behandelt wird, überaus schnell und sicher zum Ziele führt.

§. 121. Die indirecte Auflösung der Pothenot'schen Aufgabe geht immer davon aus, den Meßtisch vorläufig nach dem Augenmaaß oder mit der Magnetnadel ohngefähr zu orientiren, und sucht dann diese noch unrichtige Orientirung zu verbessern. Da schon bei einer solchen vorläufigen Orientirung die Lage des Standpunkts auf dem Tisch sich immer doch wenigstens auf einige Zoll genau ergiebt, so bedarf es fortan keiner weitern Erwähnung der Parallaxe des Tisches. Es ist nun im Allgemeinen Folgendes zu bemerken:

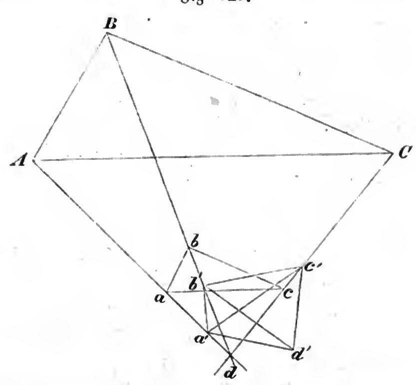
1) Ist der Tisch richtig orientirt, so liegen die Linien des Dreiecks abc (Fig. 128) den Linien des Dreiecks auf dem Felde ABC parallel, und dann müssen sich die Visirlinien Aa, Bb, Cc, wo nöthig verlängert, in d über dem Standpunkte D schneiden, weil nothwendig lauter ähnliche Dreiecke entstehen. Freilich würden sich die Visirlinien auch in einem Punkt schneiden, wenn man den Tisch gerade um 180° falsch orientirt hätte. Das ist aber eine praktische Unmöglichkeit, indem man die Punkte vor Augen hat und also weiß, was links oder rechts liegt.

Fig. 128.



2) Ist aber der Tisch unrichtig orientirt, so daß z. B. das richtig orientirte Dreieck abc (Fig. 129), was d über D gegeben hätte, in

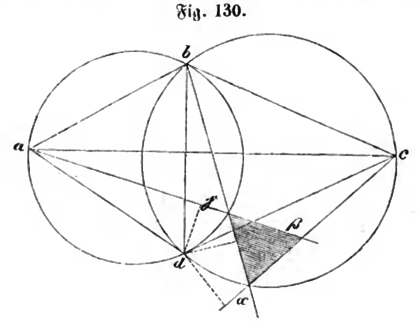
Fig 129.



die falsche Lage a'b'c' mit d' gebracht wäre, und sollten demungeachtet die Visirlinien Aa', Bb', Cc' sich wieder in d über D schneiden, so müßten wegen Gleichheit der Winkel die Punkte d und d' sowohl mit b' und c', als auch mit a' und b', d. h. es müßten die vier Punkte A, B, C, D in einem Kreise liegen; man hätte also von vorn herein den als unzulässig erkannten Fall.

3) Wenn man demnach in irgend einem zulässigen Fall unrichtig orientirt hat, so zeigt sich dies schon dadurch, daß die Visirlinien sich nicht in einem Punkte schneiden, sondern wie in Fig. 130 ein

Fig. 130.



Dreieck $\alpha\beta\gamma$ bilden, an dessen Winkelpunkten sich die Gesichtswinkel finden, welche an den richtigen Punkt d zusammenzubringen sind. Dies Dreieck heißt bekanntlich das fehlerzeigende Dreieck (vergl. §. 41.)

Es kommt also jetzt nur noch darauf an, dieses fehlerzeigende Dreieck zur Berichtigung der Orientirung gehörig zu benutzen, und dazu geben folgende Sätze die Anleitung:

a) Der richtige Punkt d muß wegen Gleichheit der Gesichtswinkel in einem Kreise liegen sowohl mit a, b, γ, als in einem (zweiten) Kreise mit a, c, β, als endlich in einem (dritten) Kreise mit b, c. α.

b) Hieraus folgt unmittelbar, daß die Winkel dcα, dbγ und daβ einander gleich sein müssen. Diese Winkel stellen offenbar den Orientirungsfehler vor, und da der Tisch nur nach einer Seite gedreht werden kann, um den Orientirungsfehler zu berichtigen; so liegt der richtige Punkt d nothwendig immer entweder von allen bisher gezogenen Visirlinien links oder von allen rechts, also auch nur dann, wenn D innerhalb des Dreiecks ABC liegt, innerhalb des fehlerzeigenden Dreiecks, und man kann über die Richtung, nach welcher gedreht werden muß, nicht mehr zweifelhaft sein, indem man durch die Drehung das fehlerzeigende Dreieck verkleinern soll.

c) Fällt man nun von d aus Perpendikel auf die Visirlinien, so folgt aus dem Vorigen, daß man lauter ähnliche Dreiecke erhält, daß also diese Perpendikel sich zu einander verhalten müssen, wie AD, BD und CD sich zu einander verhalten. —

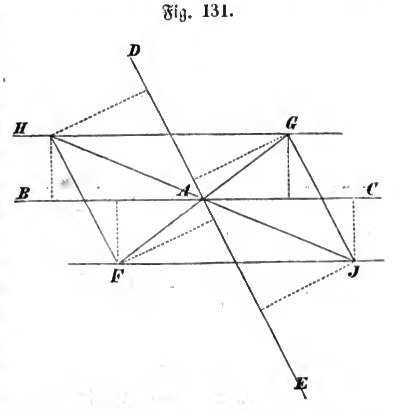
Drei Methoden, das fehlerzeigende Dreieck zu benutzen, sind es nun, welche sich der Praktiker zu merken hat:

1) Die Schickhard'sche Methode, die sich auf den sub a) angeführten Satz stützt, mithin vorschreibt, zwei Kreise z. B. durch a, γ, b und b, α, c (Fig. 130) zu ziehen, d dadurch zu bestimmen und alsdann noch durch neue verbesserte Orientirung zu prüfen. Wollte man dies in der Praxis buchstäblich ausführen, so würde man noch schlimmer daran sein, als bei dem obigen directen Verfahren, denn die Mittelpunkte der Kreise fallen häufig außerhalb des Tisches, und überdem lassen sich genaue Kreise auf dem Felde nicht wohl construiren. Man muß sich diese Methode aber doch merken, weil sie, wie bald erhellen wird, in genäherter Anwendung vortreffliche Dienste leistet.

2) Lehmann*) geht dagegen von dem oben unter c erwähnten Satze aus, daß die auf die Visirlinien gefällten Perpendikel sich verhalten wie die Abstände.

Wollte man dies vermittelst einer förmlichen Construction verfolgen, so müßte man zuerst die Abstände messen, was man ziemlich annähernd schon auf dem Tisch bewirken kann; dann für zwei Winkel des fehlerzeigenden Dreiecks die geraden Linien bestimmen, die den geometrischen Ort solcher proportionirten Abstände bilden, und dadurch endlich d als den Durchschnittspunkt zweier solchen geraden Linien erhalten. Diese Construction ist in Fig. 131 für einen der betreffenden Winkel angedeutet. Dann sind BC und DE zwei gerade Linien, die sich in A schneiden, so braucht man nur von A aus die beiden Distanzen, denen die beiden Abstände proportionirt sein sollen, aufzutragen u. das Parallelogramm zu vollenden, um FG und HI als die Geraden zu erkennen, in welchen solche Abstände stattfinden. Daß hier an jedem Winkel zwei gerade Linien zum Vorschein kommen, wo nur eine gesucht wird, wäre in der Praxis unschädlich, da man immer denjenigen von den vier Winkeln DAC, CAE, EAB, BAD, für welchen man die Construction machen sollte, auf dem Tisch vor Augen hätte. — Solche weitläufige Construction aber auf dem Felde machen zu wollen, ist nichts weniger, als Lehmann's Meinung. Er schreibt vielmehr vor, man solle nach dem Erforderniß jener Proportionalität d durch das Augenmaaß bestimmen, um gleich eine zweite Probe zu machen und sagt (a. a. O.): „Bei einer erworbenen Fertigkeit geschieht das Zusammentreffen der Visirlinien in einem Punkte unbedingt das erste Mal." Wenige Praktiker

Fig. 131.

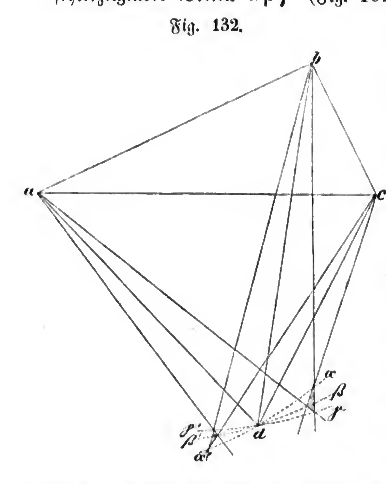


*) Anleitung zum Gebrauch des Meßtisches 2c. Dresden 1820.

aber dürften sich einer solchen Fertigkeit in diesen Arbeiten zu erfreuen haben, wie sie sich Lehmann erworben hatte. —

3) Bohnenberger*) schlägt statt dessen vor, nachdem ein fehlerzeigendes Dreieck $\alpha\beta\gamma$ zum Vorschein gekommen, den Tisch (lieber etwas zu viel, als zu wenig) zu drehen, wobei natürlich der oben sub b erwähnte Satz zu berücksichtigen sein wird, und dann, wenn ein zweites fehlerzeigendes Dreieck $\alpha'\beta'\gamma'$ (Fig. 132) zum Vorschein kommt, zwischen den gleichnamigen Punkten kleine gerade Linien zu ziehen, die sich im Punkt d schneiden. Offenbar beruht dies Verfahren darauf, daß nach dem Satze zu a) α, d, α', b, c und auch γ, d, γ', a, b in denselben Kreisen liegen und daß sehr kleine Kreisbögen $\alpha\alpha'$, $\gamma\gamma'$ mit ihren Sehnen verwechselt werden können. Man soll aber deshalb lieber etwas zu viel drehen, damit man d zwischen die Dreiecke bekomme. —

Fig. 132.



Durch eine Combination dieser drei eben dargelegten Methoden wird man ohne Zweifel am schnellsten zum Ziele kommen. Gerling (a. a. O.) hat hierzu folgende Regel vorgeschlagen:

Wenn der Meßtisch nach dem Augenmaaß vorläufig orientirt und das erste fehlerzeigende Dreieck $\alpha\beta\gamma$ zu Stande gekommen ist, so ziehe man nach dem Augenmaaß mit leichten Bleistiftstrichen die beiden Schickhard'schen Kreise (Fig. 130) so weit man sie braucht, und bezeichne den Durchschnittspunkt d vorläufig mit Bleistift. Dann schätze man die Entfernungen ad, bd, cd nach dem Augenmaaß — sie würden in Fig. 130 etwa werden 3, 3, 4 —, und untersuche nun ferner nach dem Augenmaaß, ob die Lehmann'schen Perpendikel bei diesem vorläufigen Punkt d dasselbe Verhältniß erhalten. Ist dies nicht der Fall, so wird man leicht sehen, wo

*) v. Lindenau und Bohnenberger, Zeitschrift VI. S. 125.

man etwa nachzuhelfen hat, und ein verbessertes d erhalten, was man wieder eben so prüft. Ist nun d so berichtigt, daß das Augenmaaß nach Schickhard und Lehmann nichts mehr zu verbessern findet, so steche man die Nadel in das berichtigte d, orientire auf den entferntesten Punkt (also z. B. Fig. 130 auf C) und zwar so, daß der Tisch gewiß nicht zu wenig gedreht werde, damit das vielleicht noch erscheinende neue fehlerzeigende Dreieck nach Bohnenberger muthmaaßlich auf die andere Seite von d falle. Kommt nun etwa wirklich noch ein fehlerzeigendes Dreieck $\alpha'\beta'\gamma'$ zum Vorschein, so ziehe man auf's Neue die Schickhard'schen Kreise nach dem Augenmaaße, was, da α, α' und β, β' nun schon sehr nahe bei einander liegen, den Punkt d auch in der Regel schon ganz richtig angiebt. Sollte aber noch ein drittes fehlerzeigendes Dreieck entstehen, so wäre es mit dem nächstvorhergehenden wieder ebenso zu verbinden. —

Für die größeren Aufnahmen hat Lehmann (a. a. O.) die Vorsichtsmaaßregeln und praktischen Vortheile bei Anwendung der Pothenot'schen Aufgabe angegeben und durch Beispiele erläutert. Für den vorliegenden Zweck dürften folgende Andeutungen noch zweckmäßig erscheinen.

Es wird immer schon zur Prüfung nützlich sein, außer den drei nothwendigen Richt-Objekten noch ein viertes anzuschneiden, um den Standpunkt mehr zu versichern. Deshalb kommt es, wenn nur erst drei Punkte auf dem Tische sind, vorzüglich auf eine schickliche Auswahl und besonders sorgfältige Festlegung des ersten Standpunktes an, welcher dann sofort als vierter Richtpunkt wieder zu gebrauchen sein wird.

Die bei aller Meßtischarbeit so überaus nützlichen Alignements sind auch bei der vorliegenden Aufgabe sehr zu beachten. Es ist daher gerathen, schon bei der ersten Auftragung der Richtpunkte immer die Visirlinien, vermittelst deren sie trigonometrisch bestimmt sind, mitzuzeichnen oder wenigstens doch an den Rändern auszuziehen.

Nach der Regel; „nie aus dem Kleinen in's Große zu arbeiten", darf man offenbar einen unmittelbar nach der besprochenen Aufgabe bestimmten Standpunkt nicht zur Bestimmung anderer Punkte benutzen, wenn letztere weiter entfernt sind, als der entfernteste Richtpunkt vom Standpunkt entfernt war; denn die unvermeidlichen Fehler der Orientirung, die wir immer nach den entferntesten Richtpunkten machen, würden dadurch einen vergrößerten Einfluß gewinnen. Stehen also trigonometrisch bestimmte zuverlässige Alignements auf sehr entfernte Punkte außerhalb der Grenzen des Tisches zu Gebote, so wird man auch in dieser Hinsicht meist weniger beschränkt sein und die Mühe des Auftragens belohnt finden.

Da der Meßtisch-Arbeiter selten in dem Fall ist, sich seinen Standpunkt zu wählen, so wird er sich in der Regel begnügen müssen, solche Standpunkte zu vermeiden, die sich nicht sicher bestimmen lassen. Deshalb wird er also sich hüten, einen Standpunkt anzunehmen, der in der Nähe des Kreises durch A, B, C läge (was schon nach dem Augenmaaß ersehen werden kann) und Sorge tragen, daß die Durchschnitte seiner Visirlinien sich möglichst scharf erkennen lassen. In dieser zweiten Rücksicht giebt Lehmann die Regel, keinen Standpunkt zu nehmen, in welchem die äußersten Visirlinien sich nicht noch wenigstens unter 45^0 schneiden. Andere Schriftsteller wollen nicht weniger als 60^0 zulassen. Offenbar könnten aber ohne Nachtheil zwei Visirlinien sich nahe unter 0^0 oder 180^0 schneiden, wenn nur die dritte dagegen mit ihnen beiden nahe 90^0 machte*). —

1) Das Dreiecks-Netz.

§. 122. Nach dieser Betrachtung können wir zu den topographischen Aufnahmen selbst übergehen. Dieselben beruhen in ihrem Fundamente, wie jede Aufnahme zu anderen Zwecken, wenn sie irgend welche Zuverlässigkeit gewähren soll, auf einem Dreiecks-Netze. Die erste Arbeit des Topographen bei Aufnahme eines größeren Terrain-Abschnittes ist daher stets die trigonometrische oder geometrische Netzlegung. Sie basirt auf einer Standlinie (Basis), über deren Wahl und Messung bereits im §. 49 das Nöthige erwähnt worden. Es bleibt hier noch zu bemerken, daß die Standlinie eine solche Lage haben muß, welche verstattet, von ihren Endpunkten aus viele wichtige Punkte sehen und unter nicht zu spitzen Winkeln schneiden zu können; ersteres ist vortheilhaft, um im Verlauf der Aufnahme die Lage festgelegter Punkte nach der Standlinie zu controliren, letzteres um die Zeit der Aufnahme zu verkürzen. Kann man jedoch von der Standlinie aus nicht viele Objekte unter angemessenen Winkeln schneiden, so ist dieselbe nicht sogleich zu verwerfen, wenn sie nur sonst den übrigen Bedingungen entspricht; man begnüge sich dann, einige Objekte recht scharf zu schneiden, und stütze die Aufnahme auf die gefundenen neuen Linien. Es ist ferner von Vortheil, die Standlinie möglichst in die Mitte der Aufnahme zu legen, weil begangene kleine Fehler bei'm Schneiden sich dann nur auf der einen Seite fortpflanzen und vergrößern, wogegen sie, wenn die Standlinie

---

*) Ueber denselben Gegenstand ist noch anzuführen: „Leonhardi, das Rückwärts-Abschneiden bei Mensel-Aufnahmen. Bautzen 1837."

mehr am Umfange der Gegend liegt, sich auch über die ganze Aufnahme verbreiten. Da die direkte Messung einer bedeutenden Länge mit vielen Schwierigkeiten verbunden ist, so ist es nicht rathsam, als Standlinie eine sehr lange Linie zu wählen; eine günstig gelegene, wenn auch kürzere Linie genügt vollkommen. Je nach dem Umfange der Aufnahme kann man eine Linie von 1000—2000 Ruthen wählen.

Die Standlinie wird entweder mit der Meßkette oder mit Maaßstäben nach den im I. Abschnitt bereits aufgestellten Regeln ihrer Länge nach gemessen und ihre Lage zur Mittagslinie genau bestimmt.

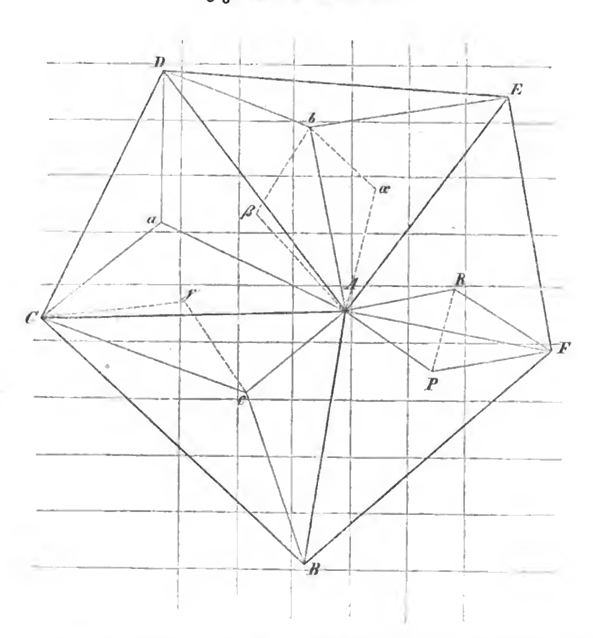
Wendet man zur Aufnahme eines Dreiecks-Netzes den Theodoliten an (trigonometrische Netzlegung), so werden an den Endpunkten der Basis die Winkel gemessen, die diese mit den Visirlinien nach einem dritten Punkte macht und aus den erhaltenen Daten das erste Dreieck berechnet. Die Anwendung des Meßtisches zu einer Netzlegung (geometrische Netzlegung) bedingt dasselbe Verfahren, nur mit dem Unterschiede, daß man anstatt Winkel zu messen, die dieselben einschließenden Dreiecksseiten erhält; der dritte festzulegende Punkt würde auf diese Weise durch Vorwärts-Einschneiden bestimmt werden.

Es kommt darauf an, durch das Dreiecks-Netz eine hinreichende Menge von Punkten festzulegen, an welche sich die topographische Detail-Aufnahme anschließen kann. Zu diesem Zweck werden hochgelegene, unter sich sichtbare Punkte A, B, C, D (Fig. 133), z. B. Kirchthürme, Signale auf Bergen u. s. w. ausgewählt. Diese Punkte überziehen die Gegend mit einem Netz von Dreiecken ABC, ACD, ADE rc., welche man Dreiecke der ersten Ordnung, Haupt- oder Primär-Dreiecke nennt. Mit ihnen werden andere Punkte a, b, c rc. in Verbindung gebracht, welche theils unter sich, theils in Gemeinschaft mit jenen die Dreiecke der zweiten Ordnung (Secundär-Dreiecke) AcB, AaD, AbE rc. bilden. Die Seiten dieser Dreiecke endlich liefern die Grundlinien für die Dreiecke der dritten Ordnung $Ab\beta$, $Ab\alpha$, $Ca\gamma$ rc., welche durch die unmittelbar für die Detail-Aufnahme bestimmten Punkte α, β, γ rc. geschlossen werden. Es leuchtet schon von selbst ein, daß die Bedeutung dieser Dreiecks-Gattungen von ihrem Größen-Verhältniß zu einander, und auch wohl, wenn man streng mathematische Anforderungen stellt, von der Zuverlässigkeit der durch sie bestimmten Punkte abhängig ist, da ein möglicher Fehler in einem Haupt-Dreiecke sich auf ein Secundär-Dreieck fortpflanzt und vergrößert.

Die Basis braucht nicht immer zugleich die Seite eines Haupt-Dreieckes zu sein. Vielmehr genügt eine zweckmäßig gelegene Linie, wie

z. B. PR in Fig. 132, welche durch Dreiecke mit einer Dreiecksseite erster Ordnung in Verbindung bringt. --

Fig. 133. S. Seite 237.



§. 123. Die trigonometrische Netzlegung bedingt die sorgfältigste Messung der Winkel der Dreiecke mit dem Theodoliten. In den Dreiecken erster und zweiter Ordnung, so wie in denen, welche die Verbindung mit der Basis herstellen, werden jedesmal alle drei Winkel gemessen. Wenn bei den Dreiecken der ersten Ordnung die Kugelgestalt der Erde von Einfluß ist, so daß dieselben als sphärische Dreiecke erscheinen, in denen die Summe der Winkel größer als 180^0 ist, so muß der Ueberschuß dieser Summe über 180^0 (der sphärische Exceß) ermittelt und, Behufs der Projektion jener Dreiecke, in Abzug gebracht werden. Die Dreiecksseiten erhält man durch trigonometrische Berechnung, mit welcher man bei dem Dreieck anfängt, dessen Seite die gemessene Basis ist.

Die Seiten der Dreiecke erster Ordnung dienen als Grundlinien zur Bestimmung der Dreiecke zweiter Ordnung. Auch diese können sich fortpflanzen, doch werden in der Regel nicht mehr als sechs derselben an einander gereihet; in ihnen wird der sphärische Exceß nur berücksichtigt, insofern ihre Seiten mehr als 3 Meilen lang sind. — Von den Seiten der Dreiecke zweiter Ordnung aus werden dann diejenigen Punkte festgelegt, durch welche die Dreiecke dritter Ordnung entstehen; diese pflanzen sich nicht fort, auch brauchen in ihnen nicht alle drei Winkel gemessen zu werden.

Ist die gegenseitige Lage der Dreiecke durch die Triangulation festgestellt, dann muß die Orientirung des Netzes in Bezug auf seine geographische Lage bewirkt werden. Zu diesem Zweck ist die Länge und Breite eines Netzpunktes erforderlich, so wie das Azimuth eines zweiten, d. h. der Winkel, den die Richtung beider Punkte mit dem Meridian des ersten bildet. Da die astronomische Bestimmung der Länge jedoch jahrelange Beobachtungen nöthig macht, so bringt man das Dreiecks-Netz, wenn es möglich ist, lieber durch Triangulation mit einer Sternwarte in Verbindung und berechnet dann, nach der bereits bekannten Länge und Breite derselben und dem durch Messung erhaltenen Azimuth eines Dreieckspunktes, die Länge und Breite aller Netzpunkte. (S. §. 65.)

Für die Detail-Aufnahme muß das Dreiecks-Netz auf einzelne Blätter (Sectionen) vertheilt und auf jedes derselben die darauf fallenden trigonometrischen Punkte aufgetragen werden. Diese Vertheilung geschieht zunächst nach Grad-Abtheilungen, d. h. nach Räumen, welche durch die Meridiane und Parallelkreise der vollen Grade begrenzt werden. Jede Grad-Abtheilung wird dann für die topographischen Aufnahmen im Maaßstabe von $\frac{1}{25000}$ der natürlichen Größe in 60 Sectionen zerlegt, welche man erhält, indem man die Meridian-Seiten in 10, die Seiten der Parallelkreise aber in 6 gleiche Theile theilt. Demnach umfaßt jede Section einen Raum von 6 Minuten Breiten-Ausdehnung und 10 Minuten Längen-Ausdehnung und ist in ihrer geographischen Lage durch ihre Randlinien bestimmt. Da nun alle trigonometrischen Punkte ebenfalls ihrer Länge und Breite nach berechnet sind, so ergiebt sich für jeden, nicht allein, in welche Grad-Abtheilung und auf welche Section derselbe falle, sondern auch, welche Entfernung von den Randlinien der letztern er haben muß. Mit Hülfe dieser Entfernungen, welche ursprünglich in Minuten und Secunden der Länge und Breite gegeben sind, zu diesem Zweck aber in Ruthen ausgedrückt werden, lassen sich dann die trigonometrischen Punkte ohne Schwierigkeit in die einzelnen Sectionen eintragen. —

Die trigonometrische Netzlegung erfordert mithin ein Auftragen des ganzen Dreiecks-Netzes auf ein Blatt nicht, sondern die Resultate derselben bedürfen nur einer Registrirung von Zahlen. Aus diesem Grunde ist sie das zuverlässigste Mittel, große Terrainabschnitte in ihren Hauptpunkten zu bestimmen, was durch die geometrische Netzlegung nur mit Gefahr, große Fehler durch die Anwendung eines sehr kleinen Maaßstabes zu begehen, erreicht werden könnte.

§. 124. Die geometrische Netzlegung für topographische Aufnahmen oder die Anwendung des Meßtisches zur Bestimmung eines Dreiecksnetzes kann nur Anwendung für minder große Terrain-Abschnitte finden. Sobald man das Hauptblatt des Meßtisches in mehr als 4 oder 6 Sectionen zu zerlegen hat, ist die Arbeit von geringerer Zuverlässigkeit, indem die unumgänglichen Fehler bei der Zeichnung nach einem kleinen Maaßstabe durch Vergrößerung der Figuren im entsprechenden Verhältnisse wachsen und von Einfluß werden. Es ist daher leicht zu beurtheilen, in welchen Fällen der Meßtisch zur Festlegung von Dreiecks-Netzpunkten nicht anwendbar erscheint. Liegt einer Aufnahme ein besonderer Zweck zu Grunde und soll sie unabhängig von anderen ausgeführt werden, oder bildet sie einen Theil einer größeren Aufnahme, so ist der Meßtisch ohne allen Zweifel das geeignetste Instrument für dieselbe. In beiden Fällen beginnt die Arbeit mit einer Recognoscirung des gegebenen Terrains; dann folgt die geometrische Netzlegung, durch welche alle Punkte der Gegend, welche als Richtobjekte dienen können, bestimmt werden, entweder von einer selbstständig gewählten Standlinie, oder von gegebenen trigonometrischen Punkten aus; endlich wird das dadurch erhaltene Scelett der Gegend durch die Detail-Aufnahme zu einem anschaulichen Bilde vervollständigt. —

Nur die vollständigste Kenntniß der Gegend wird den Topographen in den Stand setzen, leicht und schnell ein richtiges Bild derselben zu liefern. Eine solche Kenntniß soll durch Recognoscirung erlangt werden; sie wird am Besten mit Zuziehung eines der Gegend und der Verhältnisse derselben kundigen Führers unternommen. Eine, wenn auch mangelhafte Specialkarte erleichtert hierbei die Orientirung.

Bei der Recognoscirung beachte man insbesondere die Vertheilung der stehenden und den Abfluß der fließenden Gewässer, den Zusammenhang der Höhen und die Art ihres Abfalls, die Lage der bewohnten Orte und die Haupt-Communikationen zwischen ihnen, die Beschaffenheit des Bodens und die durch Brüche, Waldungen 2c. gebildeten Haupt-Abschnitte desselben, endlich die Menge, Vertheilung und Sichtbarkeit solcher

Gegenstände, welche als Richtobjekte dienen können. Soll die Netzlegung von einer Standlinie aus geschehen, so wird man bei der Recognoscirung Gelegenheit haben, die zweckmäßigste Lage für dieselbe auszumitteln. Sind dagegen trigonometrische Punkte gegeben, so hat man letztere besonders in der Beziehung zu untersuchen, ob sie genau über dem Mittelpunkte oder nur seitwärts eine Aufstellung mit dem Meßtisch zulassen, welche Richtobjekte von ihnen aus gesehen werden können und umgekehrt, von welchen Terrainpunkten aus die trigonometrischen Punkte sichtbar sind. — Fehlt es der Gegend an einer hinreichenden Menge günstig gelegener Richtobjekte, so werden an solchen Punkten, die eine weite Umsicht gewähren, Signale errichtet und so angeordnet, daß sie entweder von den Endpunkten der Standlinie oder von den trigonometrischen Punkten aus unter günstigen Umständen festgelegt werden können und dabei das geometrische Netz über alle Räume des aufzunehmenden Terrains verbreiten. Auf langgedehnten Bergrücken finden Signale eine günstige Stelle, in schmalen Waldstreifen oder dichten Alleen werden einzelne hohe Bäume mit Strohwischen versehen und als Signale benutzt.

Hat der Topograph sich mit allen Eigenthümlichkeiten der Gegend bekannt gemacht, so wird er leicht einen Arbeitsplan für die Netzlegung und die Detail-Aufnahme entwerfen können. Es wird dabei vorausgesezt, daß über die Ergebnisse der Recognoscirung immer an Ort und Stelle schriftliche Notizen gemacht worden sind. —

Die geometrische Netzlegung über einen aufzunehmenden Terrain-Abschnitt beginnt mit der Wahl und Messung der Standlinie (Basis), wenn sonst nicht trigonometrisch bestimmte Punkte gegeben sind. Bei der Recognoscirung des Terrains hat man die brauchbarste Standlinie zu wählen; ihre Messung geschieht auf das Genaueste und Sorgfältigste, entweder mit der Kette oder mit Maaßstäben. Die gefundene Länge der Basis wird in verjüngtem Maaßstabe mit dem Stangenzirkel auf die Tischplatte aufgetragen und ihr eine solche Lage gegeben, daß eine zweckmäßige Situation der ferneren Punkte nicht beschränkt wird. Jeder auf der Basis liegende, bemerkenswerthe Punkt wird in seiner Entfernung von den Endpunkten gleichfalls auf der Tischplatte angegeben.

Das weitere Verfahren bei der Netzlegung ist bereits im §. 62 angegeben. Es ist anzurathen, gleich bei'm Beginn dieser Operation, die Standlinie zu orientiren und ihre Lage zur Mittagslinie zu bestimmen; man wird auf diese Weise den Vortheil gewinnen, den Meßtisch auf jeder späteren Station leicht orientiren zu können, wenn sonst die Richtung der Mittagslinie zur Standlinie nur mit einiger Zuverlässigkeit festgestellt ist.

Nur in seltenen Fällen wird es möglich sein, von den Endpunkten der Standlinie aus alle Objekte, welche als Netzpunkte dienen können, festzulegen; entweder weil nicht alle von hier aus sichtbar sind, oder weil einige dem Alignement der Standlinie so nahe liegen, daß ihre Visirlinien sich in zu spitzen Winkeln schneiden würden. In diesem Falle muß daher das Netz vervollständigt werden, indem man von bereits festgelegten Punkten aus, auf deren Richtigkeit man sich verlassen kann, die noch übrigen Objekte anvisirt und schneidet. Kann man sich hierbei nicht genau über die Mitte eines solchen Netzpunktes, sondern nur in der Nähe desselben mit dem Meßtische aufstellen, so findet man den genommenen Standpunkt und die genaue Orientirung in folgender Weise: man orientire den Meßtisch zuerst nach der Boussole, ziehe von dem Netzpunkte eine Visirlinie zurück, messe die Entfernung der Station von dem Centrum des Netzpunktes und trage sie auf die Visirlinie auf, dann erhält man den Stationspunkt und mit Hülfe desselben und eines andern entfernt gegebenen Netzpunktes die genaue Orientirung des Meßtisches.

Ueber alle anvisirten und geschnittenen Gegenstände wird ein Register geführt, in welches die auf der Tischplatte durch Zahlen und Buchstaben verzeichneten Visirlinien und die dadurch festgelegten Netzpunkte, mit Angabe der ihnen zugekommenen Benennungen eingetragen werden. —

Sind für eine geometrische Netzlegung trigonometrisch bestimmte Punkte gegeben, so müssen es deren mindestens zwei und diese für ein zuverlässiges Resultat von der Art sein, daß man den Meßtisch über ihrer Mitte aufstellen kann. Sie treten dann ganz in die Kategorie der Endpunkte einer Standlinie, weshalb das weitere Verfahren von ihnen aus ganz analog dem oben beschriebenen ist. Kann man sich nur über einem der trigonometrischen Punkte aufstellen, so benutzt man diesen als den einen Endpunkt der Standlinie, schneidet sich dann von einem seitwärts in angemessener Entfernung gelegenen Punkte aus nach den beiden gegebenen rückwärts ein und erhält so den andern Endpunkt der Standlinie. Ist kein trigonometrischer Punkt so beschaffen, daß man sich über demselben aufstellen kann, dann müssen wenigstens drei gegeben sein, nach welchen man sich in zwei von einander entfernten, günstig gelegenen Stationen rückwärts einzuschneiden im Stande ist. Diese Stationen bilden die Endpunkte der Standlinie, von denen aus die Netzlegung geschieht. —

2. Die Detail=Aufnahme.

§. 125. Nach Beendigung der Dreiecks=Netzlegung, durch welche eine hinlängliche Anzahl von Richtobjekten genau bestimmt und auf dem Meßtischblatte festgelegt sind, um daran die Detail=Aufnahme knüpfen zu können, geht man zu dieser über. Bei Gelegenheit der Recognoscirung wird man einen Arbeitsplan für die Detail=Aufnahme entworfen haben. Diese beginnt am zweckmäßigsten mit demjenigen Theile der Gegend, welcher die beste Uebersicht und die freieste Aussicht gewährt, also im Allgemeinen mit dem unbedeckten und höher gelegenen Terrain; dann bleiben zuletzt blos diejenigen Theile der Gegend übrig, in welchen, wegen gänzlichen Mangels der Aussichten, alle Entfernungen unmittelbar gemessen werden müssen. Bei dem umgekehrten Gange der Aufnahme würde man Vieles mit Zeit= und Kostenaufwand unmittelbar messen, was von übersehbaren Standorten aus gar leicht mittelbar aufzunehmen gewesen wäre.

Der jedesmalige Standpunkt wird in der Regel durch Rückwärts=Einschneiden nach drei Punkten bestimmt, seltener durch Orientiren nach einem Alignement und Seitwärts=Abschneiden oder durch Rückwärts=Einschneiden nach zwei Punkten, und nur ausnahmsweise, in Aufstellungen von geringerer Wichtigkeit, durch Abschreiten der Entfernung von einem bekannten Punkte.

Auf jeder Station werden alle in einem Umkreise von etwa 200 Schritt befindlichen Gegenstände des Details sogleich auf dem Meßtisch eingezeichnet; die nicht weiter als 50 Schritt entfernten nach dem Augenmaaße, die übrigen dadurch, daß man sie anvisirt, abschreitet und ihre Entfernung nach dem Maaßstabe aufträgt. Hierbei ist eine besondere Sorgfalt auf diejenigen Eigenthümlichkeiten des Terrains zu verwenden, welche eine militairische Wichtigkeit haben, indem der Werth eines Planes nicht sowohl von der Menge des Details, als vielmehr von der charakteristischen Darstellung desselben abhängt. Die über den Rayon von 200 Schritt hinaus gelegenen sichtbaren Objekte, welche bei der Netzlegung noch nicht haben bestimmt werden können, werden anvisirt, um dann von einer andern Station aus geschnitten zu werden.

Es ist rathsam, einen Standpunkt niemals zu verlassen, ohne vorher die Zeichnung noch einmal mit der Natur verglichen und nicht nur ihre Richtigkeit, sondern auch ihre Vollständigkeit sorgfältig geprüft zu haben. Je gewissenhafter man hierbei zu Werke geht, desto geübter wird das Auge für das schnelle Auffassen selbst coupirter Terrain=Formationen, desto früher wird das, was anfangs nur Resultat mühsamer Reflection ist,

Sache des innern Taktes, der mechanischen Uebung von Auge und Hand werden.

Bei der Wahl der auf einander folgenden Stationen strebe man besonders dahin, Zusammenhang in die Darstellung zu bringen. Deshalb bemühe man sich, an jedem Tage einen bestimmten, durch Wege, Gewässer, Gräben etc. begrenzten Terrain-Abschnitt zum Abschluß zu bringen. Eine solche Ordnung ist auch schon aus dem Grunde zu empfehlen, damit man im Stande ist, das auf dem Felde in Blei erhaltene Bild, wo möglich noch an demselben Tage, in Tusche auszuzeichnen und mit den vorschriftsmäßigen Farben anzulegen.

Um während der Detail-Aufnahme die abgeschrittenen Entfernungen in ihrer richtigen Verjüngung, dem natürlichen Schritt des Aufnehmers gemäß, in die Zeichnung eintragen zu können, muß ein Schrittmaaßstab angefertigt werden. Ist eine Standlinie gemessen worden, so wird diese abgeschritten und dann die Basis für die Transversal-Eintheilung ermittelt. Dies geschieht, indem man an einer mit der Kette gemessenen Länge durch Abschreiten das Verhältniß des geometrischen $(5 = 1^0)$ zum natürlichen Schritte feststellt. Hat man daher p natürliche Schritte $=$ q geometrische Schritte, so ergeben sich 1000 natürliche Schritte $= \frac{q}{p} . 1000$ geometr. Schr. und diese für die Verjüngung von $\frac{1}{n}$ der Natur in Decimal-Zoll ausgedrückt, 1000 natürliche Schr. $= \frac{q . 1000 . 20}{p . n}$ Decimal-Zoll als Basis für die Transversal-Eintheilung. Hat die Netzlegung von trigonometrischen Punkten aus stattgefunden, so schreite man von einem auf dem Meßtische bereits festgelegten Punkte aus, in einem für diesen Zweck günstig gelegenen Alignement, die Länge, welche zur Basis für die Transversal-Eintheilung dienen soll, also 500 oder 1000 Schritt, ab und bestimme den erreichten Punkt, entweder durch Seitwärts-Abschneiden oder Rückwärts-Einschneiden, auf dem Meßtische, so ergiebt sich dadurch die Basis für den Schrittmaaßstab. —

Es ist bereits oben als unzweifelhaft angenommen worden, daß man sich zur Aufnahme des Details eines Dreiecks-Netzes des Meßtisches bediene, und es bedarf kaum der Versicherung, daß derselbe das geeigneteste Instrument dafür ist. Was mit dem Meßtische für topographische Aufnahmen zu leisten ist, hat Lehmann gezeigt und wird noch für lange Zeit als Vorbild für Topographen gelten können. Die Anwendung des katoptrischen Zirkels und des Reflectors für Detail-Aufnahmen, welche bekanntlich einen gemessenen Winkel ebenfalls graphisch darzustellen gestatten, ist durch den Umstand beschränkt, daß sie die Winkel nicht in ihrer

Horizontal-Projektion messen, was bei sehr unebenem Terrain merkliche Fehler erzeugen kann, und daß bei trübem Wetter entfernte Objekte nicht deutlich im Spiegel zu erkennen sind. Der Meßtisch wird daher das zuverlässigste Instrument für derartige Special-Aufnahmen bleiben; mit dem Lehmann'schen Diopterlineale versehen, wird er zugleich zu Höhenmessungen zweckmäßig angewendet werden können.

Die Gegenstände, welche durch die Detail-Aufnahme bildlich dargestellt werden sollen, kann man in folgende Classen eintheilen: a) Straßen-Verbindungen und fließende Gewässer (gerade, gebrochene oder krumme Linien); b) stehende Gewässer, Wiesen, Brücher, Sümpfe und Wälder (Figuren); c) Unebenheiten des Terrains; d) bewohnte Orte. — In dieser Reihenfolge soll die Aufnahme dieser Gegenstände näher dargelegt werden.

§. 126. a) Aufnahme der Straßen-Verbindungen und fließenden Gewässer. — Es handelt sich hier um die Aufnahme von Linien verschiedener Art; sie kann auf mehrfache Weise, sowohl durch Vorwärts-, Seitwärts- und Rückwärts-Einscheiden, wie durch Vorgehen nach Alignements, wie mit Hülfe einer Standlinie und Vorwärts-Abschneiden und endlich durch Abscissen und Ordinaten geschehen. Selten wird man eine dieser Methoden im Verlauf einer weiteren Detail-Aufnahme allein anwenden, wenn nicht etwa die Wichtigkeit des aufzunehmenden Weges, Flusses 2c. dies gebietet. Aber auch dann wird man immer schon durch die Festlegung anderer Punkte und Linien Gelegenheit zu Anschlüssen gefunden haben.

Im Allgemeinen wird man bei Detail-Aufnahmen am zweckmäßigsten verfahren, wenn man die ersten Aufstellungen in den Hauptstraßen nimmt, um diese in den Grund zu legen, weil sich daran am Besten die übrigen Gegenstände des Details anschließen. Als Stationen wählt man besonders solche Punkte, wo Seitenwege abgehen, wo die Straße eine andere Richtung annimmt, über Bergkuppen hinweg und an Gehöften vorbeiführt, von Flüssen, Bächen, bedeutenden Gräben durchschnitten wird u. s. w. Alle Hauptstationen bestimmt man, soweit es angeht, durch Rückwärts-Einschneiden nach drei Punkten; man erhält dadurch nicht nur eine größere Genauigkeit als durch Anwendung anderer Methoden, sondern man ist auch der directen Längenmessung überhoben. Nur darf nicht übersehen werden, daß das Rückwärts-Einschneiden eine hinreichende Anzahl bereits festgelegter Punkte und nicht zu kurze Entfernungen der Stationen erfordert. Lange Straßenlinien, Chausseen und Eisenbahnen, gewähren für diese Methode besondere Vortheile, denn jede

der genau festgelegten Straßenlinien kann als Standlinie betrachtet werden, aus deren Endpunkten oder aus deren Alignements sich weiter operiren läßt; die einzelnen Biegungen der Straße lassen sich durch Vorgehen nach Alignements leicht bestimmen.

Finden sich in der Straße selbst, auf weite Strecken hin, keine Aufstellungen, welche ein Rückwärts-Einschneiden erlauben, so suche man seitwärts, etwa auf nahegelegenen Anhöhen, dergleichen Standpunkte zu ermitteln, stationire sich daselbst und bestimme von hier aus einen Punkt der Straße, von dem aus man einen zweckmäßigen Anschluß finden kann. Gewährt eine Straße und das zu ihren Seiten gelegene Terrain keine Anhalts-Punkte für Rückwärts-Einschneiden, z. B. eine durch Wald führende Straße, so muß man freilich in der Sorgfalt der Arbeit allein die Gewähr für die Richtigkeit suchen und diese dadurch erhöhen, daß man die einzelnen Alignements, nach denen man vorgeht, nicht abschreitet, sondern mit der Kette misst.

Nebenstraßen, Feld- und Fußwege, wenn sie über freie Gegend und festen Boden führen, bedürfen keiner solchen Peinlichkeit; es genügt, ihre allgemeine Richtung durch Vorwärts-Visiren anzugeben, die Krümmungen aber, wenn sie nicht sehr bedeutend sind, nach dem Augenmaaße einzuzeichnen. Führen sie dagegen über einen für Truppen-Bewegungen schwierigen Boden, wodurch sie den Charakter von Defileen erhalten, so müssen sie an solchen Stellen mit derselben Sorgfalt aufgenommen werden, wie die Hauptstraßen. Im Allgemeinen wird die größere oder geringere Genauigkeit der Aufnahme von Straßen und Wegen immer von der mehr oder minderen Wichtigkeit derselben für den militairischen Gebrauch abhängig sein.

Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, daß mit der Aufnahme eines Weges zugleich das Einzeichnen aller seitwärts gelegenen Gegenstände des Details verbunden ist. Die Chausseen und Landstraßen werden meist in parallelen Doppellinien angegeben, Feldwege erhalten nur eine einfache Linie. Die Angabe, ob Wege von Alleen begleitet, als Hohlwege eingeschnitten oder dammartig aufgeschüttet sind, darf in der Darstellung nicht fehlen. —

Bei der Aufnahme fließender Gewässer kommt es darauf an, die Hauptpunkte des Ufers in Grund zu legen, um hiernach die dazwischen liegenden Krümmungen einzeichnen zu können. — Befindet sich in der Nähe eines Flußufers ein in gerader Richtung fortlaufender Weg, so wird dieser als Abscissenlinie benutzt, von der aus die Uferpunkte als Ordinaten bestimmt werden. Findet das Erstere nicht statt, läßt sich aber am Ufer selbst der Meßtisch stationiren und somit die Festlegung einiger Punkte

bewirken, so kann man von ihnen aus die dazwischen liegenden Strecken entweder durch bloßes Vorwärts-Visiren, oder durch Vorgehen nach Alignements, oder endlich, indem man zwischen jenen Punkten Abscissenlinien absteckt, durch rechtwinklige Ordinaten bestimmen. Bei tief eingeschnittenen engen Flußthälern bestimmt man einzelne Hauptpunkte von anliegenden Höhen durch vorwärts gezogene Visirlinien, indem man die Entfernung bis zu ihnen hin entweder abschreitet oder sie von anderen Stationen aus zum zweitenmale schneidet. Aehnlich verfährt man, wenn die Flußufer sehr sumpfig oder von Laachen begleitet sind; jedoch wird man in diesem Falle durch eine schicklich gewählte und festgelegte Standlinie, von deren Endpunkten aus man einzelne Punkte (Bäume, Sträucher, Stauden, Steine ꝛc.) schneidet, noch schneller zum Ziele kommen. Wo Gebüsch die Ufer verdeckt, macht man die festzulegenden Punkte durch Strohwische kenntlich. Die zwischen den auf solche Weise bestimmten Punkten befindlichen Krümmungen des Flusses werden entweder nach dem Augenmaaße eingezeichnet oder mit Hülfe eines Winkelmessers, z. B. der Patentboussole, aufgenommen. Ist die Aufnahme einer Seite des Flusses mit besonderen Schwierigkeiten verbunden, so wird vielleicht die andere deren weniger darbieten und es gerathen sein, sie zu benutzen.

Im Allgemeinen sind Flüsse viel leichter aufzunehmen, als Bäche, weil diese viel mehr kleine Krümmungen beschreiben und viel öfter ganz verwachsene Ufer haben, wodurch sowohl die Anzahl der abzusteckenden Punkte vermehrt, als auch ihre Festlegung schwieriger wird. Bäche von geringerer Breite als 5 Schritt werden nur in einfacher Linie, bei zunehmender Breite aber in parallelen Doppellinien gezeichnet.

Bei der Aufnahme flöß- und schiffbarer Flüsse, welche nur an einzelnen Stellen entweder durch Fuhrten, oder mit Hülfe besonderer Uebergangsmittel (Brücken, Fähren, Kähnen) passirt werden können, muß die Breite von Strecke zu Strecke gemessen und in ihrer Veränderlichkeit dargestellt werden. Bei Strömen endlich von sehr bedeutender Breite müssen beide Ufer besonders aufgenommen werden. Dasselbe gilt von Flußaufnahmen, welche zu besonderen militairischen Zwecken, etwa Behufs der Anlage eines Brückenkopfes, in größerem Maaßstabe ausgeführt werden. Befinden sich in einem Fluße Inseln, so legt man vom Lande aus einige ausgezeichnete Punkte derselben durch Vorwärtsvisiren fest und zeichnet hiernach ihren Umfang, wenn dieser nur gering ist, nach dem Augenmaaße ein; bei größeren Inseln bewirkt man ihre Aufnahme, indem man sich auf dieselben begiebt und an die bereits festgelegten Punkte die weitere Detail-Aufnahme anschließt. —

Die Zeichnung eines fließenden Gewässers muß eine vollständige Charakteristik desselben geben. Es genügt nicht, die Krümmungen und Breite eines Flusses in der Zeichnung darzustellen, sondern es muß auch die Form und Beschaffenheit seiner Ufer, insbesondere ob sie flach oder steil, trocken und fest, naß und weich, frei oder von Büschen und Bäumen besetzt sind, die Beschaffenheit der Thalsohle und Thalränder daraus zu ersehen sein. Alle Nebenflüsse, Canäle und Gräben sind anzugeben. Nicht minder wichtig ist die Angabe der Länge und Beschaffenheit der Flußpassagen, die Art der Brücken und Stege, die Tiefe der Fuhrten; sie sind mit besonderer Sorgfalt aufzunehmen. Die Schutzwehren des Flusses, die Buhnen, Wehre, Schleusen und Ueberfälle sind ihrer Lage und Beschaffenheit nach genau anzugeben.

Bei detaillirten Flußaufnahmen wird meist auch die Angabe der Wassertiefe erforderlich; dieselbe wird mit einem Senkblei zu einer und derselben Jahreszeit ermittelt, und diese sowie die Zahlen für die Tiefe im Plane angegeben. Auch die Ueberschwemmungsgrenze wird da, wo der Fluß bei größerer Wassermenge aus seinen Ufern tritt, angegeben. Von nicht minderer Wichtigkeit ist es, die Richtung der Hauptströmung (Stromstrich) zu kennen, weil von ihr zum Theil die Form der Ufer abhängt; man erkennt sie leicht an der schnelleren Strömung des Wassers und deutet sie in der Zeichnung durch eine Linie oder durch Schraffiren nach beiden Seiten hin an. — Neben detaillirten Flußaufnahmen wird in der Regel noch eine Flußbeschreibung angefertigt, welche alles militairisch Wichtige enthalten muß, was in der Zeichnung nicht dargestellt werden kann. —

§. 127. b) Stehende Gewässer, Wiesen, Brücher, Sümpfe und Wälder. — Man hat es bei diesen Gegenständen des Details mit der Aufnahme von Figuren zu thun, von denen meist einzelne Punkte schon festgelegt sind. Die Aufnahme der Figuren ist bereits früher näher dargelegt worden, und wenn man beachtet, daß unzugängliche Entfernungen auf mehrfache Art durch indirekte Messungen bestimmt werden können, so dürfte sich kaum eine erhebliche Schwierigkeit bei derartigen Aufnahmen darbieten. Für militairische Zwecke wird Folgendes zu beachten sein.

Die Aufnahme der stehenden Gewässer, Seen, Teiche ꝛc. geschieht in ähnlicher Weise, wie die der Wege und fließenden Gewässer. Kann man sich an einigen Punkten einschneiden, so umzieht man sie von hier aus durch Vorgehen nach Alignements mit einer geradlinigen Figur, von deren Seiten aus die nahegelegenen Uferkrümmungen entweder nach dem Augenmaaße oder durch Abscissen und Ordinaten bestimmt werden. Liegen ihre

Ufer aber tief, oder sind sie durch Gebüsch verdeckt und daher in der Regel nicht zum Rückwärts-Einschneiden geeignet, so muß man sich von verschiedenen Seiten her bis zum Ufer hinarbeiten, um auf diese Weise die nöthigen Punkte desselben zu bestimmen. Hat endlich ein stehendes Gewässer sumpfige Ufer, so daß letztere nicht zugänglich sind, so ist es hinreichend, die äußere Umgrenzung des sumpfigen Bodens richtig aufzunehmen und von hier aus die Ufer selbst durch Schätzen ihrer Entfernung nach dem Augenmaaße zu bestimmen. Die Zeichnung des aufgenommenen, stehenden Gewässers muß erkennen lassen, ob es ein See, Dümpel oder Teich ist, ob der Teich ganz oder zum Theil durch Dämme eingefaßt, mit Wasser gefüllt oder abgelassen ist. —

Die Aufnahme der Wiesen hat im Allgemeinen keine besondere Schwierigkeit, weil sie meistens frei liegen und daher bequeme Aufstellungen zum Rückwärts-Einschneiden darbieten. Die Grenzen werden nach einer von den mehrfach erwähnten Methoden bestimmt. — Wird die Wiese von Gräben oder einem Bache durchzogen, so werden diese besonders aufgenommen; nur wo schmale Wiesen längs den Ufern eines Gewässers fortlaufen, wie es bei Thalwiesen in bergigen Gegenden häufig vorkommt, werden beide durch Abscissen und Ordinaten zugleich bestimmt.

Von besonders topographischer Wichtigkeit ist es, ob die Wiesen trocken oder naß sind, d. h. im Durchschnitt der Jahreszeiten überall zugänglich oder unpraktikabel sind. Ein zuverlässiges Urtheil ergiebt der Augenschein nicht allein, vielmehr ist es rathsam, darüber Erkundigungen einzuziehen und demgemäß den Charakter solcher Flächen in der Zeichnung auszudrücken. Je mehr sich eine Wiese in Bezug auf diese Beschaffenheit von dem angrenzenden Terrain unterscheidet, desto mehr Sorgfalt ist auf die Darstellung ihrer Grenzen zu verwenden; deshalb muß bei der Aufnahme nasser Wiesen mit mehr Aufmerksamkeit verfahren werden, als bei vollkommen trockenen Wiesen. —

Mit mehr Schwierigkeiten ist in der Regel die Aufnahme von Brüchen verknüpft, besonders wenn sie sehr ausgedehnt, in ihrem Innern wenig zugänglich und dabei mit Wald oder Gestrüpp bedeckt sind. Für militairische Zwecke haben nur ihre Grenzen und die vielleicht durch das Innere führenden dammartigen Straßen, sowie ihre Abzugsgräben Interesse; auf deren Aufnahme ist daher allein die Aufmerksamkeit zu richten. —

Bei Aufnahme der Waldungen hat der Topograph meist nur die Aufgabe, die Umfangsgrenzen derselben oder die durchführenden Wege und Straßen festzulegen. Diese an sich einfache Aufgabe wird durch die Größe der Waldungen oft sehr schwierig. Ueber die Aufnahme der Forsten

ist bertits im §. 80 u. ff. das Nöthige erwähnt worden; nur dürfte hier noch anzuführen sein, daß die dort für solche Aufnahme geforderte Genauigkeit für topographische Arbeiten nicht gerade nothwendig erscheint. Im Allgemeinen sei bemerkt, daß die Aufnahme eines Waldes, Forstes rc. mit der Festlegung der Umfangsgrenzlinien beginnt; ist dies von allen Seiten geschehen, so kann man zur Aufnahme des Innern, der Straßen, Wege, Gestelle rc. übergehen, wobei man fließende Gewässer, Sümpfe und Moore festzulegen sucht. Die forstwirthschaftlichen Unterschiede hinsichtlich des Bestandes bleiben unberücksichtigt, höchstens werden große Blößen aufgenommen. Wo wichtige Wege rc. durch Vorgehen nach Alignements festgelegt werden sollen, ist die Anwendung der Meßkette zu den Längenbestimmungen zu empfehlen. —

§. 128. c) Unebenheiten des Terrains (Berge). — Die Aufnahme der Unebenheiten des Bodens ist eines der mühevollsten und schwierigsten Geschäfte bei einer militairischen Vermessung. Sie setzt nicht allein eine theoretische Kenntniß der Gesetze des Bergzeichnens und eine hinreichende praktische Fertigkeit in ihrer Anwendung voraus, sondern auch ein geübtes Auge, die mannigfaltigen Bergformen richtig aufzufassen; sie erfordert endlich, um letztere naturgetreu wiederzugeben, mehr als alle übrigen Vermessungs-Arbeiten, ein gewisses künstlerisches Geschick, dessen Mangel sich oft durch den besten Willen nicht ersetzen läßt.

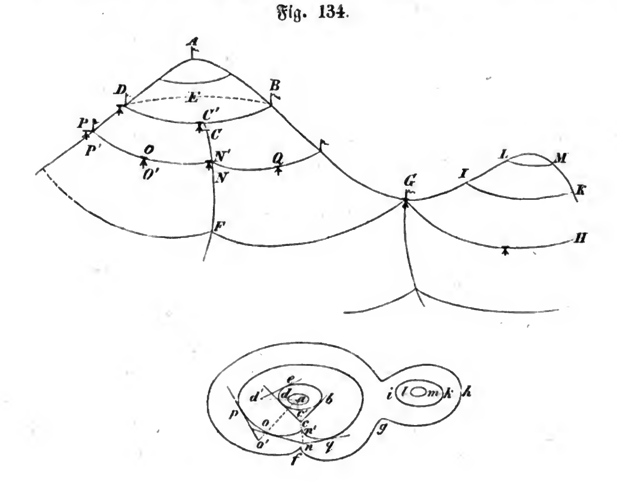
Bei der Aufnahme eines bergigen Terrains kann man im Allgemeinen nach zwei verschiedenen Methoden verfahren: entweder man bestimmt eine hinreichende Menge von Horizontalen, ermittelt die zugehörigen Böschungsgrade und zeichnet dann die Bergstriche rechtwinklig zu den Horizontalen ein; oder man giebt zuerst die Strichrichtung an, welche an jeder Stelle durch die Neigungslinie des Abhangs (Linie des stärksten Abfalls oder des Wasserlaufes) bestimmt ist, ermittelt die Böschungswinkel und führt dann die für das Auszeichnen nöthigen Horizontalen rechtwinklig durch die Striche hindurch. In beiden Fällen dienen die gemessenen Böschungswinkel zugleich als Controle für die richtige Lage der auf die eine oder andere Weise erhaltenen Horizontalen. Jede der genannten Methoden hat ihre eigenthümlichen Vorzüge, aber auch ihre Mängel. Das Bestimmen der Horizontalen, mit Sorgfalt ausgeführt, gewährt zwar im Allgemeinen die größeste Richtigkeit, ist aber ein sehr mühsames und zeitraubendes Geschäft, welches außerdem in sehr bedecktem und waldigem Terrain auf große, fast unüberwindliche Schwierigkeiten stößt und in flachen Gegenden wenigstens keinen erheblichen Nutzen bringt. Das Angeben der Strichrichtung, welches immer nur nach dem Augenmaaße geschehen kann,

erlaubt dagegen ein weit schnelleres Arbeiten und läßt sich in jedem Terrain ohne Schwierigkeit ausführen, führt aber leicht zu einer gewissen Oberflächlichkeit der Darstellung, und in Gegenden, deren Erhebungen einen großartigen Charakter annehmen, ausschließlich angewendet, nicht selten zu merklichen Unrichtigkeiten. Es ist daher zweckmäßig, beide Methoden Hand in Hand gehen zu lassen, die eine durch die andere zu ergänzen und zu kontroliren. Die erstere Methode wird besonders da vorherrschen, wo es sich um die Darstellung größerer Bergmassen und steilerer Böschungen, sowie um den Zusammenhang zwischen Bergparthieen von bedeutendem Höhenunterschiede handelt; die zweite Methode wird dagegen den Vorzug verdienen, wenn man es mit einem flacheren Terrain zu thun hat, in welchem sich die einzelnen Kuppen nur wenig überhöhen, besonders aber, wenn es auf eine schnelle Vollendung der Arbeit ankommt.

Für die praktische Anwendung beider Methoden mögen folgende Beispiele dienen.

Bestimmung der Horizontalen. — Für diese Arbeit ist der Meßtisch das zuverlässigste und bequemste Instrument, jedoch kann jedes Nivellir-Instrument gleichfalls zu derselben angewandt werden. Sollen mit dem Meßtische nun die Horizontalen eines Berges bestimmt werden, so stelle man denselben auf dem höchsten Punkte des Berges, z. B. in A (Fig. 134), auf und bestimme durch Rückwärts-Einschneiden die Lage des

Fig. 134.



Stationsortes auf dem Meßtische. Hierauf nehme man die krumme, in sich zurücklaufende Begrenzung der Bergkuppe in der Weise auf, wie jede andere Figur, in deren Mitte man steht; errichte an Stelle des Meßtisches ein Signal und gehe den Bergabhang hinab bis zu dem Punkte C, durch welchen man die erste Horizontale legen will. Die Entfernung von A bis C ist durch die Zahl der Schritte bestimmt. Ein wenig unterhalb C stelle man den Meßtisch genau horizontal auf, orientire ihn und stecke in den auf demselben bestimmten Punkte a (A der Kuppe) eine Stationsnadel, lege das Diopterlineal daran, visire nach dem Signal in A, ziehe die Visirlinie rückwärts und trage auf diese die gemessene Entfernung AC von a nach c. Nun lege man das Diopterlineal so auf die Tablette, daß es auf der Kante liegt, und mithin sowohl die Spalte des Okular- als das Haar des Objektivdiopters eine horizontale Lage erhält, visire durch das Instrument vorwärts in der Richtung auf das Signal in A, so wird das Haar des Objektivdiopters scheinbar einen Punkt C_1 am Bergabhange schneiden, der mit der jetzt horizontalen Diopterebene in einerlei Horizontale oder in gleicher relativer Höhe liegt. Diesen Höhenpunkt lasse man in der Richtung CA mit einem Pfahle bezeichnen; dann richte man das Diopter nach beiden Seiten und lasse dort in B und D, wo das Haar scheinbar den Abhang schneidet, in der horizontalen Visirebene Pfähle einschlagen. Man richtet sodann das Diopterlineal wieder senkrecht auf, visirt nach B und D und zieht die Visirlinien, mißt die Entfernungen CB, CD und CC_1 und trägt diese auf die entsprechenden Visirlinien von c nach b, d und c_1 auf, wodurch auf dem Meßtische drei Punkte bestimmt sind, die in einer Horizontale liegen. Sodann stellt man den Meßtisch in der Richtung AD, jedoch so tief unter dem mit einem Pfahl bezeichneten Punkte D in D_1 auf, daß die horizontale Meßtischplatte mit jenem Punkte in einer Horizontale liegt, messe nach der Orientirung des Meßtisches die Entfernung DD_1 und trage sie von d nach d_1 auf; visirt man nun mit dem umgelegten Diopterlineal nach der Seite des Abhanges, nach welcher man herum arbeiten will, so wird man in derselben Weise, wie D und B, einen Punkt E bestimmen, der mit B, C_1 und D in einer Horizontale liegt. Kann man von E aus nach B sehen, so ist die Aufnahme der ersten Horizontale vollendet und es brauchen nur noch die auf dem Meßtisch bestimmten, in einer Horizontalebene liegenden Punkte b, c_1, d und e, den gebogenen Flächen der Bergabhänge gemäß, durch eine krumme, in sich zurücklaufende Linie nach dem Augenmaaß verbunden zu werden, um jene Horizontale bildlich darzustellen. Man wird immer, wenn man von der letzten Station (hier E) nach B visirt, darin eine Prüfung der Arbeit haben, daß bei'm Visiren von E

nach B das Haar des Objectivdiopters scheinbar den Pfahl B schneidet. Findet hierbei eine bedeutende Abweichung statt, so muß die Arbeit berichtigt werden. Bei Bergen von großem Umfang oder langen Horizontalen arbeitet man von beiden Seiten um den Berg herum.

Ist die erste Horizontale bestimmt, so geht man in einer angemessenen Entfernung von derselben, z. B. in N sofort zur Bestimmung der zweiten, hierauf der dritten, vierten &c. Horizontale über, bis man endlich den Fuß des Berges erreicht und dessen Contur ebenfalls genau bestimmt. — Kommt man bei Bestimmung der Horizontalen, z. B. der von FG, an eine Stelle G, wo der aufzunehmende Berg mit einem zweiten in Verbindung steht, so geht man in derselben Horizontalebene GH auch um den zweiten herum, bis man zu demselben Punkte zurückkommt, von dem man ausging. Hierauf legt man um den letzteren Berg, dessen Kuppe jedoch vorher festgelegt wird, die Horizontalen IK und LM, die über der bereits festgelegten GH noch etwa nöthig werden. Eine weitere Ausdehnung der Aufnahme über mehrere Berge erfordert dasselbe Verfahren und bietet keine Schwierigkeiten dar.

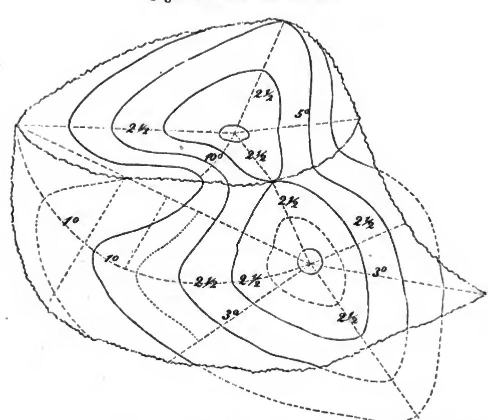
Während der Aufnahme der Horizontalen misst man zugleich die Neigungswinkel der Gehänge mit dem Böschungsmesser und schreibt die Gradzahl an den betreffenden Orten zwischen die Horizontalen.

Wo ein häufiger Wechsel der Gradationen und Formen der Gehänge eintritt, müssen die Horizontalen näher gelegt werden, als da, wo die Gehänge sich stetig neigen. Will man sehr genau zu Werke gehen, so legt man zwischen die Haupthorizontalen, auf den Grenzen verschiedener Neigungswinkel, Zwischenhorizontalen, entweder nach dem Augenmaaße oder mit dem Meßtische, obwohl das letztere eine sehr mühevolle und zeitraubende Arbeit sein würde. —

Die andere Methode, welche zugleich eine schnellere Aufnahme der Berge, als die eben dargelegte, gestattet, ist folgende. Steht man anfangs auf der Kuppe eines Berges, den man aufnehmen will, z. B. in A (Fig. 135), so giebt man den Auslauf der Neigungsstriche nach allen Seiten hin an. Während der Aufnahme des übrigen Details hat man bereits die Lage der Kuppen, den Fuß der Berge und deren Umgrenzungen, den Zug der Wasserfurchen und Höhenrücken, die Wege, Schluchten und alle Gegenstände, die sich auf der Oberfläche des Berges befinden, bestimmt. Ermittelt man ebenso beiläufig mit einem Böschungsmesser die Neigungswinkel der Rücken und Gehänge, misst oder schätzt man den Abstand der Stellen, an welchen ein Gradationswechsel eintritt, von Kuppen oder Wasserfurchen, und schreibt man an die betreffenden Stellen die Zahlen der Böschungswinkel

so allmälig ein, als man zu ihnen kommt und wie es in Fig. 135 angedeutet ist, so erhält man ein Netz, dessen einzelne Stücke nur unter einander

Fig. 135. S. Seite 253.



in Verbindung gebracht zu werden brauchen, damit die ganze Strichlage des Berges entsteht. Durch diese Striche legt man endlich rechtwinklig Horizontalen in dem Abstande der Strichlängen und kann dann die Zeichnung selbst ausführen, was am Zweckmäßigsten unmittelbar während der Aufnahme selbst geschieht. Bei der Zeichnung des Netzes für eine derartige Aufnahme, wird man zur Vermeidung von Fehlern wohl thun, die Wasserfurchen, Höhenrücken und Horizontalen durch verschiedene Arten von Linien zu bezeichnen. —

Die beiden hier eben dargelegten Methoden haben nur einen relativen Werth; sie sollen zur Ausbildung des Topographen dienen. Wer zum ersten Male einen Berg aufnimmt, wird in der Anwendung der ersteren Methode ein instructives Mittel finden, den Charakter des Terrains zu erkennen und die über dasselbe hinweglaufenden Horizontalen fast fehlerfrei zu beurtheilen. Dann verfährt man nach der zweiten Methode und wird nach kurzer Uebungszeit es dahin bringen, daß Auge und Hand die Arbeit mit mechanischer Fertigkeit ausführen. Der Aufnehmer muß die Geschicklichkeit, welche ihn in den Stand setzt, eine Bestimmung der Horizontalen ganz zu entbehren, unerläßlich erlangen; abgesehen von einem großen Zeitaufwande, den die genaue Festlegung der Horizontalen erfordert, ist dieselbe

auch in angebauetem oder bewaldetem Terrain eine Unmöglichkeit. Der geübte Topograph wird aber durch das Croquiren der Berge eben so genaue Arbeiten liefern, als sie durch zeitraubende Bestimmung der Horizontalen erhalten werden. —

Bei der praktischen Ausführung einer Bergaufnahme beachte man folgende Regeln:

Man stationire sich auf allen bedeutenderen Bergkuppen und bestimme hier, entweder nach dem Augenmaaße oder durch Vorwärts=Visiren und Abschreiten, den Umfang desjenigen Theils, welcher noch als eben betrachtet werden kann. Wird der Obertheil des Berges durch ein ausgedehnteres Plateau gebildet, so nehme man an dem Rande desselben die zu seiner Festlegung nöthigen Aufstellungen.

Außer der Kuppe suche man vor Allem die Form der Bergrücken, die Richtung der Schluchtlinien, so wie die Fußbegrenzung richtig aufzunehmen. Durch die Bergrücken treten die verschiedenen Parthieen in Verbindung, durch die Schluchten werden sie getrennt und in einzelne Abschnitte zerlegt; man erhält daher durch ihre Darstellung das Netz, welches nicht nur die Uebersicht des Ganzen begünstigt, sondern auch das Einzeichnen der Abhänge erleichtert.

Bei dem Aufnehmen der Abhänge wähle man die Stationen besonders an solchen Stellen, in denen sich die Form des Berges am deutlichsten ausprägt, also namentlich da, wo sich merkliche Böschungs=Veränderungen, Vorsprünge, Einschnitte ꝛc. befinden.

Auf jeder Station zeichne man den sichtbaren Hang des Terrains, etwa in einem Umkreise von 200 Schritt, durch Angabe der Strichrichtung ein, indem man zugleich die Böschungsgrade misst und notirt. Flächen von weniger als $2\frac{1}{2}^0$ Böschung werden als eben betrachtet und bleiben weiß.

Bei wichtigen Parthieen suche man eine oder mehrere Horizontalen im Zusammenhange aufzunehmen. Läßt sich dies aber wegen besonderer Terrain=Verhältnisse nicht ausführen, so ermittele man wenigstens einige Punkte, welche in gleicher Höhe liegen und benutze sie später als Controlle für die richtige Lage der sich aus der Strichrichtung ergebenden Horizontalen.

Solche Stellen, an denen sich der Neigungswinkel des Abhangs plötzlich um mehr als 5^0 ändert, müssen ihrer militairischen Wichtigkeit wegen mit besonderer Sorgfalt dargestellt werden. Folgen dagegen geringe Böschungs=Aenderungen schnell auf einander, so wird die mittlere Böschung ermittelt und ausgedrückt. Auch das ist eine Sache der Uebung, das minder Wichtige alles dessen, was sich auf dem Terrain befindet, von

dem Wichtigeren zu unterscheiden; es würde z. B. ein großer Fehler sein, künstliche Terrassen (bei Weinbergen 2c.) eines Bergabhanges wegzulassen, weil dieselben hemmend auf die Anwendung der Cavallerie und Artillerie einwirken.

Begiebt man sich von einer Station zur andern, so unterlasse man nicht, das Terrain nach allen Seiten hin mit Aufmerksamkeit zu betrachten, sich eine klare Anschauung von dem Zusammenhang des Ganzen zu verschaffen und begnüge sich nicht mit der Vorstellung, welche man von einem Standpunkte aus darüber gewonnen hat, indem dieselbe Form, von verschiedenen Seiten betrachtet, oft sehr verschiedenartige Eindrücke macht, aus deren Zusammenwirken erst ein richtiger Total-Eindruck entsteht.

Hat man eine in sich abgeschlossene Parthie vollendet, so vergleiche man die Zeichnung noch einmal mit der Natur, um sich zu überzeugen, ob man den Charakter der letztern auch, im Ganzen, wie in den noch darstellbaren Einzelnheiten, richtig ausgedrückt habe, und verbessere dann die etwa entdeckten Fehler.

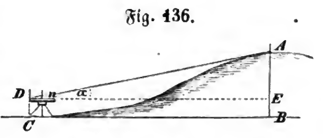
Im Allgemeinen ist ein Gebirge, wie jedes markirte Terrain, viel leichter aufzunehmen, als ein flachhügeliges oder sanftansteigendes Terrain. Besonders schwierig ist die Aufnahme eines mit Wald bedeckten Höhen-Terrains. Da man hier mit dem Meßtisch selten anders als auf Wegen fortarbeiten kann, so wird man auch hauptsächlich von diesen aus die Richtung der Schluchtlinien und Bergrücken bestimmen, demgemäß eine Brouillon-Zeichnung entwerfen, die Kuppen durch Abschreiten von bekannten Punkten aus bestimmen, dann die Strichrichtung und die Böschungswinkel der Abhänge so vollständig und genau als möglich angeben und das auf diese Weise erhaltene Terrain-Bild in die Meßtisch-Zeichnung übertragen. Daß eine solche Aufnahme stets an einer gewissen Oberflächlichkeit leiden wird, liegt in der Natur der Sache.

Soll mit der Aufnahme der Berge zugleich eine Höhen-Bestimmung der ausgezeichnetesten Punkte verbunden werden, so wird sich diese bei militairischen Vermessungen immer nur auf die Ermittelung relativer Höhen beschränken. Man wählt zu diesem Zweck den Wasserspiegel des bedeutendsten, die Gegend durchströmenden Gewässers als Grundebene, stellt sich daselbst mit dem Instrumente auf und bestimmt von hier aus die Höhe der sichtbaren Bergkuppen. Von diesen Kuppen wird wieder die Höhe anderer Punkte bestimmt u. s. w. Ist nun die Höhe irgend eines dieser Punkte bekannt, so ergiebt sich durch Addition oder Subtraction der gemessenen Höhen auch die absolute Höhe aller übrigen Punkte. Wie

man die Höhenmessungen bewirkt, ist bereits in dem Abschnitte „über Nivelliren und Höhenmessen" dargelegt worden; nur scheint es zweckmäßig, hier noch die Anwendung des Lehmann'schen Diopterlineals zum Bestimmen von Höhen zu erwähnen.

Man stelle nämlich den Meßtisch in einem Punkte C (Fig. 136), welcher mit dem Fuße B des Gegenstandes AB gleiche Höhe hat, horizontal auf, setze das Diopterlineal, nachdem das Objektiv in der Nähe des Okular-Diopters festgeschraubt ist, darauf, visire durch das unterste Visirloch nach der Spitze A des Gegenstandes und rücke dabei das Pferdehaar des Schiebers in die Visirlinie, so wird dasselbe an der Eintheilung der innern Seite des Objektiv-Diopters, und zwar auf der von unten nach oben beschriebenen Scala, eine bestimmte Anzahl, z. B. n Theile, abschneiden, deren 100 auf die Entfernung beider Diopter kommen. Ist nun die Horizontal-Entfernung der Punkte A und C, nämlich BC = a, bekannt und denkt man sich ferner DE ⌗ BC gezogen, so wird auch DE = a sein und es verhält sich

Fig. 136.



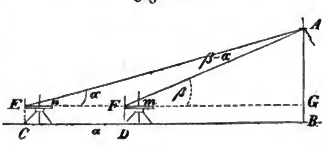
$$100 : n = a : AE, \text{ mithin ist } AE = \frac{na}{100}.$$

Hierzu ist nun noch die Höhe des Meßtisches DC = p zu addiren, dann ergiebt sich die ganze Höhe des Punktes A über dem Punkte C, nämlich:

$$AB = p + \frac{na}{100}. —$$

Soll die Höhe eines Gegenstandes ermittelt werden, dessen horizontale Entfernung vom Aufstellungspunkte nicht bekannt ist, so wählt man zwei Aufstellungspunkte C und D (Fig. 137) in gleicher Höhe mit dem Fuße B des Gegenstandes AB und visirt von beiden Punkten aus nach A. Schneidet nun im Punkte C der Schieber des Pferdehaares n, im Punkte D aber m Theile am Objektivdiopter ab, findet sich ferner die Entfernung beider Aufstellungs-Punkte CD = EF = a und bezeichnet man FG durch x, so ist

Fig. 137.



$$100 : n = a + x : AG \text{ und}$$
$$100 : m = x : AG, \text{ also}$$
$$n(a + x) = mx \text{ und } x = \frac{na}{m - n}.$$

Nach der zweiten Gleichung ist aber

$$AG = \frac{mx}{100}.$$

Setzt man daher statt x obigen Werth, so ergiebt sich

$$AG = \frac{mna}{100\,(m - n)};$$

wozu wiederum die Höhe CE = FD = p des Meßtisches zu addiren ist, um die ganze Höhe des Gegenstandes, nämlich

$$AB = p + \frac{mna}{100\,(m - n)} \text{ zu erhalten. —}$$

§. 129. d) Bewohnte Orte. — Schon im §. 68 ist über die Aufnahme bewohnter Orte das Nöthige dargestellt worden, und es ist dem nur Wenig noch zuzufügen.

Die militairische Aufnahme bewohnter Orte verlangt selbstredend eine Berücksichtigung aller militairisch wichtigen Gegenstände, deren jene gerade recht viele darbieten. Größere Häuser und Gebäude, ob von Stein oder Holz, Straßen, Mauern, Hecken, Gärten, Kirchhöfe ꝛc. sind alle von Bedeutung für militairische Zwecke. Deren Aufnahme bietet nur dann mehr Schwierigkeit als gewöhnlich dar, wenn der Ort von dem Topographen nicht betreten werden kann. —

§. 130. Wenn ein Meßtischblatt voll gearbeitet ist, so wird der Raum innerhalb des voll gezeichneten Rechtecks mit einem Netze von Quadraten überzogen, wovon jedes eine bestimmte Anzahl von Ruthen faßt, etwa 100, 500 ꝛc., je nachdem der Maaßstab klein oder groß ist; mittelst dieser Quadrate kann das Blatt später reducirt und copirt werden. Sollte auch das vom Tische abgeschnittene Blatt einlaufen oder sich verziehen, so hat das keine nachtheiligen Folgen für die Copie, weil jedes Quadrat seine richtige Gestalt wieder erhält.

Sollten auf Seiten des aufgenommenen Blattes andere Blätter angesetzt und, aus Mangel der trigonometrisch bestimmten Haupt-Richtpunkte, ein Netz von Richtpunkten nach den auf dem ersten Blatte bestimmten Richtobjekten aufgenommen werden, so müssen noch vor dem Abnehmen des Papieres vom Tischblatte sowohl die Längen der Linien, welche als Anbindungs- oder Grundlinien für die daranstoßenden Blätter dienen

sollen, als die Abstände dieser Punkte von den Randlinien ganz genau mit dem Zirkel abgenommen, im Maaße bemerkt und eben so genau auf den neuen Ueberzug des zweiten Tischblattes übertragen werden. Wollte man diese Linie von dem bereits abgenommenen und eingelaufenen Papiere durchstechen, so würde jedes folgende Blatt in einem kleineren Maaßstabe aufgenommen werden, als das vorhergehende, mithin könnten die Blätter nicht zusammen passen. Nach diesem Abnehmen der Anbindungslinien wird das Blatt abgenommen und ausgezeichnet. Unter diesen Umständen ist es gut, wenn man mehrere Tischblätter hat, die alle auf ein Stativ passen (s. §. 64). —

Die beste Prüfung einer militairischen Aufnahme ist die Vergleichung derselben mit dem Terrain. Es läßt sich dabei zugleich ermitteln, ob nicht etwa wichtige Gegenstände übersehen und weggelassen sind. Zur Prüfung der Bergzeichnung trägt man die Profile einiger beliebig angenommener Linien auf, wobei sich gleich ergiebt, ob die Bergabdachungen durch Lage und Verhältniß der Striche richtig ausgedrückt sind oder nicht. An zweifelhaften Stellen legt man Horizontalen, um zu untersuchen, ob zwischen solchen, bei den verschiedensten Abständen von einander und bei den verschiedensten Haltungen der Striche, gleiche Höhenunterschiede sich ergeben. — Die Richtigkeit der Grundlage wird geprüft, wenn man auf dem Terrain untersucht, ob alle die Gegenstände, welche eine willkürlich auf dem Blatte gezogene gerade Linie trifft, auch auf dem Felde in einer Verticalebene liegen. Diese Prüfungsart ist so streng als einfach. —

Für die Brauchbarkeit eines militairischen Planes ist es nicht unwichtig, während der Aufnahme schriftliche Notizen zu machen und dieselben täglich in einem sogenannten Arbeits=Journale niederzulegen. Dasselbe wird hauptsächlich folgende Gegenstände enthalten:

a) eine gedrängte Uebersicht der an jedem Tage vorgenommenen Vermessungs=Arbeiten, wobei zu erwähnen sein würde, welche Terraintheile genau mit dem Meßtisch und welche nur nach dem Augenmaaße aufgenommen sind; in welchen Fällen die Längen durch die Kette bestimmt wurden u. s. w.

b) eine kurze Angabe der mit Behörden oder Privat=Personen gepflogenen, auf die Messung bezüglichen Verhandlungen;

c) Notizen in Betreff aller militairisch wichtigen Verhältnisse, welche in dem Plane selbst entweder gar nicht oder nur unvollständig ausgedrückt werden konnten;

d) ein Verzeichniß aller anvisirten und geschnittenen Punkte, die in der Zeichnung mit Nummern bezeichnet sind.

Andere zweckdienliche Angaben bleiben dem Urtheile des Aufnehmers oder der ihm ertheilten Instruction überlassen.

b) Das Croquiren oder Zeichnen nach dem Augenmaaße.

§. 131. Im Allgemeinen versteht man unter einem Croquis jede Terrain-Darstellung, welche, ohne Benutzung des Meßtisches, der Meßkette und der Boussole, entweder blos nach dem Augenmaaße, oder durch Abschreiten rc. in Verbindung mit einem leicht transportabeln Winkelmesser, wie der Reflektor, katoptrische Zirkel, Patent- und Orientir-Boussole ausgeführt wird. Das Geschäft selbst nennt man eine flüchtige Aufnahme, Aufnahme à coup d'oeuil oder Croquiren. Es ist schon früher erwähnt worden, daß in einzelnen Fällen das Croquiren zur Ergänzung einer topographischen Aufnahme mit dem Meßtisch sich an diese anschließt; unabhängig davon kommt es meist nur im Kriege vor und in dieser Rücksicht soll es hier Erwähnung finden.

Die Ausführung einer flüchtigen Aufnahme setzt nicht allein eine große Fertigkeit im topographischen Aufnehmen, Gewandtheit im schnellen und ausdrucksvollen Zeichnen, ein gutes Augenmaaß zum Schätzen von Entfernungen und Winkeln und ein geübtes Orientirungsvermögen voraus, sondern auch ein gebildetes Urtheil über die militairische Bedeutung der darzustellenden Terrain-Verhältnisse, weil es in diesem Falle vorzugsweise darauf ankommt, das Wichtige von dem Unwichtigen zu unterscheiden. Der Grad der Genauigkeit einer solchen Aufnahme hängt größtentheils von der Zeit ab, über welche man verfügen kann; sie ist häufig nicht viel bedeutender, als man gebraucht, um die Gegend ihren Hauptrichtungen nach zu durchwandern. Man darf daher nichts versäumen, was die Arbeit beschleunigen und deren Zuverlässigkeit befördern kann.

Zum Zweck einer Aufnahme nach dem Augenmaaße überzieht man das Blatt, auf welchem das Croquis angefertigt werden soll, mit einem Netz von Quadraten, deren Seiten in dem festgesetzten Verjüngungs-Maaßstabe eine Länge von etwa 300—500 Schritt haben, um hiernach die abgeschrittenen oder geschätzten Entfernungen nach dem Augenmaaße angeben zu können und des Abtragens vermittelst eines Zirkels und Maaßstabes überhoben zu sein. Kann man aus einer Specialkarte die Lage einiger festen Punkte, die Richtung der Hauptstraßen, der fließenden Gewässer rc. entnehmen und nach dem Maaßstabe des Quadrat-Netzes auf das Croquirblatt übertragen, so ist die Arbeit schon dadurch wesentlich erleichtert; man giebt den so aufgetragenen wichtigen Punkten und Linien

am zweckmäßigsten eine solche Orientirung, daß durch eine Quadratseite die Richtung der Nordlinie bezeichnet wird. Um die Zeichnung mit Bequemlichkeit ausführen zu können, befestigt man dieselbe auf einer hölzernen Tafel, die Croquir-Planchette, von etwa 8—9″ dc. im Quadrat, welche durch Charniere zum Zusammenlegen eingerichtet ist. Meist ist die Croquir-Planchette mit einer kleinen Orientir-Boussole verbunden; im andern Falle versieht man sich mit einem Reflector oder Patentboussole, um das Croquis mit einiger Zuverlässigkeit auszuführen.

Eine flüchtige Aufnahme findet entweder zu Fuß oder zu Pferde statt; im letzteren Falle werden die Entfernungen durch Galoppsprünge, deren Verhältniß zum Schrittmaaß vorher festgestellt werden muß, ermittelt. Daß hierbei von Genauigkeit und überhaupt von einer zusammenhängenden Zeichnung nicht die Rede sein kann, versteht sich von selbst; auch wird diese Art der flüchtigen Aufnahme gewöhnlich nur angewendet, wenn es darauf ankommt, einen vorhandenen Plan durch Vergleichung mit dem Terrain zu prüfen und zu rectificiren, oder wenn es sich nur darum handelt, bei größeren Recognoscirungen den Bericht über einzelne Terrain-Verhältnisse durch ein flüchtiges Bild zu erläutern.

§. 132. Bei Aufnahmen nach dem Augenmaaße hat man es entweder mit einzelnen Gegenständen oder mit ganzen Terrain-Abschnitten zu thun; in ersterer Beziehung aber hauptsächlich mit dem Croquiren von Kolonnenwegen, bewohnten Orten und Flußstrecken.

Unter einem Kolonnenwege versteht man einen Weg, welcher mit Rücksicht auf besondere kriegerische Zwecke für den Marsch einer größeren Truppenmasse ausgesucht und, wenn es nöthig ist, durch Strohwische xc. kenntlich gemacht wird. Bei dem Croquis eines solchen Weges, welches gewöhnlich in einer Verjüngung von 1 : 50000 ausgeführt wird, kommt es darauf an, außer der Richtung alles dasjenige anzugeben, was den marschirenden Truppen die Orientirung erleichtern, den Marsch selbst erschweren kann. Dahin gehören alle seitwärts abgehenden Nebenwege, die ihn durchschneidenden Flüsse, Bäche, Gräben mit ihren Uebergängen, die Gehöfte, Dörfer und Städte, welche er berührt, die zur Seite oder auf der Linie desselben befindlichen Terrain-Unebenheiten, Wiesen- und Bruchstrecken xc. Alle diese Gegenstände müssen nicht allein ihrer Eigenthümlichkeit nach scharf und deutlich angegeben, sondern auch mit den ihnen zukommenden Benennungen beschrieben werden. Führt der Colonnenweg von einer gebahnten Straße ab, über freies Feld oder Wiesen hin, so wird seine Richtung punktirt. Alles zur Seite bis auf etwa 500—800 Schritt rechts und links liegende Terrain wird gleichzeitig mit dem Wege

nach dem Augenmaaße eingezeichnet. Von besonderem Vortheile ist die Angabe der Alignements einzelner Theile des Colonnenweges. Endlich wird das Croquis, das man am bequemsten auf lange Papierstreifen zeichnet, mit erläuternden Randbemerkungen versehen, welche sich hauptsächlich auf die Praktikabilität der verschiedenen Wegstrecken und die Beschaffenheit des angrenzenden Bodens beziehen. —

Die flüchtige Aufnahme bewohnter Orte unterscheidet sich sehr wenig von dem Aufnehmen mit dem Meßtische. Kleinere bewohnte Orte werden im Laufe einer größeren Aufnahme gewöhnlich nur croquirt. Bevor man die Arbeit beginnt, muß man sich zuerst mit der Lokalität des Ortes so weit bekannt machen, um beurtheilen zu können, ob das Croquis zweckmäßiger von der Mitte oder vom Umfange aus zu beginnen ist; jedenfalls ist es am vortheilhaftesten, mit demjenigen Theile den Anfang zu machen, welcher die bestimmtesten Formen darbietet. Da die Aufnahme eines Ortes gewöhnlich in der Absicht geschieht, um danach Vertheidigungs-Maaßregeln anordnen zu können, so ergiebt sich hieraus, welche Gegenstände mit besonderer Sorgfalt dargestellt werden müssen. Der Maaßstab darf nicht zu klein gewählt werden, in den meisten Fällen wird der von 1 : 12500 der angemessenste erscheinen. In Orten, die viele, vielleicht sehr gekrümmte Gassen haben, wird man zweckmäßig verfahren, die Richtung und Lage derselben zu einander zuerst zu croquiren. —

Das Croquiren einer Flußstrecke geschieht in der Regel in demselben Maaßstabe, wie die topographische Aufnahme (1 : 25000), wird sonst aber nach denselben Regeln, wie die Aufnahme eines Colonnenweges ausgeführt. Sind bereits festgelegte Objekte als Anhaltspunkte vorhanden, so bestimmt man nach ihnen die wichtigsten Punkte der Ufer und trägt die dazwischen liegenden Krümmungen nach dem Augenmaaße ein. Ist der Fluß nur schmal, so werden beide Ufer zu gleicher Zeit aufgenommen, ist er dagegen breit, so werden sie besonders croquirt. Wie viel Terrain seitwärts mit dargestellt werden muß, hängt von dem besonderen Zweck des Croquis ab; in den meisten Fällen geschieht es bis auf Kanonenschußweite.

§. 133. Die flüchtige Aufnahme eines größeren Terrain-Abschnittes kann nur im Kriege Werth haben, im Frieden ist es höchstens Sache der Uebung. Sie gehört zu den schwierigsten Arbeiten und wird nur von einem gewandten Zeichner und Aufnehmer auf eine befriedigende Weise ausgeführt werden können. Wie eine flüchtige Aufnahme nach dem Augenmaaße auszuführen ist, um in möglichst kurzer Zeit einen brauchbaren Plan herzustellen, ist mehr Sache der Erfahrung,

als der Belehrung, weshalb hier nur einige Andeutungen darüber gegeben werden können.

Soll eine solche Aufnahme Zuverlässigkeit erhalten, so darf sie nicht über ein zu großes Terrain ausgedehnt werden. Hat man aus einer Specialkarte eine hinreichende Anzahl fester Punkte, die Richtung der Hauptwege und fließenden Gewässer ꝛc. auf das quadrirte Croquirblatt übertragen und sich zugleich den allgemeinen Charakter der Gegend eingeprägt, so verfolge man zunächst die Hauptstraße des am höchsten liegenden Theiles der Gegend und zeichne dabei alles bis auf etwa 500 Schritt seitwärts gelegene Terrain nach dem Augenmaaße ein. Setzt man das Verfahren in dieser Weise auch auf allen übrigen Straßen fort, so wird sich zuletzt ein zusammenhängendes Bild ergeben, dessen einzelne etwa noch vorhandene Lücken sich leicht ausfüllen lassen. Nebenwege werden von den Hauptstraßen aus nur ihrer ungefähren Richtung nach angegeben; von Städten und Dörfern wird nur ein flüchtiges Bild entworfen, doch müssen ihre Umfassungen, Eingänge und Hauptstraßen zu ersehen sein, ebenso ist die Lage der Kirchen, Kirchhöfe und großer massiver Gebäude anzugeben. Bei Wäldern wird der Saum nach dem Augenmaaße eingezeichnet, außerdem die größere oder geringere Dichtigkeit angedeutet. Brüche und Wiesen werden nur dann eingetragen, wenn ihre Ausdehnung sie militairisch wichtig macht. Alles Detail, welches kein militairisches Interesse hat, wird weggelassen, dagegen werden Windmühlen, Kapellen, Kreuze ꝛc., welche zur Orientirung nützlich sein können, in die Zeichnung aufgenommen. Von den Unebenheiten des Bodens wird nur ein ganz allgemeines Bild entworfen; doch muß die Lage der Hauptrücken und Kuppen, die Richtung tief eingeschnittener Schluchten und der Charakter solcher Abhänge, welche auf Truppenbewegungen von Einfluß sind, erkannt werden können. Böschungen unter 5^0 werden in der Regel gar nicht ausgedrückt und solche über 25^0 nur in starken Strichen angegeben. — Möglichst rasche Ausführung ist in der Regel die Hauptbedingung für eine solche Arbeit. —

II. Das Planzeichnen.

§. 134. Die Hauptsache eines militairischen Planes ist die Darstellung des Terrains; sie muß den Charakter und die Eigenthümlichkeiten einer Gegend vollständig wiedergeben, um den Einfluß beurtheilen zu können, den das Terrain auf die Bewegung und Schlagfähigkeit der Truppen ausübt. Eine brauchbare Terrainzeichnungs-Manier soll nicht allein das treue Bild einer Gegend wiederzugeben gestatten, sondern auch überall

auf dem Plane selbst das bestimmte Neigungs-Verhältniß ersehen lassen; sie soll endlich mit Leichtigkeit, Schnelligkeit und Bestimmtheit ausgeführt und verstanden (gelesen) werden können.

Eine solche Darstellungsweise war indessen nicht sogleich gefunden und es mangelt nicht an den verschiedenartigsten Versuchen auf diesem Gebiete. Gegen Ende des vorigen Jahrhunderts war es v. Müller, der in Preußen den ersten Impuls zu einer zweckmäßigen Terrainbezeichnung gab, indem er die Unebenheiten des Bodens durch mehr oder mindere Schwärze der Zeichnung, später durch 9 verschiedene Bezeichnungen darstellte. Nach ihm ist es der sächsische Major J. G. Lehmann gewesen, welcher allen Nachfolgern die Bahn in der rationellen Darstellung des Terrains durch Zeichnung gebrochen hat*). Lehmann's Methode erfüllt die Aufgabe: den Böschungswinkel der Abdachung bestimmt erkennen zu können. Sie beruht auf den beiden Sätzen: daß die Ansicht der topographisch darzustellenden Gegend senkrecht auf jeden Punkt der vielleicht sehr unebenen Erdoberfläche angenommen werde und daß eine Fläche um so heller erscheint, je mehr Lichtstrahlen, und um so dunkler, je weniger Lichtstrahlen sie empfängt. Aus dem letzteren Satze entwickelte Lehmann das Verhältniß des Schwarzen zum Weißen, welches er für 0^0 bis 45^0 in 9 verschiedenen Abstufungen festsetzte, die regelmäßig von 5^0 zu 5^0 auf einander folgen. Die nicht wegzuläugnende Schwierigkeit der brauchbaren Darstellung des Terrains nach Lehmann'scher Methode, rief wieder verschiedene Versuche hervor, das einmal theoretisch Begründete weiter zu entwickeln und practikabler zu machen. Der Preuß. General Freih. v. Müffling hat in dieser Hinsicht das Bedeutendste geleistet, indem er den 9 verschiedenen Gradationen für Terrain-Darstellungen bestimmte Charaktere gab, die eben so leicht, schnell und richtig zu zeichnen, wie zu lesen sind. Um eine Gleichmäßigkeit und Uebereinstimmung in die Zeichnungen verschiedener Arbeiter zu bringen, führte Freih. v. Müffling als Chef des Preuß. großen Generalstabes seine Methode bei demselben ein.

Nach diesen mehr historischen Bemerkungen sollen nun die beiden wichtigsten Methoden der Darstellung des Terrains in ihren Prinzipien und ihrer Anwendung näher erörtert werden.

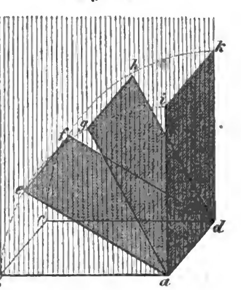
§. 135. Zur Begründung der Theorie des Bergzeichnens

---

*) In seiner Schrift: „Darstellung einer neuen Theorie der Bezeichnung der schiefen Flächen im Grundriß oder der Situationszeichnung der Berge", mit Kupfern. 8. Leipzig 1799.

geht man, wie im vorigen § angeführt worden, von dem Satze aus: daß eine Fläche um so heller erscheint, je mehr Lichtstrahlen, um so dunkler, je weniger Lichtstrahlen sie empfängt. Denkt man sich nun alle Lichtstrahlen unter sich parallel und senkrecht zur Horizontalebene abcd (Fig. 138), so folgt, daß diese selbst die meisten Lichtstrahlen empfangen und also am hellsten erscheinen wird, daß alle schiefgeneigten Ebenen von gleicher Größe aefd, aghd weniger Lichtstrahlen empfangen und um so dunkler erscheinen werden, je größer ihr Neigungswinkel mit der Horizontalebene ist, daß endlich die Verticalebene aikd die wenigsten Lichtstrahlen erhalten und daher am dunkelsten erscheinen wird. —

Fig. 138.



Die Neigung einer Linie oder Fläche gegen die Horizontalebene nennt man auch ihre Böschung. Die Bezeichnung der verschiedenen Böschungswinkel und des davon abhängigen Grades der Beleuchtung schiefer Flächen geschieht durch sogenannte Bergstriche. Die beiden Manieren, dieselben zu zeichnen, welche hier in Betracht kommen, sind:

a) die Lehmann'sche Manier, in welcher die verschiedenen Böschungswinkel nur durch das Verhältniß der Breite des schwarzen Striches zum weißen Zwischenraum angegeben werden;
b) die Müffling'sche oder Preuß. Generalstabs-Manier, in welcher die verschiedenen Böschungswinkel, außer jenem Verhältniß des Schwarzen zum Weißen, noch durch besondere Strichformen bezeichnet werden.

In umstehender Fig. 139 sind die Bergstrich-Scalen beider Manieren gezeichnet, links derselben die Haupt-Böschungsgrade, rechts die Verhältnißzahlen für das Schwarze zum Weißen angegeben.

§. 136. Da die Erfahrung lehrt, daß Bergabhänge von 45⁰ Böschung und darüber vollkommen umgangbar sind, in der Natur auch nur äußerst selten vorkommen, so werden in beiden Manieren nur Böschungswinkel unter 45⁰ durch Bergstriche wirklich bezeichnet, darüber aber ohne Unterschied ganz schwarz angegeben.

Um nun für jeden Neigungswinkel unter 45⁰ das Verhältniß des Schwarzen zum Weißen zu ermitteln, denke man sich den ganzen Raum, den ein Strich mit seinem anliegenden Zwischenraum einnehmen soll, in

45 gleiche Theile getheilt, bestimme davon so viel Theile für den Strich, als der Böschungswinkel Grade hat und lasse die übrig bleibenden Theile für den Zwischenraum. Hiernach würde sich z. B. bei 27^0 Böschung d. Strich zum Zwischenraum verhalten wie $27:45 - 27 = 27 : 18 = 3 : 2$, oder allgemein, es ist bei a^0 Böschung das Verhältniß des Strichs zum Zwischenraum wie $a:45 - a$.

Fig. 139. S. Seite 265.

5° 1:8
10° 2:7
15° 3:6
20° 4:5
25° 5:4
30° 6:3
35° 7:2
40° 8:1
45°

Zum richtigen Verständniß einer in Lehmann'scher Manier ausgeführten Bergzeichnung ist es nothwendig, auch umgekehrt, aus dem Verhältniß des Schwarzen zum Weißen, den dadurch bezeichneten Böschungsgrad ermitteln zu können. Findet sich nämlich dieses Verhältniß an irgend einer Stelle wie $m : n$, und man bezeichnet den zugehörigen Böschungsgrad durch a, so müssen a Theile auf den Strich, $45 - a$ Theile auf den Zwischenraum kommen, mithin muß $a : 45 - a = m : n$, mithin $a = \frac{m . 45}{m + n}$; wäre z. B. $m : n = 8 : 7$, so wäre $a = \frac{8 . 45}{8 + 7} = 24^0$. —

Für militairische Zwecke genügt es, die Böschungen der Oberfläche von 5^0 zu 5^0 deutlich unterscheiden zu können; man hat daher auch nur für die Winkel von 5^0, 10^0, 15^0, 20^0, 25^0, 30^0, 35^0, 40^0 und 45^0, welche man die Hauptgradationen nennt, besondere Strichformen angenommen, welche in den Scalen der Fig. 139 dargestellt sind. Für die Hauptgradationen ist das Zahlenverhältniß des Schwarzen zum Weißen zu merken.

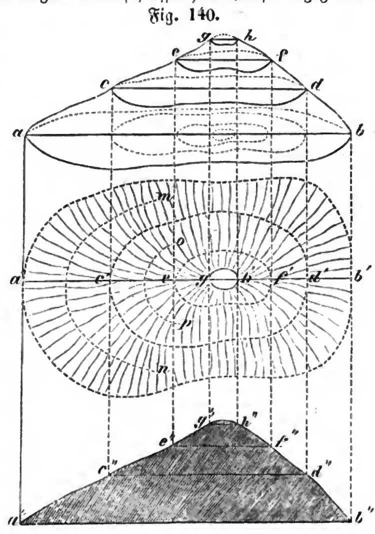
Die zwischen den Hauptgradationen liegenden Böschungsgrade werden in der Form der nächstfolgenden Hauptgradation gezeichnet (z. B.

Böschungen von 2^0, 3^0, 4^0 wie 5^0 u. s. f.) und die Art der Abweichung wird durch eine geringere Stärke des Strichs angedeutet. In einer guten Bergzeichnung müssen sich noch Böschungsstufen von $2\frac{1}{2}^0$ zu $2\frac{1}{2}^0$ bequem unterscheiden lassen. —

In Bezug auf die **Entfernung der Bergstriche** von einander ist für den Preuß. Generalstab noch festgesetzt worden, daß bei einem Maaßstabe von $\frac{1}{25000}$ der Natur 50 Striche, bei einem Maaßstabe von $\frac{1}{50000}$ der Natur 100 Striche den Raum von 1″ dc füllen sollen. Bei Plänen in noch kleinerem Maaßstabe werden nur die Bergstriche von 5^0 und 10^0 in Müffling'scher, alle stärkeren Böschungen dagegen in Lehmann'scher Manier gezeichnet. — **Felsparthieen** oder zu Tage liegende Steinmassen werden durch unregelmäßig die Bergstriche durchschneidende Querstriche angedeutet. —

§. 137. **Die Horizontalen und die davon abhängenden Gesetze der Bergstriche.** — Denkt man sich einen Berg von beliebig vielen Horizontalebenen durchschnitten, so werden sie mit der Oberfläche eben so viele Durchschnittslinien bilden, die man **Horizontalen** nennt. Dieselben erscheinen im Grundriß in ihrer natürlichen Form, jede höher liegende von der tiefer liegenden umschlossen; im Profil dagegen als gerade, unter sich parallele Linien. In Fig. 140 ist ein Berg von vier horizontalen Ebenen ab, cd, ef, gh durchschnitten, zuerst perspektivisch dargestellt; dann im Grundriß, wobei die Horizontalen a′b′, c′d′, e′f′, g′h′ in ihrer natürlichen Form; endlich im Profil, wobei die Horizontalen als gerade Linien a″b″, c″d″ ꝛc. erscheinen. —

Fig. 140.



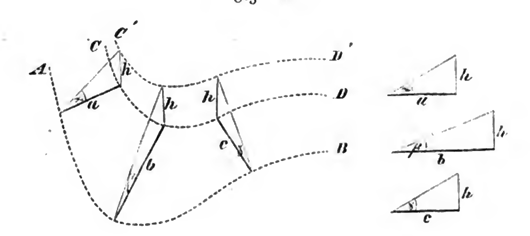
Da durch die Bergstriche die verschiedenen Neigungswinkel der Erdoberfläche gegen die Horizontalebene ausgedrückt werden sollen, so erscheint

es am natürlichsten, die Striche in derjenigen Richtung zu zeichnen, durch welche die wahre Neigung der Oberfläche gegen die Horizontalebene bestimmt wird. Diese Richtung, welche man auch die Linie des stärksten Abfalls nennt, und welche zugleich den Weg bezeichnet, den das Wasser einschlagen würde, um von der Höhe des Berges nach der Tiefe abzufließen, — daher auch Richtung des Wasserlaufes genannt — muß nach stereometrischen Gesetzen alle Horizontalen senkrecht durchschneiden, woraus sich die wichtige Regel herleitet: daß die Bergstriche stets rechtwinklig zu den Horizontalen gezeichnet werden sollen. —

Ein Bergabhang kann in Bezug auf seine Vertikal-Ausdehnung drei verschiedene Formen haben; er ist entweder stetig geböscht (gerade), wenn seine Böschungswinkel von oben nach unten sich gleich bleiben; oder konkav geböscht (eingebogen), wenn seine Böschungswinkel von oben nach unten hin kleiner werden; oder konvex geböscht (ausgebogen), wenn die Böschungswinkel von oben nach unten hin größer werden. Gewöhnlich treten diese drei Formen so mit einander in Verbindung, daß die konvex geböschte Kuppe in einen stetigen Abhang übergeht, welcher sich wiederum nach dem Fuß des Berges hin in konkaver Böschung verläuft. — So wie aber jede krumme Linie als aus geraden Linien zusammengesetzt gedacht werden kann, ebenso kann man sich jeden konkav oder konvex geböschten Abhang durch Horizontalen in lauter stetig geböschte Streifen zerlegt denken. Auf diese Weise lassen sich dann die Gesetze, welche für die einfache Form der stetigen Böschung gelten, leicht auch auf konkave und konvexe Böschungen übertragen. —

Jeden zwischen zwei Horizontalen befindlichen Theil eines Bergabhanges nennt man eine Horizontalschicht und den Abstand der beiden zugehörigen Horizontalebenen die Höhe der Horizontalschicht. Sind nun AB und CD (Fig. 141) zwei beliebige Horizontalen eines stetig gebösch-

Fig. 141.



ten Abhangs im Grundriß, und man errichtet in beliebigen Punkten der obern Horizontale CD Perpendikel zur Bildfläche, macht sie gleich der Höhe h der Horizontalschicht und verbindet ihre oberen Endpunkte durch die Linie C_1D_1, so erhält man dadurch die wahre Lage der Horizontale CD. Zieht man ferner von den Fußpunkten der Höhen aus die Bergstriche a, b, c ꝛc. und verbindet ihre Endpunkte mit denen der Höhen, so entstehen lauter rechtwinklige Dreiecke, in denen die Bergstriche a, b, c als Katheten und zugleich Grundlinien, die zugehörigen Böschungswinkel α, β, γ des Abhangs als anliegende spitze Winkel vorkommen und welche die Höhe h der Horizontalschicht als gemeinschaftliche Höhe enthalten. Aus der Betrachtung dieser Dreiecke, welche man die Profils-Dreiecke der Bergstriche nennt, ergiebt sich:

1) daß zu gleich langen Strichen zwischen denselben Horizontalen auch gleiche Böschungswinkel gehören;

2) daß zu Bergstrichen von ungleicher Länge auch ungleiche Böschungswinkel gehören und zwar zum kürzeren Strich stets der größere Böschungswinkel.

Anmerkung. Ein wissenschaftlicher Ausdruck für dieses Gesetz findet sich folgendermaaßen. Es ist nämlich: $a = h \cdot \text{cotg.}\ \alpha$ und $b = h \cdot \text{cotg.}\ \beta$, mithin $a : b = \text{cotg.}\ \alpha : \text{cotg.}\ \beta$. D. h. die Bergstriche zwischen denselben Horizontalen verhalten sich wie die Cotangenten der zugehörigen Böschungswinkel.

§. 138. Ein Bergabhang in seiner Horizontal-Ausbreitung zwischen denselben Horizontalen kann demnach folgenden verschiedenen Formen entsprechen: Er ist entweder

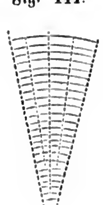
a) gerade fortgehend mit unverändertem Böschungswinkel; in diesem Falle müssen die Bergstriche gleich lang bleiben, die Horizontalen gerade und parallel und die Bergstriche in ihrer Richtung ebenfalls gerade und parallel sein. (Fig. 142); oder

Fig. 142.

b) krumm fortgehend mit unverändertem Böschungswinkel; in diesem Falle müssen die Bergstriche ebenfalls gleich lang bleiben, die Horizontalen werden zwar krumm, aber parallel, die Bergstriche dagegen ihrer Richtung nach gerade und nicht parallel sein (Fig. 143); oder

Fig. 143.

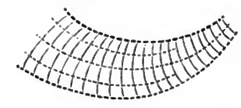
Fig. 144.



c) gerade fortgehend mit verändertem Böschungswinkel; in diesem Falle müssen die Bergstriche bei abnehmendem Böschungswinkel kürzer werden, die Horizontalen gerade und nicht parallel und die Bergstriche ihrer Richtung nach krumm, aber parallel sein (Fig. 144); oder endlich

d) krumm fortgehend mit verändertem Böschungswinkel; dann werden sich die Bergstriche ihrer Länge nach wie im vorigen Falle ändern, die Horizontalen krumm und nicht parallel und ebenso auch die Bergstriche ihrer Richtung nach krumm und nicht parallel sein (Fig. 145).

Fig. 145.



Um in den beiden letzteren Fällen die richtige Krümmung der Bergstriche zu erhalten, muß man sich dieselben als durch unendlich viele nicht parallele Horizontalen hindurchgehende gebrochene Linien denken.

Fig. 140.

Bei der praktischen Ausführung einer Bergzeichnung begnügt man sich jedoch, zur Bestimmung der Richtung solcher krummen Bergstriche, statt der unendlich vielen nur einige Horizontalen zu zeichnen. Man unterscheidet dabei Haupthorizontalen, welche um den ganzen Berg herumgehen, wie a′b′, c′d′, e′f′ (Fig. 140), von Zwischenhorizontalen, wie mn, op, welche nur an denjenigen Stellen angegeben werden, wo die Bergstriche zwischen den Haupthorizontalen zu lang, oder bei nicht paralleler Richtung zu divergirend ausfallen würden, indem

die Striche stets eine angemessene Länge und Entfernung von einander erhalten müssen.

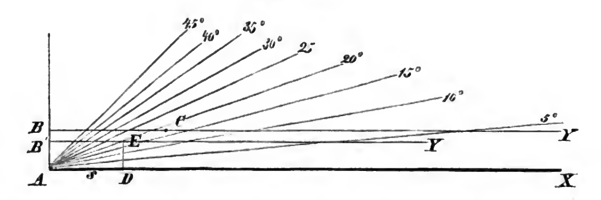
Ist der Abhang zwischen den Haupthorizontalen stetig geböscht, so müssen die Zwischenhorizontalen in proportionirten Entfernungen von ihnen angegeben werden. Bei konkaven oder konvexen Böschungen richtet sich ihre Lage nach der eigenthümlichen Gestaltung dieser Böschungen.

Anmerkung. Das Einzeichnen der Bergstriche zwischen den in Blei entworfenen Haupt- und Zwischenhorizontalen geschieht am zweckmäßigsten so, daß man mit der obersten Horizontalschicht beginnt, die einzelnen Striche von der Kuppe nach dem Fuß hin zeichnet, von der Linken nach der Rechten an einander reihet und dabei erst eine Horizontalschicht um die Kuppe herum beendet, ehe man zur folgenden übergeht.

§. 139. Das im §. 137 im Allgemeinen angegebene Verhältniß der Strichlängen einer Horizontalschicht läßt sich für die Hauptgradationen in bestimmter Weise durch folgende Construction finden.

Man trage an eine gerade Linie AX (Fig. 146) alle Böschungswinkel von 5 zu 5 bis 45^0 nach derselben Seite hin so an, daß A der

Fig. 146.



gemeinschaftliche Scheitelpunkt und AX der gemeinschaftliche Schenkel wird, errichte dann in A einen Perpendikel AB gleich der Höhe h der Horizontalschicht und ziehe durch B zu AX eine Parellele BY, so wird letztere die nicht gemeinschaftlichen Schenkel der Böschungswinkel schneiden. Die Entfernungen dieser Durchschnittspunkte von B sind dann die zu jenen Böschungswinkeln gehörigen Strichlängen.

Die durch obige Construction erhaltene Figur nennt man einen Böschungs-Maaßstab. Man überzeugt sich an demselben leicht, daß für jede anders genommene Höhe AB′ auch die Strichlängen anders werden, daß ihr gegenseitiges Verhältniß jedoch stets dasselbe und unabhängig von der Höhe bleibt.

Das Verhältniß der Strichlängen für die Hauptböschungsgrade ist auch trigonometrisch berechnet und dann näherungsweise in leicht zu behal-

tenden Zahlen ausgedrückt worden. Setzt man nämlich die Strichlänge von 5^0 gleich 1, so verhalten sich für die Böschungen von

$$5^0, 10^0, 15^0, 20^0, 25^0, 30^0, 35^0, 40^0, 45^0$$

die zugehörigen Strichlängen wie

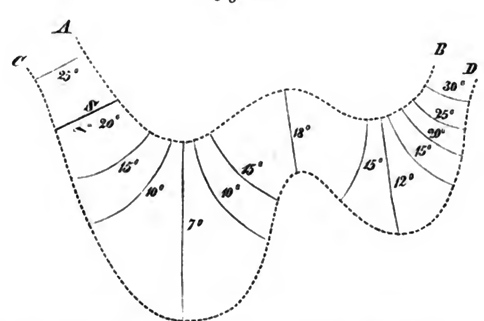
$$1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{5} : \frac{1}{7} : \frac{1}{8} : \frac{1}{9} : \frac{1}{11}.$$

Da die Strichlänge von 45^0 gleich der Höhe der Horizontalschicht ist, so folgt, daß ein Bergstrich von 5^0 stets 11 Mal so lang sein muß, als die Höhe der Horizontalschicht. —

Sowohl vermittelst des Böschungsmaaßstabes, als auch mit Hülfe der Verhältnißzahlen findet sich, wenn nur die Höhe der Horizontalschicht bekannt ist, leicht für jeden Böschungswinkel die zugehörige Strichlänge. Soll dagegen zu einer gegebenen Strichlänge, wenn die Höhe der Horizontalschicht bekannt ist, der zugehörige Böschungswinkel gefunden werden, so zeichnet man mit Hülfe der bekannten Höhe den Böschungsmaaßstab, trägt auf der Parallele BY (Fig. 146) von B aus die gegebene Strichlänge ab, so wird der andere Endpunkt derselben entweder in den Schenkel des gesuchten Böschungswinkels fallen und letztern dadurch bestimmen, oder er wird zwischen zwei Schenkel, z. B. in C zwischen die Schenkel von 15^0 und 20^0 fallen, und dadurch anzeigen, daß der gesuchte Böschungsgrad auch zwischen 15^0 und 20^0 liegt.

Ist zwischen zwei Horizontalen AB und CD (Fig. 147) an einer bestimmten Stelle der Böschungswinkel α gegeben und man soll an allen

Fig. 147.



übrigen Stellen zwischen denselben Horizontalen die zugehörigen Böschungswinkel bestimmen und eintragen, so kommt es darauf an, die Höhe der Horizontalschicht zu finden, welches auf doppelte Weise geschehen kann:

1) Durch Construction. Man zeichne den Böschungsmaaßstab (Fig. 146), trage dann von A aus auf AX die gegebene Strichlänge s = AD auf, errichte in D einen Perpendikel zu AX, verlängere ihn bis er den Schenkel des gegebenen Böschungswinkels α, z. B. den Schenkel von 20^0 trifft, so ist DE die Höhe der Horizontalschicht. Zieht man nun durch E zu AX die Parallele E'Y', so erhält man für alle Hauptböschungsgrade die nöthigen Strichlängen, welche man mit Berücksichtigung der mehr oder minder nöthigen Krümmung der Striche zwischen die gegebenen Horizontalen nur einzupassen und die zugehörigen Böschungsgrade anzugeben braucht.

2) Durch Rechnung. Ist z. B. die Strichlänge s für 25^0 gegeben und man bezeichnet die Höhe der Horizontalschicht durch h, so ist $h : s = \frac{1}{11} : \frac{1}{5}$, mithin $h = \frac{5}{11}$ s. Es ist daher die Strichlänge von 5^0 gleich 5 s. Aus dieser aber ergeben sich vermittelst der übrigen Verhältnißzahlen auch die Strichlängen aller übrigen Hauptgradationen, welche dann wie oben zwischen die gegebenen Horizontalen eingetragen werden.

§. 140. Gesetze der Schluchten. — Fallen zwei Bergabhänge gegen einander ab, so entstehen an der Oberfläche des Berges Einschnitte, welche man Schluchten nennt. Die Abhänge, welche eine Schlucht bilden, heißen die Seiten oder Wände der Schlucht, die Linie, in der sie zusammentreffen, heißt die Schluchtlinie.

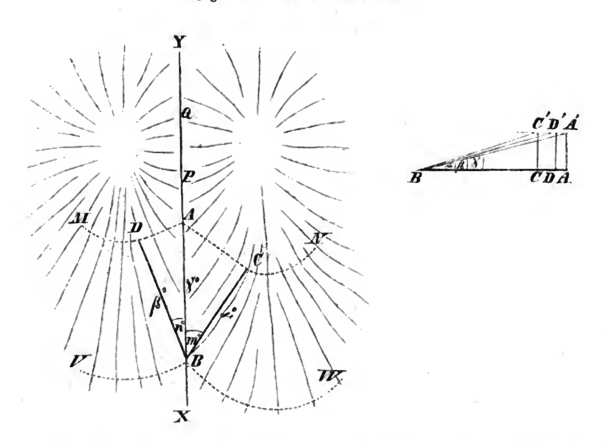
Die für eine naturgemäße Darstellung der Schluchten bestimmten Gesetze, welche sich auf die Abhängigkeit beziehen, in welcher der Neigungswinkel der Schluchtlinie, die Böschungswinkel der Schluchtwände und die Winkel, unter denen die Bergstriche die Schluchtlinie treffen, zu einander stehen, sind folgende:

I. Treffen die Bergstriche eine Schluchtlinie rechtwinklig, so geht letztere horizontal. Denn eine Linie, welche senkrecht die Bergstriche durchschneidet, ist eine Horizontale. Dieser Fall tritt gewöhnlich nur auf kurze Strecken, z. B. zwischen zwei Bergkuppen ein.

II. Treffen die Bergstriche eine Schluchtlinie unter schiefen Winkeln, so ist die Schluchtlinie geneigt und senkt sich nach der Richtung, in welcher der stumpfe Winkel liegt. Denn bildet der Bergstrich BC (Fig. 148) mit der Schluchtlinie XY schiefe Winkel und man legt durch den höher als B gelegenen Punkt C des Bergstrichs eine Horizontale; so wird Letztere die Schluchtlinie nothwendig auf der Seite des spitzen Winkels in einem Punkte A treffen, welcher mit C gleiche Höhe haben und also höher als B liegen muß. — Die

Schlucht wird sich daher von A nach B, d. h. nach der Richtung hin senken, in welcher der stumpfe Winkel CBX liegt.

Fig. 148. S. Seite 273.

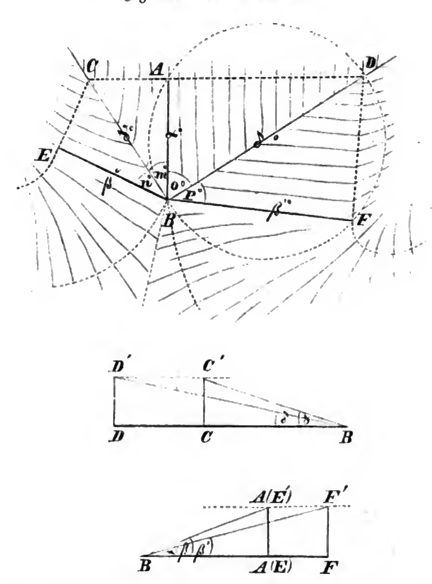


III. **Der Neigungswinkel einer Schluchtlinie ist stets kleiner als die Böschungswinkel der sie auf beiden Seiten treffenden Bergstriche.** Denn die Schluchtlinie AB (Fig. 148) bildet mit den Bergstrichen BC und BD, welche einen ihrer tieferen Punkte B treffen, und der Horizontale, welche durch einen höher gelegenen Punkt A geht, rechtwinklige Dreiecke und muß daher, als Hypotenuse, größer sein, als die beiden Bergstriche, welche Katheten sind. Zeichnet man nun die Profils-Dreiecke BAA^1, BDD^1 und BCC^1 dieser Linien, so zeigt sich, da diese Dreiecke gleiche Höhe haben, daß der Neigungswinkel γ der Schluchtlinie AB kleiner sein muß, als die Neigungswinkel α und β der Bergstriche BC und BD.

IV. **Je spitzer der Winkel ist, unter welchem ein Bergstrich (bei constantem Böschungsgrade) eine Schluchtlinie trifft, desto größer muß der Neigungswinkel der letztern sein.** Denn es sei AB (Fig. 149) ein Bergstrich, welcher in B zwei Schluchtlinien BC und BD zugleich trifft und zwar BC unter dem Winkel m, BD unter dem Winkel o; so muß die Horizontale, welche durch A senkrecht zum Bergstrich AB gelegt wird, die beiden Schluchtlinien in zwei Punkten C und D schneiden, wodurch zwei rechtwinklige Dreiecke ABC und

ABD entstehen. Ist nun $m < o$, so wird die Schluchtlinie BC kürzer als BD sein. Zeichnet man daher ihre Profildreiecke BCC' und BDD', so zeigt

Fig. 149. S. Seite 274.



sich, da sie gleiche Höhe haben, daß der Neigungwinkel γ der kürzeren Schluchtlinie BC größer ist, als der Neigungswinkel δ der längern Schluchtlinie BD.

V. *Haben die Bergstriche zu beiden Seiten der Schlucht gleiche Böschungsgrade, so müssen sie die Schluchtlinie auch unter gleichen Winkeln treffen; haben die Bergstriche dagegen verschiedene Böschungsgrade, so bildet der Bergstrich des steilern Abhangs mit der Schluchtlinie einen größern Winkel als der Bergstrich des flachern Abhangs.* Denn jede Schluchtlinie bildet mit den beiden Bergstrichen, welche sie in demselben Punkte treffen, und der Horizontale, welche durch einen ihrer obern Punkte geht, rechtwinklige Dreiecke. Haben nun die beiden Bergstriche AB und EB (Fig. 149), welche die Schluchtlinie CB unter den

Winkeln m und n treffen, gleiche Böschungsgrade α und β, so müssen sie auch gleich lang und die Dreiecke ABC und EBC congruent sein, woraus wiederum die Gleichheit der Winkel m und n folgt. — Haben dagegen die Bergstriche AB und FB, welche mit der Schluchtlinie DB die Winkel o und p bilden, verschiedene Böschungsgrade α und β', und es ist $\alpha > \beta'$, so muß AB kleiner als BF sein. Beschreibt man nun um BD als Durchmesser einen Kreis, so muß derselbe durch A und F gehen, und da zur kleineren Sehne der kleinere Peripheriewinkel gehört, so wird $\llcorner$ ABD $< \llcorner$ FDB und daher o $>$ p sein.

§. 141. Um die Abhängigkeit, welche zwischen den 5 Stücken einer Schlucht, nämlich den Böschungswinkeln α und β der Schluchtwände, dem Neigungswinkel γ der Schluchtlinie und den Winkeln m und n, unter welchen die Bergstriche zu beiden Seiten die Schluchtlinie treffen, stattfindet, auf einen wissenschaftlichen Ausdruck zu bringen, denke man sich über der Schluchtlinie AB (Fig. 150), sowie über den Bergstrichen BC und BD Profils-Dreiecke BAA', BCC' und BDD' errichtet, welche dieselbe Höhe h haben, weil ihre Spitzen A', C' und D' in derselben Horizontale liegen müssen. Da diese Profils-Dreiecke zugleich rechtwinklig sind, so ist nach einander

Fig. 150.

$$h = AB \,.\, tg.\, \gamma = BC \,.\, tg.\, \alpha = BD \,.\, tg.\, \beta.$$

Da ferner auch die Dreiecke ABC und ABD rechtwinklig sind, so ist

$$BC = AB \,.\, cos.\, m \text{ und } BD = AB \,.\, cos.\, n,$$

welche Werthe statt BC und BD gesetzt

$$tg.\, \gamma = cos.\, m \,.\, tg.\, \alpha = cos.\, n \,.\, tg.\, \beta$$

geben.

Aus dieser Gleichung lassen sich nicht nur mit Leichtigkeit obige Gesetze der Schluchten herleiten, sondern es folgt auch noch unmittelbar, daß

1) wenn von den drei Stücken α, γ und m (oder β, γ und n) zwei gegeben sind, stets das dritte, und
2) wenn von den 4 Stücken α, β, m, n drei gegeben sind, stets das vierte gefunden werden kann.

§. 142. Für die richtige Beurtheilung einer Bergzeichnung ist es von Wichtigkeit, die Höhenunterschiede gegebener Punkte ermitteln zu können. Führt man von einem beliebigen Punkt aus eine Linie rechtwinklig durch die Bergstriche hindurch, also eine Horizontale, so liegen alle Punkte

derselben mit dem erstern in gleicher Höhe; dagegen alle Punkte, welche sich zwischen der Horizontale und der Kuppe befinden, höher als jener Punkt und alle Punkte, welche sich auf der entgegengesetzten Seite der Horizontale befinden, tiefer als derselbe.

Um den Höhenunterschied zweier solcher Punkte aufzufinden, hat man zu berücksichtigen, ob sie in derselben Strichrichtung liegen oder nicht, und ob der Abhang zwischen beiden stetig geböscht ist oder nicht.

Der Höhenunterschied zweier Punkte, welche in derselben Strichrichtung eines stetig geböschten Abhanges liegen, wird gefunden, wenn man die Entfernung beider Punkte auf die Grundlinie des Böschungsmaaßstabes aufträgt und den nöthigen Perpendikel errichtet. Soll dagegen der Höhenunterschied zweier nicht in derselben Strichrichtung liegenden Punkte eines stetigen Abhanges gefunden werden, so führt man von dem einen dieser Punkte eine Horizontale bis zu einem Punkte, welcher mit dem andern Punkte in derselben Strichrichtung liegt und suche dann den Höhenunterschied beider Punkte mit Hülfe des Böschungsmaaßstabes. Wird der Höhenunterschied zweier Punkte eines unstetig geböschten Abhanges verlangt, die beiden Punkte mögen in derselben Strichrichtung liegen oder nicht, so verbinde man beide durch eine gerade Linie, nehme in derselben da, wo der Böschungswinkel sich ändert, Zwischenpunkte an und suche dann die Höhenunterschiede der auf einander folgenden Punkte; endlich vereinige man die einzelnen Höhenunterschiede durch Addition oder Subtraction, je nachdem der Abhang von einem Punkt bis zum folgenden steigt oder fällt. Auf diesem Verfahren beruht die Darstellung des Profils durch eine im Grundriß gegebene Bergparthie, die im Grunde genommen sich von dem Auftragen eines Nivellements nicht unterscheidet.*) —

IV. Das Markscheiden.

§. 143. Die Markscheidekunst ist ein Theil der allgemeinen Meßkunst. Sie lehrt diejenigen Operationen, durch welche die räumlichen Verhältnisse von den Lagerstätten nutzbarer Mineralien und von den Anlagen zur Gewinnung derselben ausgemittelt werden. Durch die Markscheidekunst werden die vortheilhaftesten Wege, um in das Innere eines bau-

*) Ueber den hier abgehandelten Gegenstand sehe man noch das trotz seiner Breite doch treffliche und praktisch brauchbare Werk von v. Sydow „das Planzeichnen und das militairische Aufnehmen ꝛc. Berlin 1838" nach. —

würdigen Gebirges zu gelangen, gefunden; sie zeigt, wie genau geometrische Bilder von den Grubengebäuden zu entwerfen sind; sie giebt an, wie und wo Oerter und Schächte mit einander durchschlägig werden sollen, wie verlorene Gänge wieder aufgesucht werden müssen, wie man durch Stollen Wasser ableiten kann und wie die nöthigen Aufschlagwasser herbeizuführen sind, wie man in bestimmter Entfernung bauwürdige Lagerstätten erfahren kann, wo die einzelnen Gruben mit einander grenzen und wie entstandene Feldstreitigkeiten geschlichtet werden können. Die Markscheiderarbeiten bestehen daher in der Aufnahme der Bergwerks-Reviere zu Tage und unter der Erde, sowol in horizontaler, wie in verticaler Projektion, und in der Anfertigung der Grubenrisse und der sich auf diese gründenden Berechnungen. Die Markscheidekunst ist mithin eine Zusammensetzung von Feldmessen und Nivelliren und keineswegs als eine eigene Wissenschaft zu betrachten; nur die besonderen Zwecke, für welche sie ausgeübt wird, bedingen hier eine nähere Betrachtung derselben.

§. 144. Aus der an eigenthümlichen technischen Ausdrücken reichen Sprache des Bergmannes sind viele Bezeichnungen in die Markscheidekunst übergegangen, die zwar keine weitere wissenschaftliche Bedeutung, aber doch mindestens das Interesse haben, daß sie zum Verständniß der markscheiderischen Arbeiten dem Laien unentbehrlich sind. Ihre Kenntniß und Bedeutung erscheint deshalb nothwendig, und es mögen hier in Kürze die hauptsächlichsten derselben folgen:

Abseigern (ablothen), eine senkrechte Höhe oder Tiefe messen.

Abziehen oder ziehen, einen Grubenbau und die dazu gehörigen Tagegegenstände markscheiderisch aufnehmen, den Zug thun oder verrichten. Die dabei für einen Riß gesammelten Data werden Winkel genannt.

Anhaltepunkt (Anhaltepfahl) ist der Anfang, Abgabepunkt (-Pfahl) das Ende einer jeden Markscheider-Arbeit.

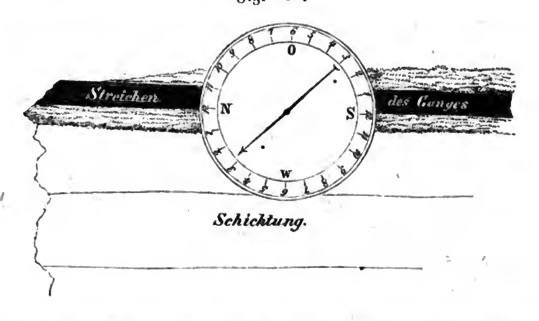
Donlegig, jede geneigte Linie oder Fläche. Die Donlege ist die Hypotenuse eines Dreiecks.

Ebene, Gangebene. Für die Bestimmung der Lage eines Ganges denkt man sich denselben als zwei durch das Gebirge setzende parallele Ebenen und den Raum zwischen beiden entweder leer (Kluft) oder mit Gangart ausgefüllt. Haben beide Ebenen gleiche Lage mit den Gebirgsschichten und sind sie mit einem besonderen Mineral ausgefüllt, so nennt man dies ein Flötz. Die Entfernung beider Ebenen von einander bedingt die Mächtigkeit des Ganges; sie heißen bei Gängen Saalbänder, bei Flötzen aber Dach und Sohle. Der Theil des Gebirges,

auf welchem eine Lagerstätte ruht, heißt das **Liegende**, der Theil über der Lagerstätte das **Hangende**.

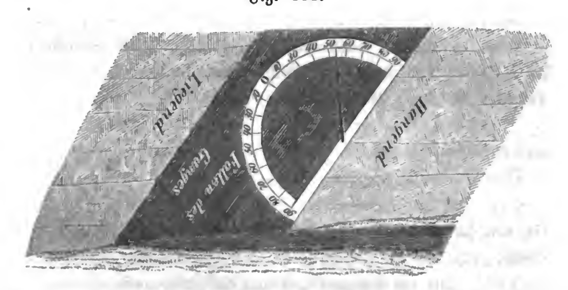
Fallen, das. Jede auf der Mittagsebene, d. h. derjenigen Ebene, welche senkrecht durch den Standpunkt und die beiden Erdpole geht, gezogene horizontale Linie ist die Mittagslinie und der Meridian des Standpunktes. Nach dieser Linie oder Ebene wird das **Streichen** einer Ganglinie oder Ebene bestimmt, und ist dasselbe die Ausdehnung einer solchen Linie in horizontaler Lage (Fig. 151); das **Fallen** einer Linie oder

Fig. 151.



Fläche ist deren Ausdehnung in senkrechter Lage (Fig. 152). Legt man durch eine gebrochene Streichungs- oder Fallungslinie eine gerade Linie,

Fig. 152.



welche erstere in den meisten Punkten berührt, so ist solche die **Hauptstreichungs**- oder **Hauptfallungs**-Linie und ihre Abweichung von der Mittagslinie oder Horizontalebene das **Hauptstreichen** oder **Hauptfallen**. Ein Gang, der sein Streichen in den Stunden 9—12

hat, heißt ein flacher, in den Stunden 12—3 ein stehender, in den Stunden 3—6 ein Morgengang u. in den St. 6—9 ein Spaatgang.

Flache Schnur ist jede einzelne bei markscheiderischen Aufnahmen gezogene Schnur, die man nicht über 10 Lachter lang ohne Unterbrechung zu spannen pflegt.

Fundgrube ist ein gewisses Längen- und Breitenmaaß eines gemutheten Feldes, wo zuerst die Lagerstätte entblößt und Kübel und Seil eingeworfen ist. Die Größe der Fundgruben ist in den verschiedenen Staaten, ja oft in den verschiedenen Bergrevieren eines und desselben Staates verschieden. Im Allgemeinen wird bei streichendem Felde (Grubenfeld auf Gängen) außer der Gangesbreite 3½ Lachter ins Hangende und eben so viel ins Liegende als Vierungsbreite des Ganges vermessen; auf Flötzen und Lagern wird gevierte s Feld (ein Quadrat) vermessen. In den meisten Staaten hält eine Fundgrube 42 Lachter Länge und bei geviertem Felde auch 42 Lachter Breite.

Grubenzug ist die Vermessung, die der Markscheider in einem Berg- und Grubengebäude oder unter Tage verrichtet.

Lachter. Jede Längenausdehnung wird beim Markscheiden mit dem Lachter gemessen und dasselbe in kleinere Theile eingetheilt. Die Größe des Lachters an sich ist ungemein verschieden. Das alte Freiberger Lachter ist = 6,067, das neue Freiberger Lachter = 6,091, das Preußische Lachter = 6,4412, das schlesische Lachter = 5,9097 Pariser Fußen. Ein Harzer Achtellachter ist = 106,28 Pariser Linien, ein Braunschweiger Lachter = 1,91926 Meter. In Sachsen theilt man das Lachter in 8 Achtellachter, à 10 Lachterzolle, à 10 Lachterprimen; auch theilt man das Lachter zur bequemeren Rechnung in 10 Zehntellachter, à 10 Lachterzolle u. s. w. In Hannover hat ein Lachter 8 Spann, à 10 Lachterzoll u. s. w.

Markscheide, die senkrechte Grenzebene zweier Grubenfelder; sie wird durch den Lochstein (Grenzstein) bezeichnet.

Ortung, die, zu Tage ausbringen heißt die unter Tage gefundenen Längen und Winkel über Tage abstecken und örtlich (durch Ortpfähle) bezeichnen.

Riß ist die Zeichnung jeder markscheiderischen Messung. Der Grundriß stellt ein Bergwerks-Revier in horizontaler (söhliger), der Seigerriß in verticaler Lage vor; ein flacher Riß enthält die Form und Länge eines Grubenbaues auf einer Gang- oder Flötzebene in der Lage des Hauptstreichens oder Hauptfallens. Ein Profilriß stellt das Verhalten eines oder mehrerer Gänge im Querschnitt dar.

Seigerteufe, die senkrechte Projection einer Linie.

Söhlig ist die horizontale Projection einer Linie.

Vermessen, die markscheiderische Aufnahme eines mittelst bergmännischer Arbeit in Angriff genommenen Grubenfeldes und die Größenbestimmung desselben. Gewöhnlich beginnt die Zumessung eines Grubenfeldes von der Mitte des Rundbaumes des Fundschachtes ab, und die Länge der Fundgrube wird nach beiden Seiten hin in horizontaler Richtung auf der Hauptstreichungslinie des Ganges bestimmt.

Winkel. Die bei einem Markscheiderzuge gesammelten Data zur Anfertigung eines Risses heißen Winkel. Ein jeder solcher Winkel besteht: a) aus der Länge der flachen Schnur, b) aus ihrer Steigung, c) aus ihrer senkrechten Projection, d) aus ihrem Streichen (s. Fallen) und aus ihrer Sohle (horizontalen Projection). Aus diesen fünf Daten läßt sich der Winkel verzeichnen oder zu Risse bringen. Das Auftragen mehrerer zu einem Zuge gehöriger Winkel nennt man die Zulage. — Der Fallungswinkel ist der Neigungswinkel der flachen Schnur gegen den Horizont; der Streichungswinkel aber derjenige, den sie mit der Mittagslinie macht. Dieser wird mit dem Compaß ꝛc., jener mit dem Gradbogen bestimmt. —

§. 145. Die beim Markscheiden gewöhnlich in Gebrauch kommenden Instrumente sind: der Gruben-Theodolit, die Eisenscheibe, der Compaß, die Libellen-Nivellir-Waagen und der Gradbogen. Der Theodolit wurde zuerst von dem Mechanikus H. C. W. Breithaupt in Philippsthal in einer eigenen Construction für markscheiderische Aufnahmen angewendet*). Seit dem Jahre 1836 liefert der Hofmechanikus F. W. Breithaupt in Kassel trefflich construirte Gruben-Theodoliten, die allen wissenschaftlichen Anforderungen entsprechen. — Der Compaß und der Gradbogen sind unzweifelhaft die ältesten Instrumente der Markscheider und haben immer noch bei einer nothwendigen Beschränkung der Anwendung, ihren Werth; aber sie allein und für alle markscheiderischen Aufnahmen als zureichend anzusehen, entspricht weder dem gegenwärtigen Standpunkte der Wissenschaft, noch dem einer rationellen Praxis. An ihre Stelle traten der Gruben-Theodolit und die Libellen-Nivellir-Instrumente, wenigstens da, wo es sich um größere und sorgfältige Aufnahmen handelte und wo man nicht in handwerksmäßiger Weise am Althergebrachten festhielt**).

---

*) Beschreibung eines neu erfundenen Markscheider-Instruments nebst Anweisung zum Gebrauch desselben von H. C. W. Breithaupt. Cassel 1800. kl. 8.

**) Hierbei verdient das neu erschienene Werk des Herrn Prof. J.

§. 146. Es wird zweckmäßig sein, hier Einiges über die **Anwendbarkeit verschiedener Instrumente zum Markscheiden** einzuschalten.

Die Operationen des Markscheiders über Tage sind sehr verschiedenartig, lassen sich aber im Allgemeinen zusammenfassen:

a) in die Aufnahme von Grundrissen und

b) in die Aufnahme von Seigerrissen,

beide meist in Vereinigung, daher man denn auch die älteren Markscheider-Instrumente (Compaß und Gradbogen), weil sie beide an jede einzelne Schnur angehängt werden und sonach den horizontalen sowohl, als den verticalen Winkel angeben, vorzugsweise anzuwenden pflegt.

Was nun die Anwendung dieser Instrumente zu den markscheiderischen Aufnahmen über Tage anbetrifft, so sind damit folgende Hauptübelstände verbunden:

1) Die eigenthümliche Methode, das Markscheiden mit Hülfe von Schnüren zu verrichten, an welche die Instrumente bei der Observation gehängt werden, setzt diese dem Einflusse des Windes aus, der eines Theils die Richtung der Schnur, die der Theorie nach in eine gerade Linie fallen soll, in eine bogenförmige ändert und bei den Angaben des Compasses falsche Streichungswinkel, anderen Theils am Gradbogen durch Wegtreiben des Lothes aus der verticalen Richtung einen falschen Neigungswinkel veranlaßt. Will man also unzuverlässige Resultate vermeiden, so hat man die markscheiderischen Aufnahmen nur auf windstille Tage zu beschränken.
2) Das Messen aller einzelnen Schnüre mit der Fünflachterkette, was bei dem Operiren mit den gewöhnlichen Markscheider-Instrumenten nöthig ist, erfordert viel Zeitaufwand und läßt alle Fehler der Kettenmessung überhaupt zu, die gerade bei der Lachterkette, welche meist aus dünnem Messingdrahte angefertigt wird, eine besondere Bedeutung haben.
3) Die Anwendung der älteren Markscheider-Instrumente erfordert, im Vergleich zu mehreren andern, einen größeren Zeitaufwand und gewährt fast durchgehends eine geringere Genauigkeit.

Weisbach in Freiberg, „die neue Markscheidekunst rc. Braunschweig 1851. 4." als eine gründliche und lehrreiche Monographie besonders erwähnt zu werden, wenngleich das eigentlich Neue des Werkes in der sonst bekannten Anwendung des Theodoliten und des Libellen-Niveau's auf markscheiderische Arbeiten zu suchen sein dürfte. Das Werk ist fast zu reich mit Illustrationen ausgestattet und hat dadurch einen Preis erhalten (8 Thlr.), der seiner wünschenswerthen Verbreitung Eintrag thun dürfte. —

Was die Aufnahme von Grundrissen anlangt, so ist zuvörderst zu berücksichtigen, ob dieselben in Tageaufnahmen oder Grubenzügen bestehen. In Betreff der Ersteren kann auf das in den §§. 61 bis 70 und 119 bis 124 bereits Vorgetragene Bezug genommen werden. Theodolit, Meßtisch und in einzelnen Fällen auch wohl die Boussole werden je nach den verschiedenartigen Zwecken und dem größeren oder geringen Umfange angewandt. Für Grubenaufnahmen wird der sogenannte Gruben-Theodolit, die Eisenscheibe und der Compaß benutzt. Gegen den ausschließlichen Gebrauch des Compasses sprechen alle schon vorhin erwähnten und die gegen die Anwendung der Boussole geltend gemachten Bedenken um so mehr, als das Aufhängen dieses Instrumentes wiederum die Quelle von vielen Fehlern und Irrthümern abgeben kann. Selbst für solche Fälle, wo ein Grubenzug mit dem Compaß aufgenommen wird, ist der Tagezug zweckmäßiger mit Theodolit und Meßtisch zu verrichten, und die vielleicht wünschenswerthe Orientirung nach der Mittagslinie an der Anfangs- und Endstation der Tageaufnahme leicht zu bewirken.

Je nach dem Umfange einer Tageaufnahme hat man diejenigen Mittel anzuwenden, welche derselben die Garantie der Zuverlässigkeit gewähren. Es gilt dies insbesondere von dem unerläßlichen Fundamenten aller geodätischen Arbeiten, sofern sie auf Zuverlässigkeit Anspruch machen wollen, von der Grundlinie und dem Dreiecks-Netz.

Für die Längenmessungen bei Tageaufnahmen wird man sich einer gewöhnlichen Meßkette aus starkem Eisendraht in der Länge von 10 Lachtern und mit der verordneten Eintheilung vortheilhaft bedienen können.

Das Eintragen des magnetischen Meridians oder einer bestimmten Tagegegend in solche Grundrisse, die mit Theodolit oder Meßtisch aufgenommen sind, hat keine Schwierigkeit und kann ebenso genau geschehen, wie mit dem Compaß überhaupt die Abweichung einer Linie von der Richtung des magnetischen Meridians anzugeben ist. Es bedarf wohl kaum der Bemerkung, daß die Anwendung verschiedener Compasse oder Boussolen bei Tageaufnahmen und Grubenzügen allerdings eine Differenz der Art zur Folge haben könnte. —

Hinsichtlich der Aufnahme von Nivellements oder Seigerrissen ist zu bemerken, daß dieselben seit alten Zeiten von den Markscheidern mit dem Gradbogen bewirkt wurden. Wo es auf eine möglichst genaue Bestimmung der Verticalwinkel ankommt, genügt jedoch dies Instrument schon um deshalb nicht, weil seine Eintheilung höchstens bis auf Achtel-Grade ausgeführt werden kann, mithin Winkeldifferenzen von 7—8 Minuten möglich sind. Wollte man dies nun auch durch Anwen-

bung eines Nonius beseitigen und so eine Angabe des Winkels bis auf einzelne Minuten erlangen, so wird ein anderer Umstand, die Aufhängung des Gradbogens an einer ausgespannten Schnur, noch einflußreichere Differenzen erzeugen. Der Gradbogen wird, in der Mitte der Schnur aufgehängt, dieselbe mehr oder weniger niederziehen, sie ist also nicht als Parallele zu der zu nivellirenden Station zu betrachten. Daß dieser Fehler sehr schwer festzustellen und deshalb auch nicht in Rechnung zu bringen ist, erhellt schon aus dem Umstande, daß die Schnur nicht überall gleichmäßig angezogen wird. Ein weiterer und bedeutender Mangel, der bei Anwendung des Gradbogens hervortritt, ist der Umstand, daß bei flachen Schnuren die Stelle der durch die Schnur gebildeten Kettenlinie (s. §. 18), an welcher die Tangente der Sehne parallel ist, nie ganz genau zum Anhängen des Gradbogens genommen wird, weil es mit Mühe verbunden ist, diesen für jeden Fallungswinkel sich ändernden Punkt zu ermitteln und es dem Markscheider bis jetzt noch an einer Norm für sein Verfahren in dieser Beziehung fehlt. Wenn der Fehler sich bei mehr oder weniger söhligen oder bei steigenden und fallenden Schnuren aufhebt, so wächst er dagegen fortwährend bei einer Reihe solcher Schnuren, die nur steigen oder fallen, und es ist einem solchen Zuge nicht die erforderliche Genauigkeit zuzutrauen.

Man hat daher, Angesichts dieser offenbaren Mängel des Nivellirens mit dem Gradbogen, die Anwendung der Quecksilberwaage und der Libellen-Nivellir-Instrumente mit Recht empfohlen und durch die Praxis bereits den Beweis geliefert, daß mit denselben genauere Resultate als mit dem Gradbogen erhalten werden. Der Umstand, daß in der Grube das Visiren beschränkt ist, mithin nur kleine Stationen von 4 bis 6 Lachter genommen werden können, hält zwar die Arbeit länger auf, ist aber keineswegs geeignet, der Richtigkeit derselben Eintrag zu thun, sondern verstattet eine ganz genaue Ablesung der Maaße an der Nivellirlatte, die man neuerdings zweckmäßig aus einer einfachen Latte mit genauer Eintheilung und deutlichen Bezeichnung, ohne beweglichen Schieber, construirt, wodurch der Beobachter die Resultate selbst ablesen kann und nicht von dem möglichen Irrthume eines Gehülfen abhängt.

Für Nivellements über Tage sind die Libellen-Instrumente vor allen anderen geeignet, zuverlässige Resultate zu gewähren. Dieselben werden in verschiedenen, zum Theil sehr ingeniösen Constructionen und trefflicher Arbeit, für alle Zwecke von den Herren Breithaupt und Sohn in Cassel, die auch den oben erwähnten Gruben-Theodoliten zuerst ausführten, angefertigt. —

§. 147. Wir gehen nunmehr zu der Erklärung der einfachen markscheiderischen Aufnahmen selbst über, wobei zu bemerken ist, daß sich diese nur auf die der Aufnahme von Grubengebäuden beschränken wird, da die Tageaufnahmen nach dem früher Vorgetragenen keiner weiteren Auseinandersetzung bedürfen.

Die verschiedenen Zwecke der Aufnahme von Grubengebäuden erfordern immer eine besondere Berücksichtigung, namentlich in Betreff der Wahl der festen Punkte, die man, je nach ihrer Lage als Anhalte-, Zwischen- oder Abgabe-Punkte bezeichnet. —

Die Aufnahme eines Grubenzuges kann nun entweder mit Hülfe von Compaß und Gradbogen oder mit dem Grubentheodolit geschehen. Es erscheint zweckmäßig, hier beide Manipulationen zu erörtern:

a) Das Markscheiden (Abziehen) mit Hülfe des Compasses und Gradbogens. Die erste Arbeit des Abziehens besteht in dem Verschnüren. Man spannt hierzu, sofern es die Localität des Grubengebäudes verstattet, längere oder kürzere Schnuren an eingeschlagene Spreitzen, vom Anhalte- bis zum Abgabe-Punkte. Die Länge derselben nimmt man nicht gern über 8—9 Lachter. Die Schnuren sind straff anzuziehen, ihre Lage muß ein bequemes Anhängen des Instrumentes verstatten und sie selbst eine gleiche Höhe erhalten. Wo keine Spreitzen geschlagen werden können, bedient man sich der sogenannten Markscheiderböcke oder Verziehschämel.

Ist ein Zug verschnürt, so schreitet man zur Bestimmung einer jeden einzelnen Schnur, und zwar wird zuerst ihre Länge genau gemessen, dann in der Mitte der Schnur der Gradbogen angehangen und ihre Lage dahin beobachtet, ob sie gegen den Anfangspunkt steigend oder fallend ist und wie viel Grade rc. der Neigungswinkel beträgt. Endlich wird der Compaß angehangen, und zwar mit seinem Nordpole dem Zuge voraus, welcher die Richtung und das Streichen der Schnur angiebt.

Bei den einzelnen Zügen hat man auch auf Abbaue und Lagerstätten, wenn dieselben auch nicht mit abzuziehen sind, zu achten, um dieselben auf dem Risse anzudeuten; ferner auf alle übersetzende Klüfte und Gänge, abgehende Strecken und Oerter, Schächte, Firstenbaue, Ueberhauen und Gesenke, Markscheiden, Fundstufen, Weitungen, Streben, Querbaue u. s. w., und in welchen von diesen Bauen der Zug verrichtet wird. Wo sich in der Grube verstuftes Feld und über Tage vermessenes Feld endigt, muß angegeben werden; wo ein Gang oder eine Kluft, ein Trumm oder ein Flötz übersetzt, herankommt oder absetzt; welche Lagerstätten man nach ihrem Streichen, ihrem Fallen und ihrer Mächtigkeit anzugeben und zu bemerken

hat, in welchem Lachter der gezogenen Schnur, von ihrem Anfangspunkte an gerechnet, dies Uebersetzen, Herankommen oder Absetzen geschieht.

Alle diese Beobachtungen werden sogleich in der Grube in tabellarischer Form notirt, deren Schema der Markscheider sich beliebig einrichten kann. —

Es ist bekannt, daß diejenigen Winkelmesser, welche auf der eigenthümlichen Eigenschaft des Magnetes beruhen, nicht den eigentlichen (geographischen) Meridian des Beobachtungsortes, sondern nur den sogenannten magnetischen Meridian, welcher je nach den verschiedenen Orten der Erde mehr oder weniger von jenem abweicht, angeben. Um nun diese Abweichung zu ermitteln, hat man die Richtung der wahren Mittagslinie anzugeben (s. „Instrumente 2c. der Meßkunst 2c." §. 137) und die Abweichung zu ermitteln. Das mit dem Compaß gemessene Streichen einer Linie wird sich demnach mit Rücksicht auf die ermittelte und für eine markscheiderische Aufnahme constant bleibende Magnetabweichung (Declination) leicht auf die wahre Mittagslinie zurückführen lassen und wird dann das reducirte Streichen genannt. —

b) Das Markscheiden mit Hülfe des Gruben-Theodoliten. Man bedient sich bei Grubenaufnahmen mit dem Theodoliten zum Signalisiren eines Lampensignales auf einem Stative, welches zum Herauf- und Herunterschrauben des Signales eingerichtet ist. Nachdem der Theodolit aufgestellt ist, wird das Lampensignal so weit in die Grube hineingetragen, wie es dem Beobachter am Theodolit sichtbar bleibt und dann in der Höhe der Visirlinie des Fernrohres festgestellt. Müssen die Standlinien in der Grube mit einer ausgespannten Kette gemessen werden, so wird über jedem Standpunkt in der Grube an den Wänden, gleich hoch über der Sohle, ein Arm von Messing fest eingeschroben und auf diesen das Instrument oder das Lampensignal gestellt. Die Anwendung des Lichtsignals gestattet eine Verminderung der Standpunkte. Sind diese Vorrichtungen besorgt, so wird die Länge jeder Station mit Hülfe der Lachterkette ermittelt. Darauf visirt man mit dem Fernrohr nach dem Lichtsignal und wenn das Fadenkreuz, die Flamme deckt, beobachtet man die Streichung der Linie an der auf dem Grubentheodoliten angebrachten Boussole; an dem Verticalkreise des Theodoliten bemerkt man ferner die Grade 2c. der Neigung der Linie und ob diese steigend oder fallend ist.

Man wird sich die Arbeit sehr erleichtern, wenn man die Aufnahme in der Weise beginnt, daß man am Anfangsort des Grubengebäudes das Lampensignal aufstellt und für das Instrument einen passenden Standort in der Grube wählt. Die Streichung ist dieselbe wie bei dem umgekehrt

genommenen Standpunkte, nur die Donlege (Neigung) muß, wenn man den Zug so fortsetzt, daß das Lampensignal immer dem Abgabepunkte zunächst steht, in umgekehrter Ordnung aufgeschrieben werden, mithin das Steigen als Fallen ꝛc. Beim zweiten Zuge behält der Theodolit seine Stelle, dagegen wird das Signal so weit in die Grube, dem Abgabepunkte zugetragen, wie es vom Instrument aus sichtbar bleibt. Wiederum bleibt beim dritten Zuge das Lampensignal auf derselben Stelle, wie beim zweiten, dagegen erhält der Theodolit einen andern Standpunkt, näher dem Abgabe-Punkte, als das Signal. In derselben Weise wird die Aufnahme fortgesetzt und beendigt, wobei man nur zu beachten hat, daß die Donlege entsprechend den verschiedenen Standorten des Theodoliten aufgeschrieben wird.

§. 148. Wenn ein Zug auf die eben dargelegte Weise verrichtet ist, so schreitet man zur Berechnung und Zulage (Auftragen) desselben.

Die Berechnung eines Zuges ergiebt für die Länge und Neigung einer jeden flachen Schnur die zugehörige Sohle und Seigerteufe. Es handelt sich dabei allein um die trigonometrischen Functionen eines rechtwinkligen Dreiecks, mithin kommen die bekannten Formeln für dasselbe in Anwendung. Bezeichnet man in einem Dreieck den rechten Winkel mit A, die beiden Spitzen mit B und C, die Hypotenuse mit BC und die beiden Katheten mit AB und AC, so hat man folgende Gleichungen:

$$\log. AB = \log. BC + \log. \sin. C - \log. R.$$
$$\log. AC = \log. BC + \log. \sin. B - \log. R.$$

Die gesuchten Werthe sind mit Hülfe der Logarithmen leicht zu finden. Nimmt man an, daß in einem rechtwinkligen Dreieck die Seite AB der horizontalen, die Seite AC der verticalen Linie der Schnur entspricht, so ist der Winkel B der unmittelbar durch den Gradbogen gemessene und C sein Complement. BC sei z. B. = 4,2 Lachter, $\llcorner$ B = 30° 15′, so ist

$$\log. AB = (0{,}623249 + 9{,}936431 - 10)$$
$$= (\log. BC + \log. \cos. B - \log. R.)$$
$$= 0{,}559680 \text{ oder}$$
$$AB = 3{,}628 \text{ Lachter.}$$

Der Sinus ist mithin immer die Seigerteufe, der Cosinus die Sohle.

Hat man auf diese Weise die Dreiecke aller Stationen berechnet, so notirt man die Resultate mit denen bei der Aufnahme gefundenen in eine Tabelle unter den besondereren Rubriken für Sohlen und Seigerteufen, bei letzteren auch noch, ob sie steigen oder fallen. Eine derartige Tabelle

nennt man **Winkelbuch**; für dessen Einrichtung folgt weiter unten ein Schema.

Für die Berechnung der Winkel kann man sich auch der berechneten Sinus- und Cosinustafeln bedienen, welche, mit der Länge der Schnur multiplicirt, das verlangte Resultat geben; oder man erhält solches mit Hülfe der Tabellen, in denen Sohle und Seigerteufe von 1—9 Lachter und durch alle Neigungswinkel von 0—90 Grad berechnet sind, so daß man nur die der Länge einer flachen Schnur entsprechenden Functionen aufzusuchen und zu addiren hat. Derartige Tabellen existiren vom Prof. Hecht und Markscheider Leschner in Freiberg.

Man kann die Seigerteufe und Sohle übrigens auch durch Zeichnung finden. Trägt man nämlich an die nach dem verjüngten Maaßstabe gezeichnete Länge der flachen Schnur (Kettenlänge) an der einen Seite den gefundenen Neigungswinkel (Donlege) an die andere Seite das Complement der Donlege, so werden die Schenkel dieser beiden Winkel sich unter einem rechten Winkel schneiden und man erhält auf diese Weise die beiden Katheten, deren Maaß von dem verjüngten Maaßstabe abgenommen wird. Dies Verfahren kann jedoch nur als Nothbehelf empfohlen werden, da es nicht die Genauigkeit der Rechnung gewährt und mehr Zeit als diese erfordert.

§. 149. Auf Grund der Berechnung eines Zuges wird der **Riß** desselben angefertigt und zwar zuerst der **Grundriß**, indem man die gezogenen flachen Schnuren nach ihrem Streichen im verjüngten Maaßstabe zulegt oder auf dem Papiere zeichnet.

Zu diesem Behufe wird ein Blatt Zeichnen-Papier glatt und eben aufgespannt, so daß die Winkel mit dem zum Zulege-Instrumente umgewandelten Compaß oder mit einem guten Transporteur genau aufgetragen werden können. Die zwölfte Stundenlinie zieht man am zweckmäßigsten durch die Mitte des Blattes und wählt nach einem Ueberschlage des Zuges im Winkelbuche den Anfangspunkt desselben so, daß die Zeichnung bequem auf das Blatt kommt. Von diesem Anfangspunkte an trägt man die einzelnen Winkel auf und zwar, indem man dem Compaß dieselbe Lage giebt wie bei dem Zuge. Man muß das Zuleginstrument so lange drehen, bis die Spitze der Nadel genau auf den im Winkelbuche bemerkten Punkt zeigt; in dieser Lage des Compasses zieht man scharf am Zulege-Instrumente eine schwache Linie von gehöriger Länge mit Bleistift und sticht mit dem Zirkel das im Winkelbuch unter der Rubrik „Sohle" eingetragene Längenmaaß nach dem verjüngten Maaßstabe ab. In derselben Weise fährt man mit dem Auftragen der im Winkelbuche enthaltenen Zahlen

und Angaben für jeden einzelnen Zug fort und erhält so den Grundriß eines aufgenommenen Grubengebäudes.

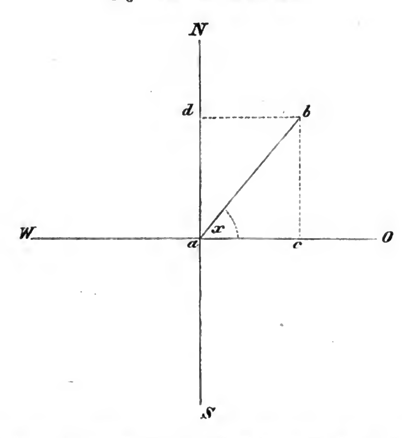
Das Zulegen mittelst des Compasses hat, — selbst vorausgesetzt, daß es immer mit demselben Instrumente geschehe, mit welchem der Zug aufgenommen, — seine Mängel, die selbst bei der größten Sorgfalt und Aufmerksamkeit nicht zu vermeiden sind. Der Compaß unterliegt Einflüssen, die zum Theil gar nicht bemerkbar sind; sie werden in der Grube noch anders sein, als beim Zulegen mit demselben Instrumente. Die Winkelbestimmung des Compasses geht bis auf $\frac{1}{8}$ Grade, läßt mithin Differenzen zwischen 3—5 Minuten zu. Diese Differenzen können aber leicht beim Zulegen sich verdoppeln und dann allerdings um so mehr von erheblicherem Einflusse werden, als die Grubenzüge selten eine Controlle in der Weise gewähren, daß sie als abgeschlossene Figuren erscheinen. Welche Sorgfalt man auch auf die übrigen Manipulationen beim Zulegen, auf die horizontale Lage des Zeichnenpapieres, auf die Entfernung aller Eisentheile, das Anlegen des Compasses an die gezogene zwölfte Stunde zur Prüfung rc., verwendet, immer bleibt die Möglichkeit erheblicher Fehler, die ihre Begründung in der Natur des Instrumentes selbst finden, nicht ausgeschlossen. Es erhellt auch hieraus, wie wenig Zuverlässigkeit markscheiderische Aufnahmen mit dem Compaß gewähren und wie selbst der Maaßstab für die Zuverlässigkeit der Arbeit fehlt.

Schon in den §§. 146 und 147 ist der Grubentheodolit als das geeigneteste Instrument für markscheiderische Aufnahmen genannt und über seine Anwendung das Nöthige beigebracht worden. Hat man das Streichen eines Zuges mit dem Grubentheodolit ermittelt, so wird man sich zur Anfertigung des Risses nicht des Zulege-Instrumentes bedienen können. Vielmehr ist es vortheilhaft, hierzu einen guten Transporteur (z. B. den von Gattermann in Form eines Quadranten construirten*) anzuwenden oder den ganzen Zug nach Coordinaten aufzutragen, was man gewöhnlich das Zulegen nach Länge und Breite nennt (vergl. §. 65). Denkt man sich nämlich die Sohle einer flachen Schnur in einer horizontalen Ebene, zieht man durch den Anfangspunkt derselben, a (Fig. 152), die zwölfte Stundenlinie, sowie eine dieselbe rechtwinklig durchschneidende sechste Stundenlinie, so wird das Streichen der Linie ab = ∟bad sein. Fällt man nun von b aus auf die zwölfte Stundenlinie die Senkrechte bc, so ist bd = sin. ∟bad und ad = cos. ∟bad. Durch diese Construction ist bd = ca, da = bc, folglich ist ab

*) S. Instrumente rc. der Meßkunst. §. 231. b. S. 221.

ebenfalls der Sinus des Winkels bad oder die Länge, und bc die Breite oder der Cosinus des gedachten Winkels. Für die Bezeichnung der Länge

Fig. 152. S. Seite 289.



und Breite hat der Markscheider die Ausdrücke Streichsinus und Streichcosinus, die mithin Seigerteufe und Sohle darstellen. Die Länge wird auf der sechsten Stundenlinie genommen und ist daher von a entweder östlich oder westlich, sowie die Breite, die auf der zwölften Stundenlinie genommen wird, entweder nördlich oder südlich ist. Der Anfangspunkt a, von welchem aus die Zulage gemacht wird, heißt der Nullpunkt.

Soll hiernach eine Linie mit gegebenem Streichen verzeichnet werden, so zieht man eine gerade Linie für die zwölfte Stundenlinie, welche man dem entsprechend mit Nord und Süd bezeichnet, und rechtwinklig mit derselben eine sechste Stundenlinie, die mit Ost und West bezeichnet wird. Sodann werden die für den gegebenen Streichungswinkel und die Sohle der Flachenschnur berechneten Sinus und Cosinus auf der sechsten und zwölften Stundenlinie vom Nullpunkte a ab, je nach der Weltgegend, aufgetragen und bd durch d parallel mit ac, bc durch c parallel mit da, sowie durch den Nullpunkt die Diagonale ab gezogen. Der Winkel bad ist alsdann der Streichungswinkel für die Linie ab und diese selbst, wie erforderlich, gezeichnet. Hat man einen Zug von mehreren Winkeln aufzutragen, so müßte man eigentlich den jedesmaligen Endpunkt eines zugeleg-

ten Winkels als den neuen Nullpunkt betrachten und wie bei a verfahren. Man hilft sich aber dadurch, um die Zeichnung abzukürzen und bei weniger Construction mehr Richtigkeit in dem Risse zu erlangen, daß man die Länge und Breite bei ihrem Fortsetzen auf die Nullpunkte reducirt, so daß man das Ende oder jeden beliebigen Winkel des Zuges vom Nullpunkte aus auftragen kann, ohne die dazwischen liegenden Winkel verzeichnen zu müssen. Es wird die östliche Länge und nördliche Breite als positiv, die südliche Breite und westliche Länge als negativ angenommen und entsprechend im Winkelbuche bezeichnet. Die zweite Länge oder Breite wird entweder zur ersten addirt oder subtrahirt, je nach Erforderniß ihrer Gleichartigkeit, und das Resultat erhält eine positive oder negative Bezeichnung. Zu der erhaltenen Summe oder Differenz rechnet man auf vorige Weise den nächstfolgenden Winkel und sofort bis zum Endpunkte, wo die Endresultate Länge und Breite des Endpunktes geben.

Ein bequemes und leichtes Verfahren für das Auftragen eines Risses besteht in dem Ueberziehen des Papieres mit Quadraten, deren Seiten eine bestimmte Größe, z. B. 10 Lachter, haben. Der Nutzen eines solchen Quadratnetzes leuchtet von selbst ein.

Da man beim Zulegen nach Länge und Breite die zwölfte Stundenlinie als fest und als Meridian annimmt, so hat man für die etwa später nothwendigen Nachträge auf einem Risse die Abweichung dieser Linie von dem wahren (nicht von dem magnetischen) Meridian zu bestimmen und das berechnete Streichen stets auf denselben zu reduciren.

Der Nutzen der Berechnung eines Zuges nach Länge und Breite besteht hauptsächlich darin, daß man markscheiderische Aufgaben lösen kann, ohne daß man erst nöthig hat, über den verrichteten Zug einen Riß zu fertigen. Soll z. B. aus einem nach Ordinaten und Abscissen berechneten Zuge die söhlige Lage des Anfangspunktes gegen den Endpunkt durch bloße Rechnung gefunden werden, so ist klar, daß die Summen der Längen und Breiten die Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks ergeben, dessen Hypotenuse eine von dem Anfangspunkte gegen den Endpunkt gezogene gerade Linie ist. Dieser Linie Länge und Streichen wird durch Rechnung gefunden, indem sich die Länge zur Breite verhält, wie der Radius zur Tangente des Streichungswinkels, oder (Fig. 152) $cb : ca = r : \text{tang. } x$. Mithin ist $\text{tang. } x = \frac{ca \cdot r}{cb}$.

§. 150. Die Einrichtung des Winkelbuches, auf die schon mehrfach Bezug genommen, dürfte sich nach dem Vorhergehenden am zweckmäßigsten in folgender Weise anordnen lassen.

Für die Notizen bei markscheiderischen Aufnahmen genügen einfache Tabellen, welche die Nummer des Zuges, die Neigung (steigend oder fallend), die Länge der flachen Schnur (Lachter, Zehntel, Zolle), das Streichen (Weltgegend, Grad oder Stunde, Minuten oder Achtelstunden, je nach den angewandten Instrumenten) und die Rubrik für Anmerkungen enthalten. Das Winkelbuch selbst, welches für alle Zeiten die Basis der Aufnahme sein sollte, ist am zweckentsprechendsten in folgender, beispielsweise angeführten Art anzulegen und zu berechnen.

Tafel 1.

Nummer.	Kettenlänge.			Neigung.			Seigerteufe.		Sohle.	Ordinaten.		Abscissen.	Anmerkungen.
	Lt.	Ze.	Zoll.	F.	Gr.	M.	St. Ltrz.	F. Ltrz.	Ltrz.	St. Ltrz.	F. Ltrz.	Ltrz.	
1	2	.	.	St.	7	20	25 5	. . .	198,3	25,5	. . .	198,3	
2	9	5	5	St.	9	.	149,4	. . .	943,2	174,9	. . .	1141,5	
3	8	7	5	St.	8	5	123,0	. . .	866,3	297,9		2007,8	
4	9	2	.	St.	7	30	120,1	. . .	912,1	418,0		2919,9	
5	12	.	3	St.	7	30	157,0	. . .	1192,7	575,0		4112,6	
6	2	3	.	St.	7	.	28,0	. . .	228,3	603,0		4340,9	
7	7	9	1	St.	4	10	57,5	. . .	788,9	660,5		5129,8	
8	5	9	.	St.	5	55	60,8	. . .	586,8	721,3		5716,6	
9	11	4	1	F.	3	20	. . .	66,3	1139,1	655,0		6855,7	
10	.	1	5	.	.	.	. . .	. . .	15,0	655,0		6870,7	
11	20	6	8	F.	4	5	. . .	147,2	2062,7	507,8		8933,4	
12	.	2	.	.	.	.	. . .	. . .	20,0	507,8		8953,4	
13	.	.	.	F.	90	.	. . .	221,0	. . .	286,8		. . .	
14	1	2	.	.	.	.	. . .	. . .	120,0	286,8		9073,4	
15	3	.	.	St.	7	20	38,3	. . .	297,5	325,1		9370,9	
16	9	7	2	F.	4	35	. . .	77,7	968,9	247,4		10339,8	
17	2	7	.	F.	7	45	. . .	36,4	267,5	211,0		10607,3	
18	5	1	1	F.	6	45	. . .	60,0	507,4	151,0		11114,7	
19	3	3	1	F.	9	20	. . .	53,7	326,6	97,3		11441,3	
20	3	7	6	F.	8	20	. . .	54,5	372,0	42,8		11813,3	
21	7	9	3,5	St.	9	45	134,4	. . .	782,0	177,2		12595,3	
22	6	.	8	St.	9	.	95,1	. . .	600,5	272,3		13195,8	
23	4	4	2	St.	.	5	0,6	. . .	442,0	272,9		13637,8	
24	15	.	.	F.	.	20	. . .	8,7	1499,9½	264,2		15137,7	
25	.	.	.	F.	90	.	. . .	280,0	. . .	. . .	15,8	. . .	
26	2	8	7	St.	12	.	59,7	. . .	280,7	43,9		15418,4	
27	2	1	8	St.	3	40	13,9	. . .	217,5	57,8		15635,9	
28	4	2	1	St.	36	45	251,9	. . .	337,3	309,7		15973,2	
29	13	5	1,5	St.	1	.	23,6	. . .	1351,3	333,3		17324,5	
30	12	7	8	St.	.	25	9,3	. . .	1277,9	342,6		18602,4	
	177	8	7				1348,1	1005,5	18602,4				
							1005,5						
							342,6						

Tafel 2.

Nummer.	Streichung. O. W.	Gr.	M.	Sohle.	Streichsinus. Ost + Ltrz.	West − Ltrz.	Streichcosinus. Nord + Ltrz.	Süd − Ltrz.	Ordinaten. Ost +	West −	Abscissen. Nord +	Süd −	Anmerkungen.
1	O.	11	35	198,3	39,8	. .	194,4	. .	39,8	. .	194,4	. .	
2	W.	143	4	943,2	. .	566,8	754,0	. .	. .	527,0	948,4	. .	
3	W.	141	.	866,3	. .	545,2	673,2	. .	. .	1072,2	1621,6	. .	
4	W.	151	30	912,1	. .	435,2	801,6	. .	. .	1507,4	2423,2	. .	
5	W.	161	30	1192,7	. .	378,4	1131,0	. .	. .	1885,8	2354,2	. .	
6	W.	149	55	228,3	. .	114,4	197,5	. .	. .	2000,2	3751,7	. .	
7	O.	18	.	788,9	243,8	. .	750,3	. .	. .	1756,4	4502,0	. .	
8	W.	162	50	586,8	. .	173,2	560,7	. .	. .	1929,6	5062,7	. .	
9	O.	67	30	1139,1	1052,3	. .	435,9	. .	. .	877,3	5498,6	. .	
10	W.	157	30	15,0	. .	5,7	13,8	. .	. .	883,0	5512,4	. .	
11	O.	64	35	2062,7	1863,1	. .	885,3	. .	980,1	. .	6397,7	. .	
12	O.	137	.	20,0	13,6	. .	. .	14,6	993,7	. .	6383,1	. .	
13													
14	O.	47	.	120,0	87,7	. .	81,8	. .	1081,4	. .	6464,9	. .	
15	O.	21	55	297,5	111,1	. .	276,0	. .	1192,5	. .	6740,9	. .	
16	O.	66	5	968,9	885,7	. .	392,8	. .	2078,2	. .	7133,7	. .	
17	O.	137	30	267,5	180,7	. .	. .	197,2	2258,9	. .	6936,5	. .	
18	W.	1	5	507,4	. .	9,6	. .	507,3	2249,3	. .	6429,2	. .	
19	O.	151	.	326,6	158,1	. .	. .	285,6	2407,6	. .	6144,4	. .	
20	O.	175	.	372,0	32,4	. .	. .	370,6	2440,0	. .	5773,8	. .	
21	O.	151	30	782,0	373,0	. .	. .	687,3	2813,1	. .	5086,5	. .	
22	O.	152	25	600,5	278,0	. .	. .	532,2	3091,1	. .	4554,3	. .	
23	W.	20	30	442,0	. .	154,8	. .	414,0	2936,3	. .	4140,3	. .	
24	W.	36	55	1499,9½	. .	900,9	. .	1199,0	2035,4	. .	2941,3	. .	
25													
26	O.	173	.	280,7	34,2	. .	. .	278,6	2069,6	. .	2663,7	. .	
27	W.	45	.	217,5	. .	153,8	. .	153,8	1915,8	. .	2509,9	. .	
28	W.	33	30	337,3	. .	186,2	. .	281,3	1729,6	. .	2228,6	. .	
29	W.	41	40	1351,2	. .	898,3	. .	1009,0	831,3	. .	1219,2	. .	
30	W.	36	55	1277,9	. .	767,6	. .	1021,7	63,7	. .	195,7	. .	
					5353,8	5290,1	7158,3	6962,6					
					5290,1		6962,6						
					63,7		195,7						

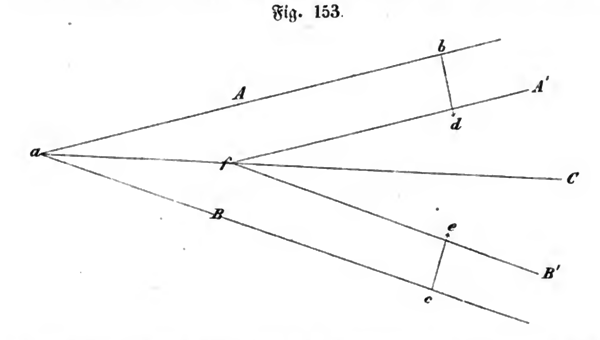
In der ersten Tafel ist durch die berechneten Seigerteufen angegeben, daß der Endpunkt 342,6 Lachterzolle höher wie der Anfangspunkt liegt. — In der zweiten Tafel giebt die zu dem 30. Standpunkte berechnete Abscisse an, daß der Endpunkt von dem Anfangspunkt von Norden nach Süden 195,7 Lachterzolle entfernt ist, und die zu dem 30. Standpunkte berechnete Ordinate giebt an, daß der Endpunkt vom Anfangspunkt von Osten nach Westen 63,7 Lachterzolle entfernt ist. Mit dieser Ordinate und Abscisse ist berechnet, daß der Anfangspunkt von dem Endpunkt

205,8 Lachterzolle söhlig entfernt ist. Mit dieser söhligen Entfernung und Seigerteufe (342,6 Lachterzolle) ist berechnet, daß die Donlege vom Anfangspunkt bis zum Endpunkt 399,7 Lachterzolle lang ist. — Es erhellt hieraus, daß diese so eingerichteten Tabellen für alle Anforderungen an eine markscheiderische Aufnahme ausreichen und für alle Zeiten die Grundlage derselben, gleichviel ob ein Riß vorhanden ist oder nicht, bilden können.

§. 151. Es mögen hier nun einige markscheiderische Aufgaben und deren Lösungen folgen:

1) Das Streichen der Kreuzlinie zweier Gänge durch Construction zu finden. (Fig. 153). Man trägt das Haupt-

Fig. 153.



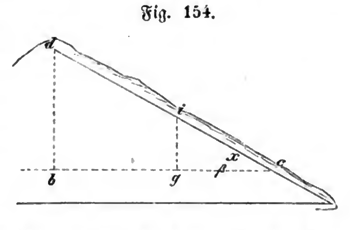
streichen beider Gänge, A und B, auf und zieht auf dasselbe in beliebigen Punkten rechtwinklig eine Falllinie, hier für A die bd, für B die ce. Beide Fallwinkel der Gänge sind als bekannt vorausgesetzt. Nun berechnet man für beide Fallwinkel und eine angenommene Seigerteufe von 10 oder 20 Lachtern, je nachdem das Fallen beider Gänge flacher oder seigerer ist, die Sohlen, und trägt dieselben für jeden Gang auf seine Falllinie in der Richtung des Fallens auf, so daß man die Punkte d und e erhält. Durch diese Punkte d und e zieht man Parallelen und zwar durch d mit A = A′, und durch e mit B = B′. Wenn man diese Parallelen nach Belieben verlängert, so werden sie sich wie A und B in a und f schneiden. Man zieht sodann eine gerade Linie C durch die Punkte a und f, und diese giebt das Streichen der Kreuzlinie an, deren Stunde man leicht abnehmen kann.

Anmerkung. Das Streichen eines Ganges ist die Richtung desselben in Bezug auf den Meridian, sofern der Gang überhaupt regelmäßig oder gerade ist. Macht derselbe jedoch Krümmungen oder wird er verworfen, so muß die ganze Strecke, welche auf dem Gange aufgefahren worden, abgezogen

und zugelegt werden. Hat man dann das Streichen auf einerlei Sohle gebracht und zieht man eine Linie mitten durch die Biegungen des Ganges, so wird man durch die Bestimmung der Lage derselben zum Meridian das Hauptstreichen des Ganges erhalten.

2) Auf einem Berge sei ein Punkt anzugeben, von welchem eine gefällte senkrechte Linie ein gegebenes Stück einer söhligen Linie abschneidet. Es sei dic (Fig. 154) die Neigungslinie der Bergoberfläche, cgb eine söhlige Linie, deren Streichen bekannt und deren Stück cg gegeben ist; es soll auf der Oberfläche der Punkt i angegeben werden, welcher senkrecht über g liegt. Man stellt im Punkte c den Theodolit auf die Grade und

Fig. 154.



Minuten ein, welche für das Streichen der gegebenen Linie bc bekannt sind, und lasse in dieser Streichungsebene auf der Oberfläche des Berges ein Signal setzen, z. B. nach d. Visirt man nun nach oberen Ende des Signales und liest man den Höhenwinkel am Verticalkreise ab, so erhält man die Donlege dcb. Es ist im △ igc der Winkel icg = x und die Sohle cg = β gegeben, mithin

$$ic = \frac{r\beta}{\cos. x} = \frac{\beta . \sec. x}{r}.$$

Wäre z. B. β = 60 Zehntellachtern und < x = 10°, so findet man ic durch folgende Rechnung:

$$10 + \log. \beta = 11{,}7781512$$
$$\log. \cos. c. = 9{,}9933515$$
$$\log. ci = 1{,}7847997 = 60{,}925$$

mithin ist ci = 6 Lachter 0,925 Zehntellachter, welche Länge man mit der Kette in der Ebene cd, d. h. in demselben Streichen wie die Linie cgb, abmisst. —

Diese Aufgabe kann auch durch Zeichnung aufgelöst werden; die Rechnung ergiebt aber immer ein genaueres Resultat. Es gilt auch hier, wie bei allen Meßoperationen, der wichtige Grundsatz: so viel Stücke als möglich durch Rechnung zu finden, die wenigsten aus einer Construction herzuleiten.

Im Uebrigen ist diese Aufgabe einer vielfachen Anwendung fähig; sie dient nicht nur, die bestimmten Punkte für einen Schacht, Bohrloch oder Durchschlag anzugeben, sondern läßt sich auch, je nachdem das eine

oder das andere Stück des betreffenden Dreiecks gegeben ist, dazu anwenden, die Länge der Donlege, die Sohle oder auch die Seigerteufe zu finden.

3) Den Durchschlag von zwei Gruben anzugeben. Man trägt von beiden Gruben, aus deren einer in die andere ein Durchschlag anzugeben ist, den söhligen oder Grund-Riß derselben neben einander auf, z. B. den einen abcdf, den andern mnpo (Fig. 155). Ziehet man nun an dem Orte, wo der Durchschlag hintreffen soll, die Linie xy, so kann man den Winkel, den derselbe mit cd oder np macht, so wie die Längen cx und ny von der Zeichnung abnehmen. Ermittelt man sodann aus den Tafeln des Winkelbuches, wie viel x höher oder niedriger liegt als der Eingang a, und wie viel y höher oder niedriger liegt als m, ferner, um wie viel a höher oder niedriger liegt als der andere Eingang m: so läßt sich leicht finden, um wie viel die beiden Punkte x und y in der Höhe von einander unterschieden sind. Man erhält dies Resultat durch Construction der Fig. 156, in welcher die Linie hr der verlangte Unterschied ist. Aus den Linien hr und rk, welche der Linie xy gleich ist, findet man den ∟ hkr, d. h. den Neigungswinkel, unter welchem der Durchschlag gegen den Horizont anzulegen ist. —

Fig. 155.

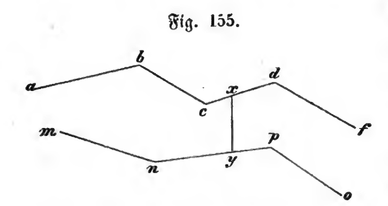


Fig. 156.

Dabei verdient noch die neuere Methode der Anwendung eines kräftigen Magnetes zur Ermittelung der Durchschlagsrichtung zweier Gegenörter einer Erwähnung, da hier vielleicht der einzige Fall eintritt, wo die Boussole zuverlässige Resultat erwarten läßt.

Es ist bekannt, daß Bohrgestänge beim Gebrauch magnetisch werden, daß mithin, wenn man die Durchschlagsrichtung von einem nicht allzuweit vom Bohrloche entfernten Orte ermitteln will, hier durch den Einfluß des magnetischen Bohrgestänges eine Ablenkung der Nadel stattfinden wird. Diese Ablenkung wird um so stärker sein, wenn an das Bohrgestänge ein kräftiger Magnet angeschroben ist. Liegt bei dieser Untersuchung das Bohrloch auf der Seite des Ortes und man ist mit dem letzteren schon darüber hinaus, so ist die Ermittelung dabei so einfach, daß sich die Richtung nach dem Magnete gleich an Ort und Stelle angeben

läßt, wenn man nämlich an einer am Stoße entlang ausgespannten Schnur mit dem Compaß denjenigen Punkt sucht, wo die Magnetnadel die größte Abweichung giebt. Von diesem Punkte ist alsdann die Richtung rechtwinklig mit der Schnur abzugeben. Ob aber das Bohrloch auf dem linken oder rechten Stoße des Ortes zu suchen ist, läßt sich aus der Ablenkung der Magnetnadel folgern, wenn an dem andern Stoße eine zweite Schnur gespannt und die Beobachtungen mit denen an der ersten Stelle verglichen werden. Dabei ist jedoch nur noch die Vorsicht anzurathen, das Ende vom Bohrkopfe oder dem angeschrobenen Magnet nicht unter die Horizontale des Compasses zu bringen, sondern lieber etwas höher zu lassen, damit man es nur mit einer Probe zu thun hat. Wie stark hingegen das Mittel vom Stoße nach dem Bohrloche noch ist, kann man freilich nur praktisch ermitteln, indem man über Tage eine Schnur in derselben Richtung wie in der Grube spannt, den Compaß daran hängt und versuchsweise mit demselben Bohrer oder Magnete in möglichst gleichen Höhenabständen vom Compaß wie in der Grube, hin und herrückt, bis man die bekannte Abweichung der Magnetnadel gefunden hat. Der Abstand zwischen Compaß und Magnet ist dann die gesuchte Länge.

Liegt indeß das Bohrloch mit dem Magnete dem Orte vor, und es soll mit letzterem gerade auf das Bohrloch zugefahren werden, so ist dies derselbe Fall, als wenn der Durchschlag mit einem zu- oder nicht zugänglichen Orte gemacht werden sollte. Hier läßt sich an Ort und Stelle die Richtung nicht gleich bestimmen, man muß vielmehr an zwei parallel den Stößen entlang ausgespannte Schnuren (bei größeren Stunden 4 bis 8 Mal, auch noch an einer dritten dazwischen liegenden) mit dem Compaß erst die nöthigen Beobachtungen in gleichen rechtwinkligen Abständen vornehmen und dann über Tage dieselbe Operation, wie oben beschrieben, vornehmen. — Daß sich aus diesen Beobachtungen, besonders mit einem kräftigen Magnete, und aus den mechanischen Versuchen über Tage die Durchschlagsrichtung ziemlich genau und die Entfernung wenigstens ungefähr ermitteln läßt, kann man versuchsweise in offenen Strecken in der Grube als auch über Tage erproben. Es ist nur nöthig, zu beachten, daß die Lage des einzubringenden Magnets nicht horizontal, sondern im Mittel des Ortsstandes vertical, der Nordpol nach unten, ist*).

---

*) Ein Weiteres darüber ersieht man in: F. Borchers, „Anwendung eines kräftigen Magnetes zur Ermittelung der Durchschlagsrichtung zweier Gegenörter ꝛc. Clausthal 1846." Der Verfasser, bekannt als tüchtiger Lehrer und Markscheider, hat diese Methode zuerst vorgeschlagen.

4) Einen Stollen anzulegen und demselben die richtige Wasserrösche zu geben.

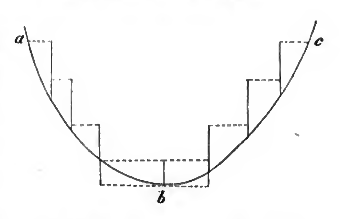
Soll das Wasser vom Punkte a (Fig. 157) in einer Grube abgeleitet werden, so ermittele man (nach Aufgabe 2) den senkrecht darüber stehenden Punkt b auf der Oberfläche des Berges. Man wählt sodann nach dem Augenmaaße an der Seite des Berges einen Punkt d, von dem man annimmt, daß er zunächst dem Punkte a liege. Die Linie von b bis d wird darauf nach ihrem Streichen, Sohlen und Seigerteufen bestimmt, und man erhält aus der Summe der Seigerteufen die Linie bc, aus der Summe der Sohlen die Linie cd. Zieht man ab von bc ab, so erhält man ac, und aus ac und cd kann man in dem rechtwinkligen Dreieck den Winkel adc finden. Legt man nun von d aus nach a den Stollen, unter den entgegengesetzten Graden als das Streichen von b nach d zeigt, an, und giebt man demselben den Winkel adc mit dem Horizont, so wird man auf den Punkt a treffen. Man wird von selbst einsehen, daß, wenn man den Zug von b gegen d vorgenommen hat und die Summe der Seigerteufen nicht mehr beträgt, als ab, man solche weiter fortsetzen müsse, bis die Summe größer wird. Ferner, wenn der Zug etwa bald fallend, bald steigend gewesen, die steigenden Seigerteufen abgezogen werden müssen. Hat man endlich von b nach d mehrere Züge von verschiedenem Streichen machen müssen, so muß man einen Grundriß von denselben anfertigen und das Streichen der Verbindungslinie des Anfangs- und Endpunktes bestimmen.

Fig. 157.

5) Einen Teich anzulegen. — Bei der Anlage eines Teiches werden dem Markscheider zwei feste Punkte gegeben: 1) der Ort, wo der Teich und 2) die Stelle, wo der Damm hinkommen soll. Ist die Stelle des Dammes in einem Thale gegeben, so ist zuvörderst der Querdurchschnitt des letzteren aufzunehmen. Es sei abc (Fig. 158) der Querdurchschnitt eines Thales, so schlägt man auf dem tiefsten Punkte desselben, b, einen Pfahl so in die Erde, daß er mit dem Kopfe dem Boden gleich ist, stellt auf denselben eine Latte, an welcher eine Höhe von 1 oder 2 Ellen bezeichnet ist. Durch Nivellement werden nun zu beiden Seiten des Thales

Punkte bestimmt, welche gleich hoch mit dem bestimmten Maaße der auf b gestellten Latte liegen. In derselben Weise kann man die Steigung des Gebirges weiter abmessen. Hätte man z. B. den Damm 10 Ellen hoch anzunehmen, so misst man diese Höhe in Bezug auf den Punkt b in der vorbeschriebenen Weise an jedem Gehänge ab und bezeichnet die mithin in gleicher Höhe liegenden Punkte örtlich.

Fig. 158. S. Seite 298.



6) In einer Grube soll die Markscheide von einem höheren Punkte auf einen tiefern gebracht, oder überhaupt auf einen Gang gefällt werden. — Die Markscheide oder Grenze eines Grubenfeldes schneidet dasselbe stets mit der Streichungslinie des Ganges rechtwinklig, daher ist die Linie der Markscheide um 6 Stunden von der Streichungslinie des Ganges verschieden. Ist dieselbe auf einem Punkte angegeben und soll nun weiter fortgebracht werden, so verrichtet man einen zusammenhängenden Zug, wie z. B. von A nach B und C (Fig. 159). Durch die erste Strecke legt man sich ein Hauptstreichen des Ganges ab, zieht von solchem rechtwinklig durch den Markscheidepunkt eine Linie cd; in dieser Linie oder Ebene würde nun der Markscheidepunkt für alle höher oder tiefer liegende Strecken zu nehmen sein.

Fig. 159.

Findet sich nun wie hier auf der zweiten Gezeugstrecke der Punkt B über der Markscheide hinaus liegend, so hat man die Entfernung von B bis e aus dem Risse abzunehmen und auf der Grube zurück zu messen, allwo man dann den Punkt für die Markscheide einhauen läßt. Trifft es sich hingegen, wie hier bei der dritten Gezeugstrecke, daß der Ort C noch nicht bis an die Markscheide-Ebene getrieben ist, so muß angegeben werden, wie weit derselbe noch zu treiben ist. — Soll eine Markscheidestufe an

den Tag gebracht werden, so muß man zuvörderst das Ausstreichen des Ganges bestimmen, dann die Ortung der Markscheide zu Tage ausbringen und von dieser ab den Markscheidepunkt angeben. —

§. 152. Schließlich möge die in England gebräuchliche Anwendung der isometrischen Projection auf Zeichnungen von Grubenbauen und geognostischen Verhältnissen noch eine kurze Erwähnung finden.

Man hat bei Grubenbauen von jeher eigentlich nur zwei Arten von Projectionsebenen, horizontale und verticale angenommen, d. h. man hat Grundrisse, Profil- oder Seigerrisse angefertigt, welche letzteren noch nach ihrer relativen Lage gegen das Streichen der Lagerstätte in Längen- und Querprofile zerfallen. Es steht fest, daß von den ebengenannten Projectionen keine einzige für sich im Stande ist, die wahre Gestalt und Ausdehnung der Lagerstätten zu versinnlichen. Nur durch Aneinanderhalten und genaues Vergleichen des Grundrisses mit dem Seigerriß gewinnt man eine richtige Vorstellung von den gegenseitigen räumlichen Verhältnissen. Wer nicht genau orientirt ist, täuscht sich bei Betrachtung eines Grundrisses leicht hinsichtlich der durcheinander laufenden Strecken, besonders auf stark fallenden Gängen, und es würde dies noch mehr der Fall sein, wenn man nicht, um wenigstens die verschiedenen Streckensohlen anzudeuten, eine Unterscheidung durch Farben eingeführt hätte. Die wirkliche Seigerteufe ist dagegen nur aus dem Profilrisse ersichtlich, der ebenfalls allein mit Rücksicht auf den Grundriß zu gebrauchen ist, denn er zeigt alle Längen, mit Ausnahme der in die senkrechte Projectionsebene fallenden, verkürzt, und diese Verkürzung kann unter Umständen sehr bedeutend sein.

Was also die gewöhnliche Art der Darstellung für den Gebrauch unbequem macht, ist die Nothwendigkeit, die Daten des Grund- und Profilrisses im Geiste zu combiniren und aus der so gewonnenen Vorstellung einen Schluß auf die wirkliche Lage der Gegenstände zu ziehen. Man würde in vielen Fällen die Anschauung vereinfachen und dadurch dem Auffassen der dargestellten räumlichen Verhältnisse zu Hülfe kommen, wenn man sich perspectivischer Zeichnungen bediente. Perspectivische Zeichnungen haben aber, trotz ihrer unwidersprechlichen Naturtreue, das Eigenthümliche, daß alle Parallellinien auf einem verschwindenden Punkte zusammenlaufen, daß deshalb die dem Auge entfernteren Theile kleiner erscheinen, als die näheren, und man mithin verschiedener Maaßstäbe bedürfte, um die Längen zu messen. Auf der anderen Seite ist nicht zu verkennen, daß, abgesehen von der ebengenannten Eigenschaft, unter Umständen, wenn gewünscht wird, eine Uebersicht des Ganzen zu haben, es vor-

theilhaft sein kann, sich auf einen andern Standpunkt zu begeben und von diesem aus gleichsam in das Innere des Grubengebäudes hineinzublicken. Gelingt es ferner, die perspectivische Verjüngung der entfernteren Linien zu beseitigen, die Verkürzung der schrägen Linien auf ein bestimmtes Maaß zu reduciren, so daß mit geeigneten Instrumenten die Winkel bestimmt und alle Lagen mit einem und demselben Maaßstabe gemessen werden können, dann würde sich gegen die praktische Anwendbarkeit dieser Art von Zeichnungen nichts einwenden lassen.

Solche Eigenschaften nun besitzt die in Deutschland bisher wohl nur bei Baurissen angewendete isometrische Projections-Methode, die von dem englischen Geometer Sopwith in Newcastle zuerst bei Grubenbildern angewandt worden ist*). Es lassen sich unbezweifelt mit dieser Methode die schwierigsten und verwickeltsten geognostischen Verhältnisse darstellen, wenn gleich sie auch ihre Mängel hat. Es genügt, hier auf diese Methode hingewiesen und ein Nachdenken über die gegenwärtig gebräuchlichen und gewöhnlichen Zeichnungsarten angeregt zu haben**).

---

*) A treatise on isometrical drawing. London 1838.

**) Ueber die Theorie dieser Methode findet man, außer in dem oben angeführten Werke, das Nöthige in einem Aufsatze des „Bergwerkfreund" von Heine, Band 8. S. 193.

II. Die höhere Meßkunst.


BRITISH MUSEUM

Einleitung.

§. 153. Unter der höheren Meßkunst, welche theils zur Ermittelung der wahren Gestalt der Erde, theils unter Berücksichtigung dieser Gestalt zu der Bestimmung von Punkten auf der Erdoberfläche dient, versteht man im Allgemeinen die systematische Darstellung der Regeln, nach denen die zusammenhängende Vermessung eines ganzen Landes auszuführen ist. Die ersterwähnte Anwendung der höheren Meßkunst, die für Gradmessungen, ist eine selten vorkommende und erfordert weit umfangreichere und vielseitigere Kenntnisse, als hier überhaupt vorausgesetzt sind. Als Muster einer solchen Gradmessung kann die von Delambre und Mechain von Dünkirchen bis Barcellona ausgeführte gelten*). In Nachfolgendem sollen nur die Zwecke näher betrachtet werden, für welche die höhere Meßkunst zur Bestimmung von Punkten auf der Erdoberfläche, unter Berücksichtigung der Kugelgestalt der Erde Anwendung findet.

Diese Zwecke können wiederum verschiedener Art sein: es kann sich darum handeln, den Flächenraum eines ganzen Landes und seiner verschiedenartig cultivirten Flächen generell oder speciell zu ermitteln, oder es kann auch darauf ankommen, nur die Situation derselben zu erhalten.

§. 154. Die Aufnahme oder Messung einer bedeutenden Strecke Landes erfordert trigonometrische und astronomische Vorarbeiten. Durch eine trigonometrische Operation werden die gegenseitigen Lagen und Entfernungen aller Hauptörter (Richtpunkte) eines Landes mit den vollkommensten Werkzeugen und Hülfsmitteln in einer zusammenhängenden Reihe großer Dreiecke (trigonometrisches Netz) bestimmt. Die Erfordernisse für ein solches trigonometrisches Netz

---

*) Base du système métrique, ou mesure de l'arc meridien etc. 3 tomes. 4. Paris 1806—1810.

sind schon früher erwähnt worden. Die Winkel desselben werden nach dem Gradmaaß gemessen und aus ihnen und einer oder einigen Grundlinien (Basen) die übrigen Seiten des Dreiecksnetzes vermittelst des trigonometrischen Kalküls abgeleitet. Die Zuverlässigkeit eines trigonometrischen Netzes hängt von der Genauigkeit der Winkelmessung, die mindestens auf zwei bis drei Minuten sicher sein muß, von der sorgfältigen Längenbestimmung der Basis und von der zweckmäßigen Wahl der Dreiecke, die nahezu gleichseitig sein müssen, ab.

Durch eine astronomische Operation, welche auch die geographische Ortsbestimmung genannt wird, bestimmt man die Lagen einiger Hauptörter des Landes, besonders die der Sternwarten, in Beziehung auf die ganze Kugeloberfläche der Erde, oder nach ihrer Länge und Breite. Hierzu sind astronomische Beobachtungen nothwendig. Durch die genau gefundenen Längen und Breiten einiger Hauptrichtpunkte, an welche sich ferner das trigonometrische Netz des Landes anschließt, werden die Seiten des letzteren gegen die Himmelsgegenden, gegen den Meridian irgend eines Hauptortes, gehörig orientirt, sowie dadurch die Lage des Landes auf der Erdoberfläche gegen angrenzende Länder bestimmt wird. Mittelst der astronomisch-geographischen Ortsbestimmung wird übrigens das trigonometrische Netz in gewisse Grenzen eingeschlossen und dahin beschränkt, daß in Beziehung auf das ganze aufzunehmende und in einer Karte darzustellende Land keine beträchtlichen Verschiebungen und Fehler der Dreiecke erster Ordnung mehr entstehen können. Hieraus ergiebt sich die Nothwendigkeit, zum Behuf großer Länderaufnahmen, wenn solche genau und vollständig werden sollen, auch astronomische Hülfsmittel, Kenntnisse und Beobachtungen anzuwenden.

Es sind nun die Längen und Breiten der vorzüglichsten Oerter in Deutschland bereits auf die zuverlässigste Weise bestimmt und in besondere Verzeichnisse gebracht worden, so daß der Anschluß für jede Aufnahme eines Landes in Deutschland und die Orientirung derselben ohne viel Schwierigkeiten sich bewirken läßt. So ist z. B.

	Breite oder Polhöhe	Länge
von Wien (Sternwarte)	48° 12′ 36″	34° 1′ 44″
„ Berlin (Sternwarte)	52° 30′ 15,″95	31° 3′ 34,″74
„ Gotha (Seeberg. Sternw.)	50° 56′ 7″	28° 23′ 45″
„ Leipzig (Sternwarte)	51° 19′ 14″	30° 2′ 25″
„ Göttingen (Sternwarte)	51° 31′ 58″	27° 35′ 40″

Zur höheren Erdmessung gehört außer der Triangulirung größerer Flächen und der geographischen Ortsbestimmung, noch die Ausmessung von Bogen größter Kreise auf der Erde (Gradmessung), zur Bestimmung der Größe und Gestalt der Erdoberfläche. —

Für jede dieser drei großen geodätischen Operationen ist eine höchst genaue Winkelmessung die erste Bedingung und das hauptsächlichste Hülfsmittel. Man darf daher zur Praxis der höheren Geodäsie nur die vollkommensten Winkelmesser anwenden, nämlich die Repetitions-Theodoliten. Zu astronomischen Winkelmessungen für geographische Ortsbestimmungen dient am besten der Borda'sche Kreis, auch wohl ein guter Sextant. —

§. 155. Die Theorie und die Erfahrung lehren, daß hinsichtlich der trigonometrischen und astronomischen Vorarbeiten bei Aufnahme ganzer Länderstrecken am zweckmäßigsten auf folgende Art verfahren wird:

Man wählt eine Reihe von Dreiecken der ersten Ordnung aus. Die passendste Größe dieser Dreiecke ist, wenn ihre Seiten nicht unter 15000 und nicht über 25000 preußische Ruthen halten. Bei dieser Auswahl wird man zugleich an die Mittel denken, die Länge einer solchen Seite auf das Genaueste zu bestimmen. Es ist nicht möglich, eine so lange Linie unmittelbar zu messen; es ist aber bei der heutigen Vollkommenheit unserer Winkelinstrumente auch völlig hinreichend, eine genau gemessene Grundlinie von 2000^0 zu haben. Dann aber wird vorausgesetzt, daß der Uebergang von einer so kleinen Seite zu der großen eines Hauptdreiecks nur allmälig geschieht; sowie es ein festes Gesetz bleibt, daß in den Dreiecken erster Ordnung, eingeschlossen diejenigen, welche aus der Grundlinie dahin führen, kein Winkel vorkommen darf, welcher kleiner, als 24 Grad wäre.

Jede Seite eines Hauptdreiecks dient als Grundlinie für die Dreiecke zweiter Ordnung, und aus diesen werden wieder die Punkte gerechnet, welche zu den Details-Aufnahmen dienen.

Nachdem auf diese Art ein ganzes Land mit Dreiecken überzogen ist, so bedarf es vor dem Auftragen auf das Papier und dem Ausfüllen dieser Cadres durch Details-Aufnahmen, noch Vorsichtsmaaßregeln, damit die Fehler des Auftragens sich nicht fortpflanzen können. Das gewöhnliche Verfahren ist: daß von jedem trigonometrischen Punkt, dessen Beziehung zu den zwei andern im Dreieck in unregelmäßigen Figuren fortläuft, zwei Abstände von zwei verschiedenen Linien gesucht werden, welche größte Kreise der Erdkugel bilden.

Um zugleich dem Dreiecksnetz die Stellung zu geben, welche es auf der Erdoberfläche gegen die Pole einnimmt, so wählt man die Mittagslinie eines Haupt-Dreieckspunktes, den man Centralpunkt nennt, als die eine, und den im Centralpunkt darauf fallenden Perpendikel als die andere Linie, auf welche die kürzesten Abstände jedes Punktes berechnet werden.

Die Kenntniß eines Winkels aus diesem Centralpunkt, zwischen seiner Mittagslinie und einem andern Haupt-Dreieckspunkt, oder des letzteren Azimuth, ist hinreichend, um die Coordinaten sämmtlicher Dreiecke zu rechnen.

Die Messung dieses Azimuthes geschieht astronomisch, und dann ist das Dreiecksnetz orientirt. Indessen kann seine wahre Lage auf der Erdoberfläche erst dann bestimmt werden, wenn die Länge und die Breite eines Punktes, am schicklichsten des Centralpunktes, bekannt ist.

Durch Gradmessungen ist der Durchmesser der Erde, sowohl zwischen den Polen als dem Aequator, berechnet worden, ferner ist die Länge der Grade in unseren gebräuchlichen Maaßen bekannt, folglich läßt sich aus den Coordinaten vom Centralpunkt die Länge und Breite jedes Orts berechnen.

Da ferner eine Karte von einer Strecke Landes in einem so großen Maaßstabe, als zu Grundaufnahmen nöthig ist, nur auf vielen verschiedenen Blättern, welche jedoch, aneinandergelegt, genau passen müssen, gezeichnet werden kann, so ist es am zweckmäßigsten, die verschiedenen Blätter, — gewöhnlich mit dem Namen Sectionen bezeichnet, — parallel mit den Linien fortlaufen zu lassen, auf welche die trigonometrischen Punkte berechnet sind. Die Größe der Blätter, es sei, daß die Form des Quadrats oder die eines länglichen Rechtecks gewählt ist, wird nach Ruthen bestimmt, und der Maaßstab wird in seinen Beziehungen zu dem wirklichen Maaß der Erde ausgedrückt, so, daß, wenn z. B. jede Seite eines Blattes 25000 Fuß darstellte, die Länge derselben aber 1 Fuß wäre, der Maaßstab gleich sein würde 1 : 25000 oder $\frac{1}{25000}$. Diese Art, den Maaßstab auszudrücken, gewährt den Vortheil, daß Jedermann sein eignes Maaß mitbringen kann, welches auf der Karte angewendet, Entfernungen abschneidet, die in der Natur das 25000fache des mitgebrachten Maaßes enthalten.

Dieses gewöhnliche und bis hierher übliche Verfahren, bei welchem man die Meridiane als Parallelen annehmen muß, hat aber die Nachtheile, daß bei größern Karten Verschiebungen entstehen, in dem Maaße, als die Punkte vom Meridian und Perpendikel des Centralpunktes entfernt

liegen, daß man daher die Karte nicht weit ausdehnen, nicht fortsetzen kann, und daß nur die eine Section, worauf der Centralpunkt liegt, den wahren Norden anzeigt.

Alles dies wird vermieden, wenn aus einem der Punkte der Dreiecke erster Ordnung, dessen Länge, Breite und Azimuth scharf bestimmt ist, die Länge und Breite der sämmtlichen Dreieckspunkte erster Ordnung hergeleitet wird. Die Abstände dieser Punkte bis zu den vier Linien, welche von einem Grade der Länge und einem Grade der Breite gebildet werden, und innerhalb welchen jedesmal der Dreieckspunkt liegt, ergeben sich dann in unserm gebräuchlichen Maaße aus der bekannten Größe der Grade. Was innerhalb dieser Grenzlinien liegt, und eine Grad-Abtheilung genannt wird, bildet eine eigene und unabhängige Karte mit Unterabtheilungen (Sectionen), an welche die angrenzenden Grad-Abtheilungen passen, dergestalt, daß eine auf diese Art gebildete Karte ins Unendliche fortgesetzt werden kann, ohne einer Correction zu bedürfen.

I. Von den trigonometrischen und astronomischen Messungen.

§. 156. Bevor man zu einer größeren Aufnahme schreitet, ist festzustellen, welches Maaß zur Anwendung kommen soll. In Preußen bedient man sich der Ruthe mit ihren Decimal-Unterabtheilungen, welche in ihrer Länge der alten rheinländischen Ruthe gleich und deren Verhältniß zum französischen Maaß scharf bekannt ist.

Für die gleichförmige Verwandlung verschiedener Maaße dienen folgende Logarithmen:

1) Um einen Logarithmus, welcher eine Größe in Toisen ausdrückt, in einen Logarithmus zu verwandeln, der dieselbe Größe in Metres ausdrückt, ist zu addiren Logarithmus . . . 0,2898199,9
   umgekehrt, Metres in Toisen (das Complement) . 9,7101800,1
2) Preußische Ruthen in Toisen zu verwandeln . . 0,2860883,1
   Toisen in preußische Ruthen (das Complement) . 9,7139116,9
3) Preußische Ruthen in Metres zu verwandeln . . 0,5759083.
   Metres in preußische Ruthen (das Complement) . 9,4240917.

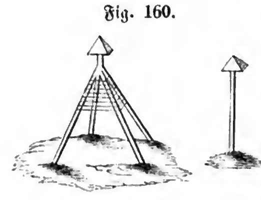
§. 157. Ist das Maaß, welches zu einer Aufnahme angewandt werden soll, gegeben oder festgestellt, so beginnen diejenigen Vorarbeiten, welche für die Aufnahme von nicht unerheblicher Bedeutung sind.

Um ein Netz von Dreiecken der ersten Ordnung über eine große Erdstrecke oder ein aufzunehmendes Land zu legen, muß man das Land bereisen, damit man vorerst eine allgemeine Uebersicht desselben erlangen

und die Namen der Oerter, die gegenseitige Situation der natürlichen Richtobjecte, sowie ihre Gestalten, endlich auch die passendsten Standpunkte (Stationen) der Winkelmessung, die zweckmäßigsten Verbindungslinien der großen Hauptdreiecke kennen lerne. Schon bei der Bereisung des Landes kann ein geschickter Trigonometer sein schwieriges Werk planmäßig vorbereiten, die Lage, Zusammenreihung der Hauptdreiecke in einem Brouillon bezeichnen, die Standpunkte bemerken, von wo aus die besten Aussichten auf viele entfernte Richtobjecte Statt finden, wozu insgemein Thürme und Bergspitzen sich am besten eignen. So kann er auch eine richtige Auswahl der Stationen, besonders auf hohen Bergen, treffen, wo Signale errichtet, Winkel obſervirt und von wo aus die Dreiecke in ununterbrochener Ordnung fortgeführt werden können. — Ohne eine solche Besichtigung des aufzunehmenden Landes, ohne eine planmäßige Vorbereitung, würde eine große Triangulirung durch Localumstände überall erschwert, und der wichtigen Forderung, ein Dreiecksnetz von guten Verhältnissen anzulegen, wegen oft unvorhergesehener Hindernisse nicht genügt werden können.

Mit der Recognoscirung eines zu triangulirenden Landes und der Wahl der Richtpunkte wird zugleich die Bezeichnung der natürlichen Richtobjecte und die Aufstellung der nöthigen künstlichen Signale für ein Dreiecksnetz erster Ordnung verbunden. Als natürliche Richtobjecte wählt man meist Thürme, die mit Durchsichten, Plateformen oder Galerieen versehen sind; von hohen, einzeln stehenden Bäumen läßt sich nur selten ein an sich mißlicher Gebrauch machen. Wenn die natürlichen Richtobjecte nicht ausreichen, oder wenn dieselben keine Dreiecke von guter Gestalt geben, so ersetzt man sie durch künstliche Signale, die am besten auf Hügeln oder Bergen errichtet werden. Zu solchen Signalen braucht man mehr oder weniger hohe Gerüste von verschiedener Gestalt; gewöhnlich werden sie in Form einer drei- oder vierseitigen Pyramide angelegt (Fig. 160),

Fig. 160.



indem man vier Baumstämme 30—40 Fuß hoch zu einer vierseitigen Pyramide verbindet, die Seitenflächen von der Spitze herab bis etwa 12 Fuß von der Basis mit Latten beschlägt und darüber Stroh- oder Strauchwerk legt. Die Pyramide wird fest in die Erde eingesetzt. Von der Spitze derselben wird durch ein Loth der Mittelpunkt bestimmt, von welchem aus alle Meßoperationen stattfinden. Dieser Punkt wird zur Sicherheit auf einem großen Stein bezeichnet, der in der Erde liegt und nicht leicht zu verrücken ist.

Bisweilen werden auch an Stelle dieser einfachen Signale aus Holz, Pyramiden aus Stein erbaut, und an ihren Seitenflächen die Richtung der Dreieckslinien bezeichnet.

Für gewisse Fälle und namentlich dann, wenn die gewöhnlichen Signale bei Tage schwer zu sehen sind, gebraucht man leuchtende Nachtsignale. Hierzu werden die Heliotropen oder die Lampen mit parabolischen Spiegeln (Reverbères) angewandt, und bei großen Entfernungen mehrere derselben zusammengestellt. Der Gebrauch der Nachtsignale zu einer Winkelmessung erfordert jedoch, daß sich zwei Beobachter zu vorher verabredeten Zeiten besondere Zeichen durch oscillirende Bewegungen des Lichtes oder Bedecken der Spiegel zu geben verstehen.

Im Allgemeinen steht es fest, daß Signale auf Berghöhen die besten sind, weil dieselben meist den Himmel im Hintergrund haben. Die Thürme sind allerdings die natürlichsten und wohlfeilsten Signale, aber nicht jeder Zeit die bequemsten; theils kann man nicht immer aus dem Centrum derselben beobachten, und hat folglich eine besondere Reduction der gemessenen Winkel auf das Centrum der Station nöthig, theils haben die Thürme keine bequeme Gestalt zum Beobachten, keine Durchsichten rc.

§. 158. Ist die Wahl der Dreieckspunkte und die Errichtung der erwähnten Signale beendigt, so wird entweder eine Seite in einem der gewählten Dreiecke ausgesucht, die von einem Ende zum andern gemessen werden kann, oder es ist eine Linie in einer möglichst ebenen Gegend und von einer solchen Länge zu nehmen, daß sie gegen die Seiten der übrigen Dreiecke nicht zu klein ist, und von ihren Endpunkten aus mehrere Eckpunkte der nahe liegenden Dreiecke so gesehen werden, daß die Winkel, welche man in diesen zwei Endpunkten nach den nächstliegenden Dreieckspunkten erhalten würde, weder zu stumpf, noch zu spitzwinklig sind. Wäre diese Seite bekannt und die Winkel in allen Dreiecken gemessen, so könnten sogleich die anliegenden Seiten durch Rechnung gefunden werden. Da aber die Bestimmung aller Seiten von dieser ersten Seite, welche man daher auch die Basis nennt, abhängt, diese unrichtig gemessen, alle Dreiecksseiten unrichtig geben würde, so ist auch diese Seite oder die Basis mit besonderer Sorgfalt und aller möglichen Genauigkeit zu messen. Aber wenn auch diese Seite sehr genau gemessen würde, so könnten sich doch in die Rechnung Fehler einschleichen, weshalb man in großer Entfernung von der Basis eine zweite Basis oder die Seite eines Dreiecks unmittelbar mit derselben Genauigkeit misst. Die Differenz zwischen der aus der Berechnung gefundenen Linie und der unmittelbar gemessenen, darf nur eine im

Verhältniß der ganzen Operation sehr geringe sein. Diese zur Controle der Berechnung gemessene Basis nennt man Verificationsbasis.

Für die Messung einer Basis werden Meßstangen angewandt, die gewöhnlich aus Eisen und sehr genau gearbeitet sind. Holzstäbe sind nicht zu einer solchen Messung geeignet, weil sie der Veränderung durch Trockenheit oder Feuchtigkeit der Luft unterworfen sind, welche sich nicht gründlich messen und in Berechnung bringen läßt. Die Ausdehnung des Eisens durch die Temperatur ist am schärfsten gemessen; daher eiserne Stangen, welche gegen Biegung in eigener Schwere gesichert sind, wohl am zweckmäßigsten bei Messung einer Grundlinie zu gebrauchen sind.

Diese Meßstangen werden auf hölzerne Brücken aufgelegt, welche vorher mit Hülfe der Setzwage nahe horizontal aufgestellt sind. Wo es der Zweck der Messung einer Grundlinie erheischt, wird von jeder Stange der Neigungswinkel gegen den Horizont durch eine aufgelegte Wasserwage gemessen. Die Reduction der Stangen auf den Horizont geschieht sodann durch Rechnung. Die Meßstangen werden endlich nicht in unmittelbare Berührung gebracht, sondern der kleine Zwischenraum mittelst eines mit einer Eintheilung versehenen stählernen Keils — durch Coincidenz — gemessen. Man ist dann nicht, wie bei der Messung durch den Contact, der Gefahr ausgesetzt, die Grundlinie durch wirkliche Berührung der bereits festliegenden Stangen zu kurz, durch scheinbar nicht erfolgte Berührung zu lang zu messen. Auf den Meßstangen, unmittelbar auf dem Eisen aufliegend, bringt man gewöhnlich ein Thermometer an, um damit die Veränderungen in der Temperatur beobachten zu können, da gewöhnlich die Original-Maaße ihre bestimmte Größe nur bei einem gewissen Grade der Temperatur haben, und jede Temperatur während einer Messung Einfluß auf die Länge der Maaßstäbe hat. Man muß mit mehr als drei Stangen messen, damit wenigstens immer drei festliegen, und bei Verschiebung oder erfolgtem Stoß (was so oft vorkömmt) erkannt werden kann, welche Stange sich verrückt hat.

Es ist schwierig, eine gerade Linie auf eine so große Länge auszustecken, aber noch schwieriger, sie ohne Abweichung zu messen. Wenn mit Genauigkeit gemessen werden soll, so gehört eine sehr begünstigende Ebene und gutes Wetter dazu, um in einem Tage 200 Ruthen zu messen.

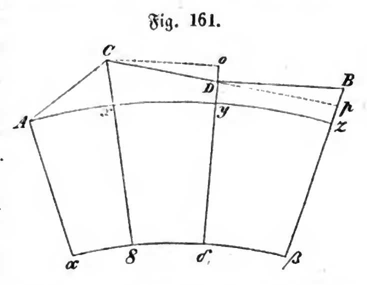
Da also die Messung einer Grundlinie von 2000 Ruthen wenigstens 10 Tage dauert, so muß auch wenigstens 10 Mal am Abend der Punkt bemerkt werden, wie weit man gekommen ist, um am andern Morgen wieder da anzufangen, und dies gehört zu den schwierigsten Operationen. Gewöhnlich schlägt man da, wo die Messung mit einer Meßstange

aufhören soll, in der Höhe der Brücken einen festen Pfahl in die Erde, dessen Kopf eine ebene Metallplatte trägt. Auf diese Platte wird der Endpunkt mit einer fein eingerissenen Linie bezeichnet. —

Sämmtliche Resultate der Messung, nämlich: die Zahl der Stangen, die Zwischenräume, die Temperatur und die Neigungswinkel werden im Manual verzeichnet. Aus diesen Elementen berechnet man die Länge der Basis.

Die Messung der Basis AB (Fig. 161) hat, da von jeder Meßstange der Neigungswinkel, den dieselbe mit der Horizontalebene macht, ermittelt worden ist, eigentlich in einer gebrochenen Linie ACDB stattgefunden, deren einzelne Theile hier die Meßstangen und die Zwischenräume sind. Die Länge dieser gebrochenen Linie ist jedoch nicht das, was gesucht wird; vielmehr kömmt es darauf an, aus den Angaben der Messung der Länge derjenigen Linie $\alpha\beta$ zu berechnen, welche durch die Fußpunkte der aus A und B auf die unter dem festen Lande fortgesetzte Meeresfläche gefällten Normalen bestimmt wird.

Fig. 161.



Um diesen Zweck zu erreichen, muß man zuvörderst die Länge der horizontalen Linie Axyz, welche mit der Linie $\alpha\beta$ parallel ist, zu bestimmen suchen. Hierzu ziehe man aus den Punkten C und D die Linien Co, Dp mit den correspondirenden xy, xz parallel, bis sie den Normalen Dδ, Bβ begegnen. Da nun in so kleinen Entfernungen, wie Ax, xy, yz die Krümmung der Linie Az durchaus unmerklich ist, so wird man ohne Irrthum die Linien Ax, xy, yz und Co, Dp als gerade ansehen können. Da ferner, wegen der Größe des Erdhalbmessers, zwei nahe Normalen, und besonders kleine Stücke derselben, als parallel betrachtet werden können, so darf man Co = xy, Dp = yz setzen. Wir betrachten also die Dreiecke ACx, CoD, DBp als geradlinig und rechtwinklig, und nehmen an, daß die Summe Ax + Co + Dp = Az sei. AC, CD, DB, sowie die Winkel CAx, oCD, BDp sind unmittelbar gemessen, und man findet daher leicht Ax = AC . cos. CAx, Co = xy = CD . cos. oCD, Dp = yz = DB . cos. BDp. Es ist dann:

$$AC - Ax = AC\,(1 - \cos. CAx) = 2\,AC \left(\sin. \frac{CAx}{2}\right)^2.$$

Da man zur Messung einer Basis immer ein sehr ebenes Terrain wählt, so wird der Winkel CAx meistens sehr klein sein. Unter dieser Voraussetzung ist, wenn man die Anzahl Secunden, welche in jenem Winkel enthalten sind, = v setzt:

$$AC - Ax = 2 \,.\, AC \frac{v^2}{4} \,.\, \sin.^2 1''.$$

Die Summe aller Differenzen dieser Art ist der Unterschied der Linie ACDB und der Linie Axyz. Diesen Unterschied nennt man die Reduction der gemessenen Linie auf den Horizont. —

Es bleibt noch übrig, die Länge der Linie $\alpha\beta$ zu finden. Die Länge von Az heiße a, die von $\alpha\beta$ sei x; $A\alpha = z\beta$ sei = h und der Radius der Erde = R. Da Az und $\alpha\beta$ concentrische Kreisbögen sind, so ist $a : x = R + h : R$, weil sich diese Bögen wie ihre Radien verhalten, also: $x = \frac{a \,.\, R}{R + h}$ und $a - x = \frac{a \,.\, h}{R + h}$. Weil nun die Höhe h immer sehr klein im Vergleich mit R ist, so kann man $a - x = \frac{ah}{R}$ setzen. Dieser Werth heißt die Reduction auf die Meeresfläche.

Es ist leicht einzusehen, daß man zur Berechnung dieser Reductionen weder einen genauen Werth von h, noch einen genauen Werth von R nöthig hat. Um nun die Länge der Basis zu berechnen, müssen zu der Summe der Meßstangen folgende Zahlen addirt werden:

1) Die Summe der Zwischenräume;
2) die Summe der Ausdehnung jeder Meßstange durch den Ueberschuß der Temperatur derselben über die Temperatur, bei welcher die Meßstangen die bekannte Länge haben.

Diese Temperatur-Correction berechnet man sehr kurz, wenn man bedenkt, daß die Ausdehnung der Zwischenräume durch die Wärme gar nicht in Betracht gezogen zu werden verdient.

Man nenne l die genau bekannte Länge einer jeden Meßstange bei der Temperatur a; $t, t', t'' \ldots$ sei die Temperatur der Meßstangen, die Anzahl derselben heiße n; dann ist die Ausdehnung einer Meßstange = (Ausdehnung für 1 Grad) . (t — a). Da aber die Meßstangen alle gleich lang sind und die Zwischenräume außer Acht bleiben, so ist die Ausdehnung für 1 Grad, welche E heißen mag, für alle Meßstangen die nämliche, mithin die Summe aller Ausdehnungen der Meßstangen =

$$E \,.\, (t + t' + t'' \ldots - na) \text{ oder } = n \,.\, E \,.\, \left(\frac{t + t' + t'' \ldots - a}{n}\right)$$

d. h. man erhält die Summe der Ausdehnung der Meßstangen, wenn man die Ausdehnung einer Meßstange für 1 Grad des Thermometers mit der Anzahl der Meßstangen, und dieses Product mit dem Ueberschuß der mittleren Temperatur derselben über die Temperatur a multiplicirt.

Da nun die Basis soviel weniger enthält, als die Meßstangen sich ausgedehnt haben, so muß diese Ausdehnung zu dem Gefundenen addirt werden.

Von der Summe der Meßstangen müssen abgezogen werden:

1) die Reduction auf die Meeresfläche,
2) die Reduction auf den Horizont. —

Um eine Idee von dem Betrage der nöthigen Reductionen zu geben, mögen hier die Werthe in der Basis von Melun, welche etwas über 6076 Toisen betrug, folgen:

die Zwischenräume betrugen zusammen	+ 34,260683
die Temperaturcorrection	+ 0,249128
die Reduction auf die Meeresfläche	— 0,07627
die Reduction auf den Horizont	— 0,328901

§. 159. Die auf die Bezeichnung der Dreiecksnetz-Punkte und die Basismessung zunächst folgende geodätische Operation besteht in der Aufnahme der Dreiecke erster Ordnung. Mit diesen werden sodann kleinere Dreiecke, die der zweiten Ordnung, in Verbindung gesetzt, und ebenso müssen sich an die Dreiecke der zweiten Ordnung die der dritten Ordnung u. s. w. anschließen, und zwar so, daß die Dreieckspunkte erster Ordnung auch zugleich Dreieckspunkte der zweiten, dritten, vierten Ordnung, Dreieckspunkte der zweiten Ordnung auch zugleich Dreieckspunkte der dritten, vierten Ordnung u. s. w. sind.

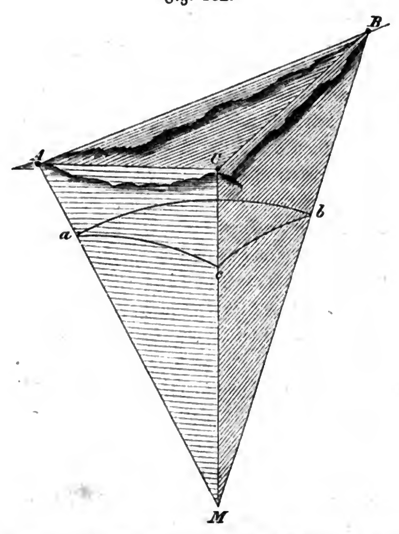
Die Winkel der Dreiecke höherer Ordnung müssen mit größerer Genauigkeit gemessen werden, als die Winkel der Dreiecke niederer Ordnung, indem ein bei der Winkelmessung eines großen Dreiecks begangener Fehler auch einen größeren Einfluß auf die Länge der Seiten ausübt, als ein in einem kleineren Dreiecke vorgefallener Fehler.

Zur Messung der Winkel der Dreiecke erster Ordnung bedient man sich der Repetitions-Theodoliten oder der Multiplicationskreise, welche unmittelbar 10 Secunden angeben. Die Erfahrung hat gelehrt, daß bei sorgfältiger zwanzigfacher Repetition die drei Winkel eines Dreiecks innerhalb einer Secunde schließen, insofern die Beleuchtung der Signale, welche verhindert, das Centrum derselben zu nehmen, und nicht erlaubt, den genommenen Winkel mit Sicherheit dahin zu reduciren, nicht ein anderes Resultat giebt. Für die Aufnahmen des preußischen Generalstabes ist

keine Zahl der Repetition festgesetzt, jedoch bestimmt, daß ein Dreieck, welches mehr als 3 Secunden Fehler hätte, nicht passiren kann, sondern noch einmal gemessen werden müßte. Nach fünffacher Repetition werden jedesmal alle vier Nonien abgelesen, jedoch geht der Beobachter dabei nicht um den Kreis herum, sondern liest, den Kreis auf seiner Verticalaxe drehend, auf einer und derselben Stelle, also bei gleicher Beleuchtung ab. —

Es sei in A (Fig. 162) ein Winkel zu messen, dessen Schenkel die Linien AB und AC sind. Man denke sich durch AB und AC verticale

Fig. 162.



Ebenen, so ist ihre gemeinschaftliche Durchschnittslinie von A gegen M auch vertical. Ist der Theodolit horizontal gestellt und das Fernrohr zuerst nach dem links liegenden Punkt B gerichtet, so bewegt sich dieses vertical, d. h. in der verticalen Ebene durch AB. Wird dann das Fernrohr nach dem zweiten Punkte C gerichtet, so hat sich auch die Alhidade mit ihrem Nullpunkt mit bewegt, und das Fernrohr ist nach genauer Einrichtung auch in der Ebene durch AC. Die beiden Radien auf dem Horizontalkreise, der eine nach B, der andere nach C gerichtet, stehen senkrecht in A auf der Verticalen AM, und zwischen ihnen ist also die Größe des Neigungswinkels der beiden Verticalebenen durch AB und AC; da aber diese

Radien zugleich den Horizontalwinkel in A zwischen BA und CA bilden, so ist jeder Horizontalwinkel zugleich auch der Neigungswinkel der Verticalebenen, welche durch den Punkt, in dem das Instrument steht, und durch die zwei entfernten Punkte gedacht werden können. Betrachtet man die zu vermessende Fläche als einen Kugelabschnitt, so vereinigen sich die Senkrechten aus A, B und C im Mittelpunkte M dieser Kugel, und der Horizontalwinkel in B ist wieder gleich dem Neigungswinkel der Vertikalebenen durch BA und BC. Dasselbe gilt für C. Ist nun vielleicht a ein Punkt der Meeresfläche unter A, ebenso b unter B, c unter C, so liegen die Bogen ab, ac und bc in der Meeresfläche; weil aber der Neigungswinkel der Ebenen AMC und BMA zugleich der sphärische Winkel des Kugeldreiecks bac im Punkte a ist, so ist der gemessene Horizontalwinkel bei A, der sphärische Winkel a des Dreiecks abc. Ebenso sind die Horizontalwinkel bei B und bei C gleich den sphärischen Winkeln bei b und bei c. Aus derselben Ursache ist auch jeder Winkel, welcher zwischen zwei Visirlinien von einem Punkte nach zwei entfernten Punkten liegt, zugleich ein sphärischer Winkel.

Um die Winkelmessungen bei dem geringsten Zeitaufwande von den verschiedenen Fehlern, die durch schiefe Beleuchtung der Signale, unvollkommene Aufstellung der Instrumente u. s. w. herbeigeführt werden können, möglichst frei zu erhalten, darf man die Beobachtungen nie zu einer und derselben Zeit ausführen, sondern muß sie auf verschiedene Tage und verschiedene Tageszeiten vertheilen, wobei stets Sorge dafür zu tragen ist, den Einfluß der optischen Axe durch die entgegengesetzten Lagen des Fernrohres zu compensiren. Verändert man außerdem bei jeder neuen Aufstellung des Instrumentes den Anfangspunkt (Nullpunkt), so hat man dadurch eine weitere Controlle, indem die Ablesungen immer auf andere Stellen der Kreistheilung fallen.

§. 160. Die Winkel der Dreiecke erster Ordnung werden nach dem Beispiele des folgenden Schemas in ein besonderes Winkel-Register eingetragen.

Rhein-Vermessung △ No. V.

Standpunct Kühfelder Stein.

Winkel zwischen Hasserot (Signal) und Dünsberg (Signal).

Nr. der Beobachtungen.	Vervielfachte Winkel.	Einfache Winkel.	Reductionen der Winkel.	Bemerkungen.
	Stand des Kreises. 0° 0′ 0″ 269 59 57 179 59 41 89 59 42 //539 59 0		Elemente für die Reduction auf's Centrum. 1, w. Gemessener Winkel ...... = 44° 32′ 40″, 31. 2, e. Abstand des Kreises vom Centrum des Kegels ..... = 2,52 metres. 3, P. Richtungswinkel mit Hasserot = 107° 33′ 44″, 69. 4, r. Seite Kühfelder Stein-Dünsberg .... = 37400 metres. 5, L. Seite Kühfelder Stein-Hasserot .... = 45000 metres.	
V.	222° 42′ 55″ 132 42 55 42 43 18 312 43 5 //710 52 13	44° 32′ 39″,65		trübe.

X.	85° 26′ 57″ 355 27 8 265 26 55 175 26 48 //881 47 48	44° 32′ 43″,20		sehr trübe mitunter.
XV.	308° 10′ 12″ 218 10 0 228 10 7 38 10 26 //692 40 45	44° 32′ 41″,75	log. sin. 152° 6′25″ log. sin. P + w = sin 27° 53′35″ = 9,67008 Compl. log. r 37400 .... = 5,42710 log. e 2,52 .... = 0,40140 R″ .... = 5,31443 0,81301 g + 6″,501 = C.	
XX.	170° 53′ 12″ 80 53 15 350 53 40 260 53 15 //863 33 22	44° 32′ 40″,77	log. sin P 107° 33′ 45″ Cosin. 17° 33′ 45″ .... = 9,97927 Compl. log. L .... = 5,34653 log. e 2,52 .... = 0,40140 R″ .... = 5,31443 1,04163 q 11″,006 C = Reduction = — 4″,505.	
XXV.	Verworfen; der Stand des Kreises: //675° 19′ 20″			

Winkel zwischen Hasserot (Signal) und Dünsberg (Signal).

Nr. der Beobachtungen.	Vervielfachte Winkel.	Einfache Winkel.	Reductionen der Winkel.	Bemerkungen.
XXX.	256° 32′ 52″ 166 32 53 76 33 0 346 33 18 //846 12 3	44° 32′ 40″,25		
XXXV.	119° 16′ 8″ 29 16 25 299 16 15 209 16 5 //657 4 53	44° 32′ 39″,98	Beobachteter Winkel = 44° 32′ 40″, 31. Reduction .... = — 4, 51. Gemessener Winkel = 44° 32′ 35″, 80.	
XL.	342° 0° 0° 251 59 40 161 59 40 71 59 45 //827 59 5	44° 32′ 40″,28		ist keine schlechte Beobachtung.

XLV.	204° 43′ 1″ 114 43 4 24 43 20 294 43 12 //638 52 37	44° 32′ 40″, 32	hell und recht scharf genommen.
L.	67° 26′ 31″ 337 26 44 247 26 22 157 26 25 //809 46 2	44° 32′ 40″, 31	desgleichen.

Also ist nach vollzogener Reduction auf's Centrum, der gemessene Winkel = 44° 32′ 35″, 80.

Standpunct Dünsberg.

Winkel zwischen Kühfelder Stein (Erdkegel) und Hasserot (Signal).

Nr. der Beobachtungen.	Vervielfachte Winkel.	Einfache Winkel.	Reductionen der Winkel.	Bemerkungen.
	Stand des Kreises. 0° 0′ 0″ 59 50 59 50 59 40 //339° 59′ 20″			
V.	42° 12′ 50″ 312 12 35 132 12 30 222 12 25 //708 50 20	80° 26′ 33″,0		

X.	84° 25′ 15″ 354 24 57 174 24 35 264 24 53	
	//877 39 40	80° 26′ 30″, 5
XV.	126° 37′ 45″ 306 37 56 216 37 33 36 38 0	
	//686 31 14	80° 26′ 31″, 9
XX.	168° 50′ 13″ 348 50 40 258 50 15 78 50 30	
	//855 21 38	80° 26′ 31″, 725

Standpunct Hasserot.

Winkel zwischen Dünsberg (Signal) und Kühfelder Stein (Erdkegel.)

Nr. der Beobachtungen.	Vervielfachte Winkel.	Einfache Winkel.	Reductionen der Winkel.	Bemerkungen.
	Stand des Kreises.			
	0° 0° 0°			
	269 59 40			
	179 59 45			
	89 59 40			
	//539 59 5			
V.	275° 4′ 25″			
	185 4 13			
	95 4 25			
	5 4 38			
	//560 17 41	55° 0′ 55″, 80		
X.	190° 9′ 0″			
	100 8 58			
	10 9 23			
	280 9 8			
	//580 36 29	55° 0′ 56″, 10		

XV.	105° 14′ 5″ 15 14 20 285 14 10 195 14 0		sehr trübe. Wird diese fünfzehnfache Multiplikation ausgestoßen, weil ihr Resultat zu merklich von den übrigen abweicht, so ergiebt sich der mittlere gemessene Winkel = 55° 0′ 55″, 74.
	//600 56 35	55° 0′ 57″, 50	
XX.	20° 19′ 0″ 290 18 45 200 18 40 110 18 45		
	//621 15 10	55° 0′ 57″, 08	
XXV.	295° 23′ 25″ 205 23 15 115 23 30 25 23 35		
	//641 33 45	55° 0′ 56″, 80	
XXX.	210° 27′ 50″ 120 27 55 30 28 10 300 28 10		
	//661 52 5	55° 0′ 56″, 50	

Berechnung des sphärischen Excesses
vom △ No. V.

log. 0,5	= 9,69897
log. 37400	= 4,57288
log. 45000	= 4,65347
log. Sin. 44° 32′ 35″ . . .	= 9,84599
log. der Breite	= 1,70666
	= 0,47797

giebt 3,″006.

Abschluß des △ No. V.

	Gemessene Winkel.	Corrigirte Winkel.
Kühfelder Stein . .	44° 32′ 35″, 80	35″, 80
Dünsberg	80 26 31, 72	31 47
Hasserot	55 0 55, 74	55 74
	= 180° 0′ 3″, 26	3″, 01
Sphärischer Exceß . . =	0 0 3″, 01	
Fehler der Beobachtung . .	+ 0″, 25.	

§. 161. Da der Repetitions-Theodolit mit einer Libelle versehen ist, so bedürfen die Winkelbeobachtungen keiner Reduction auf den Horizont. Die Erfahrung lehrt, daß man bei Beobachtung des Winkels in schiefer Fläche und darauf folgender Reduction auf den Horizont (durch genommene Zenith-Distanzen) keine größere Genauigkeit erhält, aber die Arbeit unnöthig vermehrt. Sollte jedoch der Fall eintreten, daß eine Winkelmessung mit Kreisen in schiefen Flächen vorgenommen werden müßte, so dienen die bekannten Formeln als Vorschriften zu Reduction. (§. 46.) —

Wenn man bei der Beobachtung der Winkel gehindert ist, den Theodoliten im Mittelpunkte der Station aufzustellen, so muß man den Winkel durch Reduction auf das Centrum der Station berichtigen, wie im §. 44 näher dargelegt worden ist. Die dort angeführte Formel von Delambre in zwei Gliedern gewährt von allen verschiedenen Arten der Reduction der Winkel auf das Centrum die größte Sicherheit und leichteste Uebersicht, wenn sich ein Fehler eingeschlichen haben sollte. Es sei z. B.

- w der außerhalb des Stationspunktes genommene Winkel,
- C der gesuchte Winkel im Centrum,
- P der Winkel zwischen dem Centrum und dem zur linken Hand liegenden Gegenstand,
- e die Entfernung vom Centrum des Instrumentes zum Centrum des Stationspunktes,
- r Entfernung zum Gegenstand zur rechten,
- L Entfernung zum Gegenstand zur linken,

so ist der gesuchte Winkel $C = w + \frac{e \,.\, \sin.\,(w + P)}{r \,.\, \sin.\, 1''} - \frac{e \,.\, \sin.\, P}{L \,.\, \sin.\, 1''}$. Um den Winkel P zu bestimmen, wird stets das auf 0^0 gestellte Fernrohr nach dem Centrum des Stationspunktes gerichtet, wodurch die Zeichnung einer Figur ganz überflüßig wird, dagegen auf die algebraischen Zeichen der Sinus zu achten ist. — Im Winkel-Register ist daher, wie das Beispiel zeigt (§. 160), zu notiren: Standpunkt im Centrum, oder Standpunkt außerhalb des Centrums (e = P =).

§. 162. Wenn die drei Winkel eines Dreiecks alle vorstehende Reductionen erfahren haben, so ist der sphärische Exceß des Dreiecks zu rechnen. Man bezeichnet damit die Differenz der drei Winkel eines großen Dreiecks von 180 Grad, den Ueberschuß in Secunden, der zum Theil von der Kugelgestalt der Erde herrühren kann. Hat nämlich das terrestrische Dreieck sehr lange Seiten, so müssen die drei gemessenen Hori-

zontalwinkel, als solche eines kleinen sphärischen Dreiecks, zusammen ein wenig größer sein, als die Summe der drei correspondirenden Sehnenwinkel = 180°. Man müßte daher ein solches Dreieck eigentlich als ein sphärisches berechnen. Allein auch sehr große Dreiecke auf der Erde weichen von ebenen Dreiecken so wenig ab, ihre Seiten als Bogen sind so nahe gleich den zugehörigen Sehnen, daß man solche auch bei Dreiecksnetzen der I. Ordnung überall als ebene Dreiecke behandeln und berechnen darf.

Zur Berechnung des sphärischen Excesses eines Dreiecks bedarf es nur des summarischen Excesses aller drei Winkel, welche nach dem Theorem von Legendre

$$\frac{ab \,.\, ac \,.\, \sin.\, a}{2} \,.\, \frac{1}{r^2 \sin.\, 1''} = AB \,.\, AC \sin.\, A \,.\, \frac{1}{2\, r^2 \sin.\, 1''}$$

mit hinlänglicher Genauigkeit gefunden wird. Hiernach gilt die Regel: Man berechne den sphärischen Exceß des Dreiecks, ziehe von jedem seiner Winkel ⅓ des Excesses ab, so werden die Reste die Winkel eines geradlinigen Dreiecks sein, dessen Seiten den Seiten des sphärischen gleich sind. Das im §. 160 angeschlossene Beispiel zeigt die Berechnung des sphärischen Excesses; in diesem Beispiel bezeichnen AB und AC zwei Seiten eines Dreiecks, A den eingeschlossenen Winkel und r den Krümmungsradius. Der Ausdruck $\frac{1}{2\, r^2.\, \sin.\, 1''}$ wird aus der Hülfstafel Nr. II. (s. Anhang) genommen.

Die Summe des sphärischen Excesses ist mithin zu 180 Grad zu addiren, welche Summe dann gleich sein muß der Summe aller drei Winkel. Wenn der Fehler nicht 3″ erreicht, so wird derselbe auf alle drei Winkel gleich eingetheilt und solche als berichtigte sphärische Winkel eingetragen; es sei denn, daß wichtige Gründe vorhanden wären, dem einen oder dem andern Winkel einen größeren Theil des Fehlers zuzutheilen, welche Gründe dann angegeben werden müssen. —

Nachdem nun die Winkel des Dreiecks berichtigt sind, wird dasselbe sphärisch berechnet.

Es sei abc das Dreieck, ab die bekannte Seite, also c der unbekannte Punkt, so ist bekanntlich:

$$ab : bc = \sin.\, c : \sin.\, a, \qquad bc = \frac{ab \,.\, \sin.\, a}{\sin.\, c}$$

$$ab : ac = \sin.\, c : \sin.\, b, \qquad ac = \frac{ab \,.\, \sin.\, b}{\sin.\, c}$$

und logarithmisch berechnet, würde man setzen:

log. ab	log. ab . . . .
+ log. sin. a	+ log. sin. b . . . . .
+ c log. sin. c	+ c log. sin. c . . . . .
log. bc	log. ac . . . . .

Um aber Ordnung in den Ansatz der Winkel und in die Rechnung der Seiten zu bringen, stelle man sich vor, daß man auf der bekannten Seite steht, und gegen den dritten Punkt sieht; dadurch hat man links und rechts die Endpunkte der gegebenen Linie. Nun schreibt man zuerst den Winkel des links liegenden Punktes, unter diesen den gegenüber liegenden, und hierauf den rechtsliegenden; weil aber auch jeder Punkt einen Ort auf der Erde bezeichnet, so setzt man den Anfangsbuchstaben, dann den Namen des Ortes, und ob der Punkt ein Kirchthurm, Signal ꝛc. ist; hierauf erst die Größe des gemessenen Winkels.

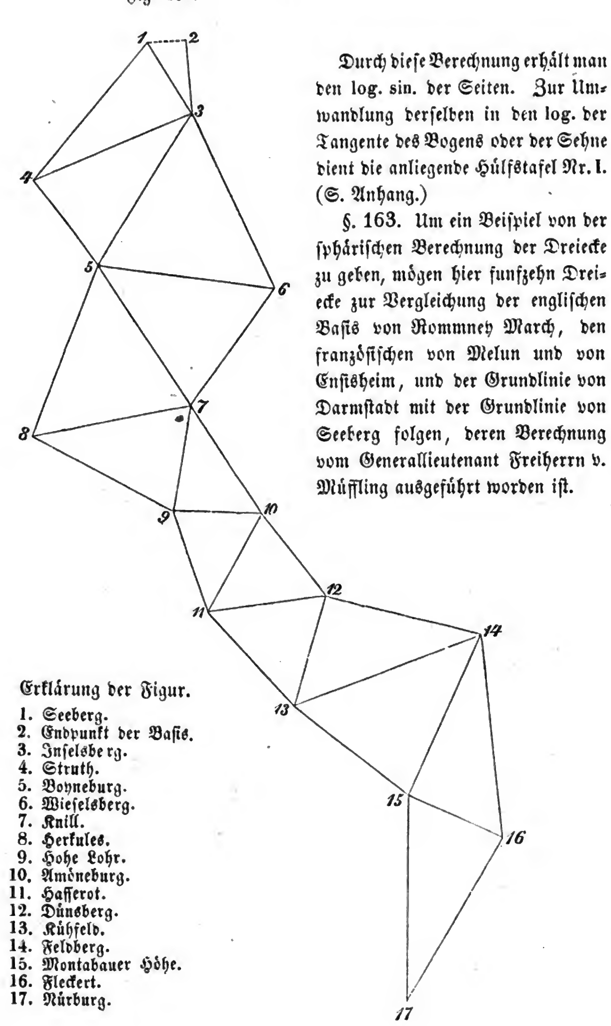
Für die Berechnung der zwei unbekannten Seiten des Dreiecks hat man den log. der bekannten Seite und den log. sinus des gegenüber liegenden Winkels zweimal anzusetzen. Um aber Zeit und Raum zu sparen, werden beide Ansätze nur einmal angeschrieben, alle gegebenen Daten unter einander gesetzt, so, daß die Winkel in derselben Ordnung auf einander folgen, wie oben festgesetzt wurde; und zwar schreibt man zuerst den Logarithmus der Seite, unter diesen das Complement vom log. sin. des gegenüber liegenden, also im Winkelansatz den in der Mitte stehenden Winkel; über den Logarithmus der Seite wird der log. sin. des links liegenden Winkels und unter alle drei Logarithmen der log. sin. des rechts liegenden Winkels geschrieben. Die ersten drei Logarithmen werden aufwärts, die untern drei abwärts addirt; die obere Summe giebt den Logarithmus der linken, die untere den der rechts liegenden Seite. Ist also wieder ab die bekannte Seite, a der links, b der rechts und c der gegenüber liegende Winkel, so ist die Aufeinanderfolge der Winkel:

	°	′	″
a =			
c =	.	.	.
b =	.	.	.

und der Rechnungsansatz:

log. bc =		bc =
3. log. sin. a =		
1. log. ab =		ab =
2. c log. sin. c =		
4. log. sin. b =		
log. ac =		ac =

Fig. 163.



Durch diese Berechnung erhält man den log. sin. der Seiten. Zur Umwandlung derselben in den log. der Tangente des Bogens oder der Sehne dient die anliegende Hülfstafel Nr. I. (S. Anhang.)

§. 163. Um ein Beispiel von der sphärischen Berechnung der Dreiecke zu geben, mögen hier funfzehn Dreiecke zur Vergleichung der englischen Basis von Rommney March, den französischen von Melun und von Ensisheim, und der Grundlinie von Darmstadt mit der Grundlinie von Seeberg folgen, deren Berechnung vom Generallieutenant Freiherrn v. Müffling ausgeführt worden ist.

Erklärung der Figur.

1. Seeberg.
2. Endpunkt der Basis.
3. Inselsberg.
4. Struth.
5. Boyneburg.
6. Wieselsberg.
7. Knill.
8. Herkules.
9. Hohe Lohr.
10. Amöneburg.
11. Hafferot.
12. Dünsberg.
13. Kühfeld.
14. Feldberg.
15. Montabauer Höhe.
16. Fleckert.
17. Nürburg.

Nach der stattgefundenen Ausmittelung der Seite Signal Fleckert (16) und Nürburg (17) (Fig. 163) [s. S. 330] hält diese Seite, aus der Basis von Melun abgeleitet, nach Tranchot

logar. Sehne in Metres	= 4 . 6968477
Das Centrum des Preuß. Signales vergrößert die Seite 0,^{m}1	+ 8,7
logar. Sehne	4 . 6968485,7
Verwandlung des log. Sehne in log. sin. . .	32,79
log. sin. in Metres	4 . 6968452,9
Verwandlung der Metres in Toisen nach Delambre	9 . 7101800,1
log. sin. Nürburg, (Preuß. Sgl.) Fleckert . .	= 4 . 4070253,0.

No.	Namen der Stationen.	Gemessene Winkel.			Sphär. Winkel nach Eintheilung des Fehlers.			Berechnung der Seiten (Erdbogen) in Toisen.			
		G.	M.	S.	G.	M.	S.	log. sin. ac.		log. sin. ab.	
1.	Signal Montabauer .... a	62	15	25,21	62	15	25,46	Cp. log. sin. a	0.0530345,9	Cp. log. sin. a	0.0530345,9
	Signal Fleckert .... b	87	46	59,56	87	46	59,81	log. sin.... bc	4.4070253,9	log. sin.... bc	4.4070253,9
	Wartthurm Nürburg..... c	29	57	38,01	29	57	38,26	log. sin.... b	9.9996748,8	log. sin.... c	9.6984526,5
	Summa	180	0	2,78	180	0	3,53	log. sin.... ac	4.4597348,6	log. sin.... ab	4.1585126,3
	Sphär. Exc.	...	..	3,53							
	Fehler —	...	..	0″,75							
2.	Signal Feldberg........ a	27	19	59,65	27	19	59,41	Cp. log. sin. a	0.3380322,0	Cp. log. sin. a	0.3380322,0
	Signal Montabauer..... b	86	46	41,35	86	46	41,11	log. sin.... bc	4.1585126,3	log. sin.... bc	4.1585126,3
	Signal Fleckert......... c	65	53	23,68	65	53	23,44	log. sin.... b	9.9993130,2	log. sin.... c	9.9603574,3
	Summa	180	0	4,68	180	0	3″,96	log. sin.... ac	4.4958578,5	log. sin.... ab	4.4569022,6
	Sphär. Exc.	...	..	3,96							
	Fehler +	...	..	0″,72							
3.	Signal Kühfeld........ a	67	0	29,43	67	0	29,44	Cp. log. sin. a	0.0359475,9	Cp. log. sin. a	0.0359475,9
	Signal Feldberg .... b	38	4	18,84	38	4	18,88	log. sin.... bc	4.4569022,6	log. sin.... bc	4.4569022,6
	Signal Montabauer.... c	74	55	16,73	74	55	16,73	log. sin.... b	9.7900387,8	log. sin.... c	9.9847835,6
	Summa	180	0	5,00	180	0	5,10	log. sin.... ac	4.2828886,3	log. sin.... ab	4.4776334,1
	Sphär. Exc.	...	..	5,10							
	Fehler —	...	..	0″,10							

		°	'	"	°	'	"				
4.	Signal Dünstberg ...... a	86	33	14,73	86	33	14,49	Cp. log. sin. a	0.0007859,6	Cp. log. sin. a	0.0007859,6
	Signal Kühfeld .... b	53	49	4,60	53	49	4,85	log. sin....bc	4.4776334,1	log. sin....bc	4.4776334,1
	Signal Feldberg c	39	37	44,17	39	37	45,13	log. sin.... b	9.9069520,6	log. sin.... c	9.8046958,3
	Summa	180	0	3,50	180	0	4",47	log. sin....ac	4.3853714,3	log. sin....ab	4.2831152,0
	Sphär. Exc.	...	..	4",47							
	Fehler —	...	..	0",97							
5.	Signal Hasserot .... a	55	0	55,74	55	0	56,15	Cp. log. sin. a	0.0865526,9	Cp. log. sin. a	0.0865526,9
	Signal Dünstberg ...... b	80	26	31,72	80	26	31,38	log. sin....bc	4.2831152,0	log. sin....bc	4.2831152,0
	Signal Kühfeld c	44	32	35,80	44	32	35,46	log. sin.... b	9.9939289,8	log. sin.... c	9.8459946,3
	Summa	180	0	3,26	180	0	2,99	log. sin....ac	4.3635968,7	log. sin....ab	4.2156625,2
	Sphär. Exc.	...	..	2,99							
	Fehler +	...	..	0",27							
6.	Thurm Amöneburg...... a	65	46	43,00	65	46	42,10	Cp. log. sin. a	0.0400217,1	Cp. log. sin. a	0.0400217,1
	Signal Hasserot .... b	56	1	48,03	56	1	47,93	log. sin....bc	4.2156625,2	log. sin....bc	4.2156625,2
	Signal Dünstberg c	58	11	32,07	58	11	31,97	log. sin.... b	9.9187273,8	log. sin.... c	9.9293274,8
	Summa	180	0	3,10	180	0	2,00	log. sin....ac	4.1744116,1	log. sin....ab	4.1850117,1
	Sphär. Exc.	...	..	2,00							
	Fehler +	...	..	1,10							
7.	Signal Hohelohr .... a	58	7	0,70	58	6	59,59	Cp. log. sin. a	0.0710287,3	Cp. log. sin. a	0.0710287,3
	Thurm Amöneburg ..... b	73	17	47,26	73	17	46,96	log. sin....bc	4.1850117,1	log. sin....bc	4.1850117,1
	Signal Hasserot c	48	35	14,76	48	35	15,35	log. sin.... b	9.9812767,8	log. sin.... c	9.8750426,5
	Summa	180	0	2,72	180	0	1,90	log. sin....ac	4.2373172,2	log. sin....ab	4.1310830,9
	Sphär. Exc.	...	..	1,90							
	Fehler +	...	..	0",82							

No.	Namen der Stationen.	Gemessene Winkel.			Sphär. Winkel nach Eintheilung des Fehlers.			Berechnung der Seiten (Erdbogen) in Toisen.			
		G.	M.	S.	G.	M.	G.	log. sin. ac.		log. sin. ab.	
8.	Baum Knill .... a	43	56	31,48	43	56	31,10	Cp. log. sin. a	0.1586846,9	Cp. log. sin. a	0.1586846,9
	Signal Hohelohr .... b	82	15	4,02	82	15	3,65	log. sin....bc	4.1310830,9	log. sin....bc	4.1310830,9
	Thurm Amöneburg c	53	48	27,65	53	48	27,27	log. sin.... b	9.9960159,2	log. sin.... c	9.9068941,9
	Summa	180	0	3,15	180	0	2,02	log. sin....ac	4.2857837,0	log. sin....ab	4.1966619,7
	Sphär. Erc.	...	..	2,02							
	Fehler +.	...	..	1'',13							
9.	Statue Herkules .... a	41	33	44,62	41	33	44,90	Cp. log. sin. a	0.1782007,8	Cp. log. sin. a	0.1782007,8
	Baum Knill........... b	64	4	35,56	64	4	34,78	log. sin....bc	4.1966619,7	log. sin....bc	4.1966619,7
	Signal Hohelohr c	74	21	44,21	74	21	43,43	log. sin.... b	9.9539418,7	log. sin.... c	9.9836192,2
	Summa	180	0	4,39	180	0	3,11	log. sin....ac	4.3288046,2	log. sin....ab	4.3584819,7
	Sphär. Erc.	...	..	3,11							
	Fehler +	...	..	1,28							
10.	Signal Boyneburg...... a	55	33	18,32	55	33	18,62	Cp. log. sin. a	0.0837191,8	Cp. log. sin. a	0.0837191,8
	Baum Knill .... b	65	52	31,65	65	52	32,72	log. sin....bc	4.3584819,7	log. sin....bc	4.3584819,7
	Statue Hercules........ c	58	34	13,85	58	34	13,39	log. sin.... b	9.9603096,5	log. sin.... c	9.9310922,7
	Summa	180	0	3,82	180	0	4'',73	log. sin....ac	4.4025108,0	log. sin....ab	4.3732934,2
	Sphär. Erc.	...	..	4,73							
	Fehler —	...	..	0'',91							

11.	Signal Wieselsberg ..... a	70	11	13,29	70	11	14,24	Cp. log. sin. a	0.0265000,7	Cp. log. sin. a	0.0265000,7
	Signal Boyneburg...... b	44	19	47,46	44	19	46,26	log. sin....bc	4.3732934,2	log. sin....bc	4.3732934,2
	Baum Knill c	65	29	1,27	65	29	3,12	log. sin.... b	9.8443428,6	log. sin.... c	9.9589681,9
	Summa	180	0	2,02	180	0	3'',62	log. sin....ac	4.2441363,5	log. sin....ab	4.3587616,8
	Sphär. Exc.	...	..	3,62							
	Fehler —	...	..	1'',60							
12.	Spitze v. Haus Inselsberg a	57	36	27,44	57	36	26,99	Cp. log. sin. a	0.0734528,0	Cp. log. sin. a	0.0734528,0
	Signal Boyneburg...... b	68	44	15,00	68	44	14,54	log. sin....bc	4.3587616,8	log. sin....bc	4 3587616,8
	Signal Wieselsberg..... c	53	39	23,15	53	39	22,93	log. sin.... b	9.9693823,2	log. sin.... c	9.9060532,4
	Summa	180	0	5,59	180	0'	4'',46	log. sin....ac	4.4015968,0	log. sin....ab	4.3382677,2
	Sphär. Exc.	...	..	4,46							
	Fehler +	...	..	1,13							
13.	Thurm Struth......... a	72	25	22,86	72	25	22,99	Cp. log. sin. a	0.0207648,2	Cp. log. sin. a	0.0207648,2
	Spitze v. Haus Inselsberg b	33	44	36,97	33	44	37,31	log. sin....bc	4.3382677,2	log. sin....bc	4.3382677,2
	Signal Boyneburg c	73	50	2,09	73	50	2,25	log. sin.... b	9.7446674,2	log. sin.... c	9.9824787,7
	Summa	180	0	1,92	180	0	2'',55	log. sin....ac	4.1036999,6	log. sin....ab	4.3415113,1
	Sphär. Exc.	...	..	2,55							
	Fehler —	...	..	0'',63							
14.	Cent. d. Pass. Inst. Seeberg a	73	51	36,95	73	51	37,07	Cp. log. sin. a	0.0174633,8	Cp. log. sin. a	0.0174633,8
	Spitze v. Haus Inselsberg b	78	35	36,38	78	35	36,36	log. sin....bc	4 3415113,1	log. sin....bc	4.3415113,1
	Thurm Struth......... c	27	32	48,65	27	32	48,75	log. sin.... b	9.9913361,7	log. sin.... c	9.6650874,5
	Summa	180	0	1,98	180	0	2,18	log. sin....ac	4.3503108,6	log. sin....ab	4.0240621,4
	Sphär. Exc.	...	..	2,18							
	Fehler —	...	..	0,20							

No.	Namen der Stationen.	Gemessene Winkel.			Sphär. Winkel nach Eintheilung des Fehlers.			Berechnung der Seiten (Erdbogen) in Toisen.			
		G.	M.	S.	G.	M.	S.	log. sin. ac.		log. sin. ab.	
15.	Endpunct der Grundlinie a	100	6	13,60	100	6	13,60	Cp. log. sin. a	0.0067879,8	Cp. log. sin. a	0.0067879,8
	Passag.-Instr. Seeberg .. b	63	35	31,73	63	35	31,76	log.sin....bc	4.0240621,4	log.sin....bc	4.0240621,4
	Spitze v. Haus Inselsberg c	16	18	14,88	16	18	14,91	log.sin.... b	9.9521387,5	log.sin.... c	9.4482982,0
	Summa	180	0	0,21	180	0	0'',27	log.sin....ac	3.9829888,7	log.sin....ac	3.4791483,2
	Sphär. Erc.	...	..	0,27							
	Fehler —	...	..	0'',06							

Hiernach, vom Centrum des Passagen-Instruments (als der nördliche Endpunct der in diesem Meridian gemessenen Grundlinie) bis zum südlichen Endpuncte log. sin. .... = 3.4791483,2

Bogen-Verwandlung .. = 0,6

nach der Basis von Melun = 3.4791483,8 = 3014',0357

Ensisheim .... = 3.4790842,7 = 3013,5908

Darmstadt .... = 3.4790871,2 = 3013,6098

Romney-March ...... = 3.4791746,1 = 3014,2174

Die Grundlinie von Seeberg wurde im Jahre 1805 gemessen bei 13° Réaumur 3014',396

Reduction auf den Meereshorizont 0,1667

= 3.4791763,4 = 3014,2293

Anmerkung. Zwischen der Basis von Melun und Grundlinie Seeberg liegen 70 Dreiecke

" " " " Ensisheim " " " 33 "

" " " " Darmstadt " " " 26 "

" " " " Rommney-March " " 60 "

Die Grundlinie von Seeberg ist die einzige dieser fünf Grundlinien, bei deren Messung die Coincidenz angewendet wurde.

§. 164. Dreiecke zweiter Ordnung haben im Allgemeinen den Zweck, die Seiten eines Dreiecks der ersten Ordnung so weit zu verkleinern, und dadurch so viel neue Grundlinien zu schaffen, daß die Punkte, welche man zum Aufnehmen des Details bedarf, und deren auf einem Flächenraume von 16,000 Quadratruthen wenigstens drei sein müssen, mit Leichtigkeit erhalten werden. Die Länge der Seiten eines Dreiecks der zweiten Ordnung hängt zwar von der Länge der Seite der ersten Ordnung ab, welche ihm als Grundlinie diente, da in den Dreiecken II. Ordnung keine Winkel unter 20^0 vorkommen dürfen, indeß werden sie am zweckmäßigsten unter 6000 Ruthen sein. Wenn es die Umstände erfordern, so können zwar mehrere Dreiecke der zweiten Ordnung aneinander gereiht werden, ohne dazu eine neue Grundlinie von den Dreiecken erster Ordnung zu nehmen, jedoch darf man hierbei die Zahl von 6 Dreiecken nie überschreiten. Sobald ein Dreieck nicht mehr fortgesetzt wird, sondern mit Berechnung eines Punktes die Reihe schließt, so hört es auf, ein Dreieck der zweiten Ordnung zu sein, und tritt in die Classe der Dreiecke dritter Ordnung.

Alle drei Winkel müssen in einem Dreieck zweiter Ordnung gemessen sein, und kann dabei ein Fehler von 20 Secunden im Maximo passiren. Der sphärische Exceß wird in den Dreiecken zweiter Ordnung nicht mehr berechnet, es sei denn, daß die Seiten mehr als 6000 Ruthen hielten.

Dreiecke der dritten Ordnung sind solche, welche sich nicht fortpflanzen und in welchen zwei Punkte und eine Seite einem Dreieck der zweiten Ordnung angehören. Bei diesen Dreiecken können Winkel von 16 Grad vorkommen, und ist es nicht nöthig, daß alle drei Winkel gemessen sind. Die Berechnung des sphärischen Excesses fällt weg, und werden diese Dreiecke ganz wie die der zweiten Ordnung berechnet, mit dem Zusatz, daß, wenn nicht alle drei Winkel beobachtet und der Fehler eingetheilt ist, der durch Abzug von 180 Grad geschlossene Winkel entsprechend zu bezeichnen ist. Die Winkel der Dreiecke der zweiten und dritten Ordnung werden in ein und dasselbe Register in folgender Weise eingetragen:

Winkel-Beobachtungen zu den Dreiecken II. und III. Ordnung.

Standpunct Signal Ettersberg.

Zeichnung der Gegenstände.	Namen der Gegenstände.		Multiplicirt.	G.	M.	S.
	Standpunct im Centrum des Signals (oder: entfernt vom Centro = e).					
♁ ▯	Possenthurm (wird ein Dreieck zweiter Ordnung bilden)..		....	0	0	0
	Schloßthurm von Frauen-Brießnitz...............		....	126	54	50
	Windmühle bei Kleina......		....	172	56	32
	Hohe-Eiche, Thurm........		....	214	35	33
	Inselsberg, Spitze vom Hause		....	289	39	18
	Winkel zwischen Hohe-Eiche und Inselsberg (wird ein Dreieck zweiter Ordnung bilden.)	Stand des Kreises.	Nr. 1.	15	14	15
			„ 2.	....	13	50
			„ 3.	....	14	2
			„ 4.	....	13	58
					56	5
		V fach	Nr. 1.	30	30	40
			„ 2.	....	30	27
			„ 3.	....	30	20
			„ 4.	....	30	30
					1	57

Die Seite des Dreiecks der ersten Ordnung, welche dem Dreieck der zweiten Ordnung als Grundlinie dient, wird auf den Bogen reducirt, und die Dreiecke in nachstehender Art berechnet:

Berechnung der Dreiecke II. und III. Ordnung.

Namen der Stationen.	Gemessene Winkel.			Winkel nach Eintheilung des Fehlers.			Berechnung der Seiten (Erdbogen) in Toisen (in Preußische Ruthen).			
No.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	ac.		ab.	
Thurm Albersdorf ....a	64	13	45,56	64	13	40,22	Cp. log. sin.....a	0,0455017	— — — —	0,0455017
Hohe-Eiche ....b	47	5	47,76	47	5	43,36	log. ....bc	4,3845282	— — — —	4,3845282
Signal Ettersberg.........c	68	40	42,00	68	40	36,42	log. sin........b	9,8648004	log. sin........c	9,9692033
Summa	180	0	15″,32	180	0	0″,00	log. ac in Toisen	4,2948303	log. ....ab	4,3992332
Sphär. Exc.			4,28				Verwandlung log.	0,2860883		0,2860883
Fehler +			11″,04				log. ac in Ruthen	4,0087420	ab	4,1131449
No.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	ac.		ab.	
Windmühle bei Kleina .....a	45	33	58,84	45	33	55,08	Cp. log. sin.....a	0,1462720	— — — —	0,1462720
Thurm Albersdorf.........b	107	24	18,30	107	24	13,67	log. ....bc	4,2948303	— — — —	4,2948303
Signal Ettersberg.........c	27	1	58,75	27	1	51,25	log. sin.........b	9.9796488	log. sin.........c	9,6575061
Summa	180	0	10,89	180	0	0″,00	log. ac in Toisen	4,4207511	log. ....ab	4,0986084
Sphär. Exc.			2,27				Verwandlung log.	0,2860883		0,2860883
Fehler +			8,62				log. ac. in Ruthen	4,1346628	ab	3,8125201

Namen der Stationen.	Gemessene Winkel.			Winkel nach Eintheilung des Fehlers.			Berechnung der Seiten (Erdbogen) in Toisen (in Preußische Ruthen.)			
No.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	ac.		ab.	
Leuchtenburg . . . . a Thurm Albersdorf . . . . b Windmühle bei Kleina c	95 44 40	28 22 9	1,35 28,03 30,62	G. III.	W. Ordnung		Cp. log. sin. . . . . a log. . . . . bc log. sin. . . . . b	0,0019799 4,0986084 9,8446912	— — — — — — — — log. sin. c	0,0019799 4,0986084 9,8094953
Summa	180	0	0″,00				log. ac in Toisen	3,9452795	log. . . . . ab	3,9100836
Sphär. Exc.							Verwandlung log.	0,2860883		0,2860883
Fehler							log. ac in Ruthen	3,6591912	ab	3,6239953
No.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	ac.		ab.	
a b c							Cp. log. sin. . . . . a log. . . . . bc log. sin. . . . . b		— — — — — — — — log. sin. c	
Summa							log. . . . . ac		log. . . . . ab	
Sphär. Exc.							ac		ab	
Fehler.										

No.	G.	M.	S.	G.	M.	S.	ac.		ab.	
a b c							Cp. log. sin. . . . . a log. . . . . bc log. sin. . . . . b		— — — — — — — — log. sin. c	
Summa							log. . . . . ac		log . . . . ab	
Sphär. Exc.							ac.		ab.	
Fehler.										

Anmerkung. Die Rechnung ist nach Legendre geführt, nämlich: der sphärische Exceß in 3 Theile getheilt, von jedem Winkel ⅓ abgezogen und dann mit Erdbogen gerechnet.

Dies Beispiel ist aus der Thüringschen Vermessung, bei welcher mit Toisen gerechnet wurde, und die Verwandlung in Preußische Ruthen, durch Abzug des Verwandlungslogarithmus, sogleich hinzugefügt ward.

§. 165. Ehe zu einer weiteren Berechnung der Dreiecke geschritten werden kann, wodurch sie zum practischen Gebrauch übergehen, ist es nöthig, daß einer der Dreieckspunkte astronomisch bestimmt, oder seine geographische Lage aus einem bereits bestimmten Punkte durch Abstände hergeleitet wird. Die astronomische Bestimmung von Breite und Azimuth kann unter günstigen Umständen in kurzer Zeit erfolgen, die Bestimmung der Länge hingegen erfordert, wenn sie Vertrauen erwecken soll, eine Reihe von Jahren. Deshalb ist es rathsamer, sich durch eine Dreiecksverbindung die Länge, Breite und das Azimuth eines gut bestimmten Ortes herzuholen, als solche Bestimmungen zu unternehmen, welche überdem, nach den jetzigen Forderungen nur auf Sternwarten hinreichend genau ausgeführt werden können. Da die Zahl der Sternwarten sich sehr vermehrt hat, so wird eine große Landesvermessung immer eine solche berühren, von welcher dann die geographischen Bestimmungen genommen werden können. Aus diesem Grunde erscheint es überflüssig, hier Vorschriften über dergleichen Bestimmungen zu geben, welche eben so, wie die Messung einer Grundlinie besondere Kenntnisse erfordern. Tritt die Nothwendigkeit ein, einen Ort geographisch zu bestimmen, so wird die Verfahrungsart nach den zu Gebote stehenden Mitteln eingerichtet werden müssen, und es würde daher nicht passend sein, diese voraus bestimmen zu wollen. Angenommen, daß man sich eine solche Bestimmung auf eine oder die andere Art zu verschaffen gewußt hat, so müssen darnach sämmtliche Dreieckspunkte geographisch gefunden werden.

§. 166. Es sind verschiedene Formeln von Delambre, Legendre, v. Zach und mehreren Andern bekannt gemacht, durch welche aus der Länge, Breite und dem Azimuth eines Punktes, nebst Meridian- und Perpendicular-Abständen, die geographische Lage eines zweiten Punktes gefunden wird. Diese verschiedenen Formeln haben nicht alle eine gleiche Genauigkeit und fordern mehr oder weniger geübte Rechner. Es ist daher nöthig, um die Arbeit soviel als möglich zu vereinfachen, ohne die nöthige Schärfe zu verlieren, unter allen bekannten Wegen, um zum Zweck zu gelangen, den kürzesten zu wählen, auf welchem mit einigen Hülfstafeln, zum Behuf kleiner Correctionen die Berechnung am leichtesten ist. Als Beispiel dient das folgende Berechnungsregister:

Berechnung der Länge, Breite und des Azimuths der Dreiecke von erster Ordnung.

gegebener / gesuchter } Punct des sphärischen Dreiecks.	No. 1.	No. 2.	No. 3.	No. 4.	No. 5.	No. 6.
	log. $\frac{1}{2r^2}$ sin. 1″ =	log. sin. S =	log. Bogen x =	log. Bogen y =	log. tang. ½ L	log. tang. B′ =
	log. S² =	log. sin. a =	Cp. lg. r. Sin. 1″ =	Cp. lg. n. Sin. 1″ =	log. sin. y′ =	log. tang. y′ =
	log. sin. a =	log. sin. y =	log. u	log. y′ =	log. sin. F =	log. sin. =
	log. cos. a =	Bogen Vdlg. +	u		$\frac{1 + e^2 \cos.^2 \varphi}{\sin. 1''}$ =	Winkel (+)
	log. Sphär. Exc.	log Bogen y	120)	log. tang. y′ =		90° + z =
	in Graden =	log. sin. S =	diff. 1′ =	Cp. log. cos. f =	log. Ψ	a′ =
	a =	log. sin. z =	(+)	log. tang. L =	Ψ = (−)	
	q =	log. sin. x =	log. u =	L =	F =	
	z =	Bogen Vdlg. +	log. u′ =		B′ =	
	180° ′ ″	log. Bogen x	u′ (±) =			
			B =			
			F =			

Beispiel, der gesuchte Punct nördlich.

	No. 1.	No. 2.	No. 3.	No. 4.	No. 5.	No. 6.
Mannheim, Sternwarte.	= 2.55556	4.7826588.9	4.6375644.5	4.6268222.1	8.2968874.8	0.0906210.7
	= 9.56530	9.8441182.3	9.0860978.7	9.0848757.3	8.3972273.8	8.3973626.8
Seeberg, Sternwarte.	= 9.84412	4.6267771.2	3.7236623.2	3.7116979.4	9.8902378.0	8.4879837.5
	= 9.85472	+ 450.9			5.3155333	
	1.81970	4.6268222.1	120) 5292.52	1° 25′ 48″.70	1.8998858	
		4.7826588.9	44.10			—1° 45′ 45″.66
	1′ 6″, 02	9.8548579.3	12.10	8.3973626.8	—1′ 19″.41	135° 43′ 3″.92
	a=44° 18′ 2″,10	4.6375168.2	— 533.6	0.2007249.8		a 133° 57′ 18″.26
	q=90° 0′0″.	+ 476.3	3.7236623.2	8.5980876.6	F 50° 57′ 24″.79	
	z=35° 43′ 3″,92	4.6375644.5	3.7236089.6		B′ 50° 56′ 5″.38	
	180° 1′ 6″,02		1° 28′ 11″.86	L=2°16′11″.19		
			49° 29′ 12″.93			
			F 50° 57′ 24″.79			

Beispiel, der gesuchte Punct südlich.

Seeberg, Sternwarte.	= 2,55541	4.7826588.9	4.6242661.1	4.6399694.6	8.2968874.8	0.0683004.1
	9.56530	9.8572626.7	9.0859931.2	9.0849106.9	8.4104070.0	8.4105508 4
	9.85726	4.6399215.6	3.7102592.3	3.7248801.5	9.881105	8.4788512.5
Mannheim, Sternwarte.	9.84142	+ 479.0	120) 5131.67		5.315603	
	1.81939	4.6399694.6	42.76	1° 28′ 27″.379	1.904002	+ 1° 43′ 33″.58
			12.03			133° 58′ 24″.31
	1′ 5″.97	4.7826588.9	+ 514.4	8.4105508.4	− 1′ 20″.17	135° 41′ 57″.89
	a=46° 2′ 41″.71	9.8415624.2	3.7102592.3	0.1875372.5	F 49° 30′ 33″.10	
	q=90° 0′ 0″.00	4.6242213.1	3.7103106.7	8.5980880.9	B′ 49° 29′ 12″.93	a′ 44° 18′ 2″.11
S, a	z=43°58′24″.26	+ 448.0	1°25′32″.28			
s, x	180° 1′ 5″.97	4.6242661.1	50°56′ 5″.38	L 2° 16′ 11″.20		
M, z, y, Z			F=49°30′33″.10			

Bei allen Formeln und Hülfstafeln ist eine Abplattung von $\frac{1}{310}$ zu Grunde gelegt, welche jetzt mit vieler Wahrscheinlichkeit als die richtigste angenommen wird, und nach welcher daher alle Rechnungen ohne Ausnahme mit dem Aequators Radius von 1693183,15 preußischen Ruthen geführt werden sollen*).

Die Auflösung der Aufgabe zerfällt in sechs verschiedene Abtheilungen, wovon drei blos vorbereitend sind. Jede Abtheilung erhält in den Berechnungs-Registern eine besondere Columne.

In der ersten Abtheilung wird der sphärische Exceß eines rechtwinkligen sphärischen Dreiecks berechnet, woraus die Winkel des Dreiecks folgen.

In der zweiten Abtheilung werden zwei den rechten Winkel einschließende Seiten des Dreiecks gesucht.

In der dritten Abtheilung wird die im Meridian liegende Seite in Erd-Secunden verwandelt und die Breite des Fußpunktes gesucht.

In der vierten Abtheilung wird die andere Seite des sphärischen Dreiecks (welche perpendicular auf dem Meridian steht) in Erd-Secunden verwandelt und der gesuchte Längen-Unterschied gefunden.

In der fünften Abtheilung wird der Unterschied zwischen der Breite des Fußpunktes und der gesuchten Breite gefunden.

In der sechsten Abtheilung wird der Unterschied zwischen zwei bekannten Winkeln des sphärischen Dreiecks und dem gesuchten Azimuth gefunden.

Wenn nun

a gegebenes, a' gesuchtes Azimuth,
B gegebene, B' gesuchte Breite,
L Längen-Unterschied,
S gegebene Seite,
F Fußpunkt des Perpendikels,
ψ Differenz des Fußpunktes zur gesuchten Breite,
Q Quadrant,
x Seite im Meridian } des sphärischen Dreiecks,
y Seite im Perpendickel } des sphärischen Dreiecks,
u Seite x in Erd-Secunden = u' (nach der Correction) bezeichnet, so wird folgendermaaßen verfahren:

*) Die Normal-Meridiansradien, welche zu den Berechnungen der Hülfstafeln gedient haben, sind in der Hülfstafel Nr. 8 (Anhang) in doppelter Gestalt, nämlich den Aequators Radius als 1,0 und in preußischen Ruthen zu finden.

Der Ort, von welchem man ausgeht, und der Ort, welchen man sucht, werden vorn eingetragen und das sphärische Dreieck gezeichnet. Liegt der gesuchte Punkt nach Norden, so gilt, wo das Zeichen ($\pm$) oder ($\mp$) vorkommt, das Obere. Liegt der gesuchte Punkt nach Süden, so gilt das Untere.

Das Azimuth = a wird in die erste Spalte neben a gesetzt; die gegebene Seite sinus S wird in die zweite Spalte zweimal eingetragen. Die gegebene Breite (Spalte 3) neben B.—Log. $\frac{1}{2 . r^2 \sin. 1''}$ ist eine Größe, welche in der Hülfstafel Nr. 2 (s. Anhang) mit dem Argument der gegebenen Breite gesucht wird; sie ändert sich wenig. Es ist hinreichend, den sphärischen Exceß mit 5 Stellen zu rechnen, und man bedarf dazu S als Bogen. Wie der sphärische Exceß gefunden und hierauf der Winkel z gebildet wird, zeigt das Beispiel. In der zweiten Spalte wird die Verwandlung aus dem sinus in den Bogen aus der Hülfstafel Nr. 1 genommen. In der Spalte 3 wird Compl. log. r . sin. 1″ aus den Hülfstafeln Nr. 3 entnommen; das Argument ist die gegebene Breite. Das Complement wird in die zweite Linie gesetzt, und zum Logarithmus u die natürliche Zahl gesucht. Diese drückt den Unterschied der gegebenen Breite zum Fußpunkt in Erd-Secunden aus, bedarf aber noch einer kleinen Correction, weil man den Meridian-Krümmungsradius für gegebene Breite anwendete, anstatt sich des mittleren Meridian-Krümmungsradius zwischen der gegebenen und der Breite des Fußpunktes zu bedienen. Man dividirt u mit 120 und erhält dadurch den halben Breitenunterschied in Minuten, findet in der Hülfstafel Nr. 3 neben dem zuletzt aufgesuchten Logarithmus die Differenz für eine Minute, mit welcher man den halben Unterschied multiplicirt, welches die Correction ($\mp$) log. u ist, wodurch man den log. u′ erhält, dessen natürliche Zahl in Secunden ($\pm$) der gegebenen Breite den Fußpunkt F giebt.

In der Spalte 4 ist Complement n . sin. 1″ mit dem Argument der Breite des Fußpunktes aus der Hülfstafel Nr. 4 zu nehmen.

Log. tang. y wird mit Complement von cosin. F addirt.

In der Spalte 5 sind zuerst vier Logarithmen zu addiren, wovon der vierte $\frac{1 + e^2 \text{cosin.} \varphi}{\sin. 1''}$ aus der Hülfstafel Nr. 5 genommen wird. Diese Spalte kann mit fünf Stellen der Logarithmen gerechnet werden und giebt vollkommen die erforderliche Genauigkeit. In der Spalte 6 wird der sinus des Winkels gefunden, welcher die Convergenz der Meridiane

beträgt, und welcher $(\mp).90^0 + y$ das Azimuth, und zwar immer auf derselben Seite, d. h. das nördliche oder das südliche, giebt, auf welcher man das gegebene Azimuth in dem sphärischen Dreiecke anwendete. Dies hängt wiederum davon ab, wie der gesuchte Punkt liegt, denn nördlich bedarf man das nördliche, südlich das südliche Azimuth.

Der gegebene und gesuchte Punkt und das geradlinigte Dreieck werden eingetragen.

§. 167. In Betreff der **Berechnung der Dreiecke zweiter und dritter Ordnung** ist Folgendes zu bemerken: Die sphärische Rechnung und die kleinen Correctionen können hier ganz wegbleiben, indem sie bei so kleinen Seiten $= 0''$ betragen. Wird hiernach die Rechnung von Länge und Breite der Dreieckspunkte der zweiten Ordnung nach denselben Grundsätzen geführt, welche bei der Berechnung der Dreiecke erster Ordnung zum Grunde liegen, so hat man vier Abtheilungen in vier Spalten, wie das unten folgende Beispiel hinlänglich erläutert.

Für die Berechnung der Dreieckspunkte der dritten Ordnung wird ein Punkt der zweiten Ordnung ausgewählt, auf dessen Meridian und Perpendickel der Punkt dritter Ordnung zu berechnen ist. Dann wird die Rechnung gerade so geführt, wie bei den Dreiecken der zweiten Ordnung, mit dem Unterschiede, daß die Berechnung des Azimuths in der vierten Spalte ganz wegfällt, indem man es nicht gebraucht.

Das Register zu dieser Rechnung ist dasselbe, als für die Dreiecke zweiter Ordnung; das folgende Beispiel erläutert diese einfache Rechnung:

Berechnung der Länge, Breite und des Azimuths der Dreiecke von der II. und III. Ordnung.

gegebener / gesuchter } Punct des Dreiecks.	No. 1.	No. 2.	No. 3.	No. 4.
	log. cos. a	log. sin. a	log. tang. ½ L	log. tang. B′
	log. S	log. S	log. sin. y	log. tang. y
	Cp. log. r. Sin. 1″	Cp. log. n. Sin. 1″	log. sin. F	log. sin.
	log. u =	log. y	$\frac{1 + e^2 \cos^2 \varphi}{\sin. 1''}$ =	Winkel
	u (±)	y		90 + z =
	B	log. tang. y =	log. ψ =	a′
	F	Cp. log. cos. F =	ψ (−)	
		log. tang. L =	F =	
		L	B′ =	

Beispiel der Berechnung eines Punctes der II. Ordnung.

gegebener / gesuchter } Punct des Dreiecks.	No. 1.	No. 2.	No. 3.	No. 4.
Signal Ettersberg.	= 9.8534229.5	= 9.8454743.3	= 7.6477575	= 0.0867470.9
	= 4.1346628	= 4.1346628	= 7.7505880	= 7.7505949.1
Windmühle bei Kleina.	= 9.0859991	= 9.0848822.8	= 9.8885617	= 7.8373420 0
	= 3.0740848.5	= 3.0650194.1	= 5.315546	
			= 0.602453	+ 23′38″.31
	— 19′ 46″,01	= 0°19′21″.49		135° 31′30″.80
	51° 0′ 54″,31		— 0° 0′ 4″.00	135° 55′ 9″.11
	F = 50° 41′ 8″,30	= 7.7505949.1	50° 41′ 8″.30	
		= 0.1982021.3	B′ 50° 41′ 4″,30	a′ 44° 4′50″.89
		= 7.9487970.4		
E, α, S, x, q, y, W.K.		L = 30′ 33″,20		

Beispiel der Berechnung eines Punctes der III. Ordnung.

Windmühle bei Kleina.	= 9.9839678.5	= 9.4261524.2	= 6.6078777.4	Die Rechnung des Azimuths fällt bei den Dreiecken der III. Ordnung gänzlich weg.
	= 3.5151446	= 3.5151446	= 6.7117370.5	
	= 9.0860161	= 9.0848850.0	= 9.8878908	
Nördlicher Schloßthurm Schleiz.	= 2.5851285.5	= 2.0261820.2	= 5 3155514	
			= 8.5230569.9	
	— 6′ 24″.7	1′ 46″.21		
	50° 41′ 4″.3		— 0° 0′ 0″.03	
	F = 50° 34′ 39″.6	= 6.7117371.5	50° 34′ 39″.60	
		= 0.1972045.7	B′ 50° 34′ 39″.57	
		= 6.9089417.2		
		L = 0° 2′ 47″.25		

§. 168. Da bei den bedeutenden Rechnungen, welche die Dreiecke in ihren verschiedenen Ordnungen erfordern, sich leicht ein Rechnungsfehler einschleichen könnte, so ist eine Revision nöthig, welche sichert, daß keine falschen Angaben, Zeit und Kosten verursachende Abänderungen herbeiführen, was der Fall sein würde, wenn man die Fehler erst während der Ausführung entdeckte. Da aber die Erfahrung lehrt, daß eine Revision derselben Rechnung oft zu denselben Irrthümern führt, so sind die Längen, Breiten und Azimuthe der Dreiecke erster Ordnung auf einem ganz anderen Wege von der Revision, und zwar nach folgender Formel zu berechnen.

Die Bezeichnungen der verschiedenen Stücke durch Buchstaben bleibt dieselbe, wie oben zur vorigen Formel, wozu noch kommen:

$\alpha =$ Halbmesser des Kreises,

$\beta =$ halbe kleine Axe,

$R = \frac{1}{\sin. 1''}$,

$e =$ Excentricität.

Vorbereitung.

I $\text{tang.}\ \Theta = \frac{\beta}{\alpha}\ \text{tang. B}$

II $\cos.\ \Psi = \sin.\ a\ .\ \cos.\ \Theta$

III $\text{tang.}\ X = \frac{\alpha}{\beta}\ \text{tang.}\ \Psi$

IV $\sin.\ o = \frac{\sin.\ B}{\sin.\ X}$

V $u = \frac{S}{\beta}\ R$

VI $v = u - \frac{1}{4} e^2 \sin.^2 X [u - 3 R \sin.\ u\ .\ \cos.\ (2\,o + u)]$

Berechnung.

$$\sin.\ B' = \sin.\ B\ \frac{\sin.\ (o + v)}{\sin.\ o} = \sin.\ X\ .\ \sin.\ (o + v)$$

$$\text{tang.}\ \vartheta = \frac{\beta}{\alpha}\ \text{tang.}\ B'$$

$$\sin.\ a' = \sin.\ a\ \frac{\cos.\ \Theta}{\cos.\ \vartheta} = \frac{\cos.\ \Psi}{\cos.\ \vartheta}$$

$$\sin.\ p = \frac{\text{tang.}\ B'}{\text{tang.}\ X} = \frac{\text{tang.}\ \vartheta}{\text{tang.}\ \Psi}$$

$$\sin.\ q = \frac{\text{tang.}\ B}{\text{tang.}\ X} = \frac{\text{tang.}\ \Theta}{\text{tang.}\ \Psi}$$

$$L = (p - q) - \frac{1}{2} e^2\ .\ v\ .\ \cos.\ X.$$

Das folgende Beispiel erläutert den Gebrauch der Formel, welche übrigens geübte Rechner erfordert.

Beispiel

zur Berechnung der Länge und Breite vom Seeberg (Sternwarte), aus der Länge und Breite von Mannheim (Sternwarte) nach der Formel für die Revision.

log. α = 6,2287039,7   log. e^2 = 7,8089382,7
log. β = 6,2273008,4   log. R = 5,3144251
u = 44° 18′ 12″,10   B = 49° 29′ 12″,93

Log. sin. S = 4,7826588,9
Bogenverwandl. 926,9
log. Bogen S = 4,7827515,8

Vorbereitung.

log. β .... = 6,2273008,4
Comp. lg. α = 3,7712960,3
lg. tang. B = 0,0683004,1
I. lg. tang Θ = 0,0668972,8
Θ = 49° 23′ 43″,727

log. sin. a = 9,8441182,3
log. cos. Θ = 9,8134703,4
II. log cos. ψ = 9,6575885,7
ψ = 62° 57′ 48″,773

log. α .... = 6,2287039,7
Comp. lg. β = 3,7726991,5
lg. tang. ψ = 0,2921514,2
III. lg. tang. χ = 0,2935545,4
χ = 63° 2′ 18″,337

log. sin. B ..... = 9,8809608,7
Compl. lg. sin. χ = 0,0499707,9
IV. log. sin. O ..... = 9,9309316,6
O = 58° 32′ 8″,651

log. S ..... = 4,7827515,8
Comp. lg. β = 3,7726991,5
log. R ..... = 5,3144251,0
V. log. U .... 2 = 3,8698758,3
U = 7410″,981 = 2° 3′ 30″,981

log. 3 .... = 0,4771212,5
log. R .... = 5,3144251,0
log. sin. U .... = 8,5553570,8
— log. cos. (20 + u) = 9,6873452,0
— 4,0342486,3
+ 10820,531
u = 7410,981
u — ( ) = 18231,512

Comp. lg. 4 = 9,3979400,0
log. e^2 .... = 7,8089382,7
log. sin. $^2\chi$ = 9,9000584,0
log. ( ) = 4,2608226,8
1,3677593,5
— 23″,321
u = 7410, 981
VI. v = 7387, 660

Berechnung.

log. sin. χ .... = 9,9500292,0
log. sin. (o+v) = 9,9400729,9
log. sin. B′ ... = 9,8901021,9
B′ = 50° 56′ 5″,43

log. β ..... = 6,2273008,4
Compl. lg. α = 3,7712960,3
log. tang. B′ = 0,0906211,4
log. tang. ϑ = 0,0892180,1
ϑ = 50° 50′ 39″,234

log. cos. ψ .... = 9,6575885,7
Compl. lg. cos. ϑ = 0,1996741,9
log. sin. a′ .... = 9,8572627,6
a′ = 46° 2′ 41″,75

log. tang. ϑ = 0,0892180,1
log. tang. ψ = 9,7078485,7
sin. p .... = 9,7970665,8
p = 38° 48′ 28″,08

tang. Θ ... = 0,0668972,8
Compl. lg ψ = 9,7078485,7
sin. q ..... = 9,7747458,5
q = 36° 32′ 5″,98

log. Comp. 2 = 9,6989699,9
log. e^2 ..... = 7,8089382,7
log. v ...... = 3,8685069,0
log. cos. χ .. = 9,6564746,7
1,0328898,3
($\frac{1}{2}$ e^2. v. cos. χ) = 10″78.

p .... 38° 48′ 28″,08
q .... 36° 32′ 5″,98
p — q .... 2° 16′ 22″,10
($\frac{1}{2}$ e^2. v. cos. χ) 10″,78
L .... 2° 16′ 11″,32

II. Von der Projection, von der Eintheilung der Karte in einzelne Blätter (Sectionen) und vom Auftragen der trigonometrischen Punkte.

§. 168. Ein Grad der Breite und ein Grad der Länge, vom vollen Grade angerechnet, schließen einen Raum ein, der mit Grad-Abtheilung benannt wird. Für die Breite, welche in unserer Zone von Süden nach Norden wächst, ist die südliche, und für die Länge, welche von Westen nach Osten wächst, die westliche Begrenzungslinie diejenige, von welcher man zu zählen anfängt. Die Gradabtheilungen werden nach den Graden bezeichnet, welche sie einschließen, so daß z. B. diejenige, welche den Raum von 50° bis 51° der Breite und von 24° bis 25° der Länge einschließt, benannt wird: „Gradabtheilung 50, 24." Zehn Bande in der Richtung des Wachsens der geographischen Breite fortgezählt, und mit römischen Ziffern bezeichnet, wovon jedes Band wiederum in 6 Blätter in der Richtung des Wachsens der geographischen Länge getheilt und mit arabischen Ziffern bezeichnet ist, theilen die entwickelte Fläche jeder Gradabtheilung in 60 Blatt, welche in dem Maaßabe von $\frac{1}{25000}$ ihrer natürlichen Größe gebildet, die Blätter (Sectionen) zu den Original-Aufnahmen geben. Durch diese Eintheilung hält jedes Blatt 10 Minuten geographische Länge und 6 Minuten geographische Breite.

Anmerkung. Es sind zwar nicht ganz genau 6 Minuten, da die Blätter jeder Gradabtheilung in sich gleich hoch sein sollen, indeß ist der Unterschied so gering, daß er sich kaum auftragen läßt, pflanzt sich auch übrigens nicht aus einem Grad in den andern fort.

§. 169. Um die Größe der Blätter zu finden und aufzutragen, muß zuvor bemerkt werden, daß die gegebene Grundlinie für jedes Blatt der Karte der Ausdruck von 10 Minuten der geographischen Länge (in einer bestimmten Breite) in irgend einem landesüblichen Maaße ist. Sie ist aus der beigefügten Hülfstafel Nr. VI (s. Anhang) zu entnehmen und mit 25000 zu dividiren, welches die Länge der Grundlinie in jenem Maaße giebt. Dieses Maaß wird aus der Mitte einer geraden Linie in zwei Hälften nach beiden Seiten aufgetragen und dadurch die Endpunkte der Grundlinie gebildet. Nun wird der Ausdruck von 10 Minuten geographischer Länge um 6 Minuten nördlicher gesucht und abermals in zwei gleichen Hälften aus demselben Punkte auf dieselbe Grundlinie nach beiden Seiten aufgetragen.

Auf diese beiden zuletzt gefundenen Punkte werden Senkrechte errichtet. Aus der Hülfstafel Nr. VI wird nun die Größe des gegebenen

Grades der Breite in Ruthen gesucht. Man findet sie in der Mitte des Grades bei 30 Minuten. Der zehnte Theil davon ist die Höhe eines Blattes in dieser Grad-Abtheilung, welche mit 25000 dividirt wird, wodurch man die Höhe des Blattes in dem angenommenen Maaße erhält. Mit solcher Höhe werden von den Endpunkten der Grundlinie die beiden Senkrechten abgeschnitten. Verbindet man die dadurch erhaltenen Punkte mittelst einer geraden Linie, welche die nördliche Begrenzung des Blattes ausmacht, so muß solche der gefundenen geographischen Länge, welche 6 Minuten der geographischen Breite nördlicher liegt, als die Grundlinie, und welche oben bereits gesucht wurde, gleich sein. Auf diese Art wird die Convergenz der Meridiane genau dargestellt, die Karte kann in's Unendliche fortgesetzt werden und die Projection erlaubt jede Reduction für den militairischen Gebrauch, ohne daß eine Abänderung derselben nöthig wäre. Die Blätter in gleichen geographischen Breiten haben eine gleiche Größe, dagegen sie sich bei zunehmender Breite um etwas verkleinern.

Anmerkung. Zum Auftragen der Randlinien der Blätter gehören gute Stangenzirkel; man kann jedoch auch die Einrichtung treffen, die vier Endpunkte der Blätter im Maaßstabe von $\frac{1}{25000}$ auf kupferne Platten zu tragen, von wo sie denn auf Papier durchgestochen werden.

§. 170. Das Auftragen der trigonometrischen Punkte geschieht in folgender Weise:

Von sämmtlichen Punkten ist Länge und Breite berechnet, woraus sich ergiebt, auf welche Grad-Abtheilung und auf welches Blatt derselben sie fallen; wie weit sie nach beiden Richtungen in das Blatt hineinreichen, kann in Minuten und Secunden der Breite und Länge ausgedrückt werden, wenn der südwestliche Endpunkt des Blattes in beiden Richtungen abgezogen wird.

Die Minuten und Secunden können aber nach der Hülfstafel Nr. VI in Ruthen verwandelt werden, wodurch sich also die Punkte nach dem Maaßstabe auftragen lassen. Um das Auftragen zu erleichtern, wird zuvor ein vollständiges Register der sämmtlichen Dreieckspunkte, welche in eine Grad-Abtheilung fallen, in umstehender Art angefertigt und dem ein alphabetisches Verzeichniß derselben angehängt.

Die Aufnehmer, welche auf das Feld gehen, erhalten ein Blatt, oder eine Anzahl Blätter mit, welche sie ausgefüllt abzuliefern haben. Diese Blätter haben ihren vorschriftsmäßigen Rand und die Dreieckspunkte sind eingetragen. Außerdem aber werden ihnen in Zahlen ausgedrückt die Randlinien des Blattes und die Abstände der Dreieckspunkte von denselben mitgegeben.

Name der Puncte.	Von der Ordnung.	Breite.	Länge.	liegt auf		Von den Puncten des Blattes wachsend.			ist berechnet in Heft No....	Bemerkungen.
				Band.	Blatt.	Abstand in der Breite.	Abstand in der Länge			
							unten.	oben.		

Anhang.

Hülfstafel No. I.

Verwandlung der Sinus in Bogen.

Log. sinus.	Differenz. log. Bogen in 10 Stellen.	Differenz	Log. sinus.	Differenz. log. Bogen in 10 Stellen.	Differenz.	Log. sinus.	Differenz. log. Bogen in 10 Stellen.	Differenz.
3,000	0,252	0,012	3,350	1,263	0,060	3,700	6,331	0,299
3,010	0,264	0,012	3,360	1,323	0,062	3,710	6,630	0,312
3,020	0,276	0,013	3,370	1,385	0,065	3,720	6,942	0,327
3,030	0,289	0,014	3,380	1,450	0,069	3,730	7,269	0,343
3,040	0,303	0,014	3,390	1,519	0,071	3,740	7,612	0,359
3,050	0,317	0,015	3,400	1,590	0,075	3,750	7,971	0,375
3,060	0,332	0,016	3,410	1,665	0,079	3,760	8,346	0,394
3,070	0,348	0,016	3,420	1,744	0,082	3,770	8,740	0,412
3,080	0,364	0,017	3,430	1,826	0,086	3,780	9,152	0,431
3,090	0,382	0,018	3,440	1,912	0,090	3,790	9,583	0,451
3,100	0,399	0,019	3,450	2,002	0,095	3,800	10,034	0,473
3,110	0,418	0,020	3,460	2,097	0,098	3,810	10,507	0,496
3,120	0,438	0,021	3,470	2,195	0,104	3,820	11,003	0,518
3,130	0,459	0,021	3,480	2,299	0,108	3,830	11,521	0,543
3,140	0,480	0,023	3,490	2,407	0,114	3,840	12,064	0,569
3,150	0,503	0,024	3,500	2,521	0,118	3,850	12,633	0,595
3,160	0,527	0,024	3,510	2,639	0,125	3,860	13,228	0,624
3,170	0,551	0,026	3,520	2,764	0,130	3,870	13,852	0,652
3,180	0,577	0,027	3,530	2,894	0,136	3,880	14,504	0,684
3,190	0,605	0,028	3,540	3,030	0,143	3,890	15,188	0,716
3,200	0,632	0,031	3,550	3,173	0,150	3,900	15,904	0,749
3,210	0,663	0,031	3,560	3,323	0,156	3,910	16,653	0,785
3,220	0,694	0,033	3,570	3,479	0,164	3,920	17,438	0,822
3,230	0,727	0,034	3,580	3,643	0,172	3,930	18,260	0,861
3,240	0,761	0,036	3,590	3,815	0,180	3,940	19,121	0,901
3,250	0,797	0,038	3,600	3,995	0,188	3,950	20,022	0,943
3,260	0,835	0,039	3,610	4,183	0,197	3,960	20,965	0,988
3,270	0,874	0,041	3,620	4,380	0,207	3,970	21,953	1,035
3,280	0,915	0,043	3,630	4,587	0,216	3,980	22,988	1,083
3,290	0,958	0,045	3,640	4,803	0,226	3,990	24,071	1,135
3,300	1,003	0,048	3,650	5,029	0,237	4,000	25,206	0,116
3,310	1,051	0,049	3,660	5,266	0,248	4,001	25,322	0,117
3,320	1,100	0,052	3,670	5,514	0,260	4,002	25,439	0,118
3,330	1,152	0,054	3,680	5,774	0,272	4,003	25,557	0,118
3,340	1,206	0,057	3,690	6,046	0,285	4,004	25,675	0,118
3,350	1,263		3,700	6,331		4,005	25,793	

Log. sinus.	Differenz. log. Bogen in 10 Stellen.	Differenz.	Log. sinus.	Differenz. log. Bogen in 10 Stellen.	Differenz.	Log. sinus.	Differenz. log. Bogen in 10 Stellen.	Differenz.
4,005	25,793	0,119	4,050	31,732	0,147	4,095	39,039	0,181
4,006	25.912	0,120	4,051	31,879	0,147	4,096	39,220	0,181
4,007	26,032	0,120	4,052	32,026	0,148	4,097	39,401	0,182
4,008	26,152	0,121	4,053	32,174	0,148	4,098	39,583	0,182
4,009	26,273	0,121	4,054	32,322	0,149	4,099	39,765	0,184
4,010	26,394	0,122	4,055	32,471	0,150	4,100	39,949	0,184
4,011	26,516	0,122	4,056	32,621	0,151	4,101	40,133	0,185
4,012	26,638	0,123	4,057	32,772	0,151	4,102	40,318	0,186
4,013	26,761	0,123	4,058	32,923	0,152	4 103	40,504	0,187
4,014	26,885	0,124	4,059	33,075	0,153	4,104	40,691	0,188
4,015	27,009	0,124	4,060	33,228	0,153	4,105	40,879	0,189
4,016	27,133	0,125	4,061	33,381	0,154	4,106	41,068	0,189
4,017	27,258	0,125	4,062	33,535	0,155	4,107	41,257	0,191
4,018	27,384	0,127	4,063	33,690	0,156	4,108	41,448	0,191
4,019	27,511	0,127	4,064	33,846	0,156	4,109	41,639	0,192
4,020	27,638	0,127	4,065	34,002	0,157	4,110	41,831	0,194
4,021	27,765	0,128	4,066	34.159	0,158	4,111	42,025	0,194
4,022	27,893	0,129	4,067	34,317	0,158	4,112	42,219	0,194
4,023	28,022	0,130	4,068	34,475	0,159	4,113	42,413	0,196
4,024	28,152	0,130	4,069	34,634	0,160	4,114	42,609	0,197
4,025	28,282	0,130	4,070	34,794	0,161	4,115	42,806	0,197
4,026	28,412	0,131	4,071	34,955	0,161	4,116	43,003	0,199
4,027	28,543	0,132	4,072	35,166	0,162	4,117	43,202	0,199
4,028	28,675	0,132	4,073	35,278	0,163	4,118	43,401	0,201
4,029	28,807	0,133	4,074	35,441	0,163	4,119	43.602	0,201
4,030	28,940	0,134	4,075	35,604	0,165	4,120	43,803	0,202
4,031	29,074	0,134	4,076	35,769	0,165	4,121	44,005	0,203
4,032	29,208	0,135	4,077	35,934	0,166	4,122	44,208	0,204
4,033	29,343	0,135	4,078	36,100	0,166	4,123	44,412	0,205
4,034	29,478	0,136	4,079	36,266	0,168	4,124	44,617	0,206
4,035	29,614	0,137	4,080	36,434	0,168	4,125	44,823	0,207
4,036	29,751	0,137	4,081	36,602	0,169	4,126	45,030	0,208
4,037	29,888	0,138	4,082	36,771	0,170	4,127	45,238	0,209
4,038	30,026	0,139	4,083	36,941	0,170	4,128	45,447	0,210
4,039	30,165	0,139	4,084	37,111	0,171	4,129	45,657	0,210
4,040	30,304	0,140	4 085	37,282	0,172	4,130	45,867	0,212
4,041	30.444	9,141	4,086	37,454	0,173	4,131	46,079	0,213
4,042	30,585	0,141	4,087	37,627	0,174	4,132	46,292	0,213
4,043	30,726	0,142	4,088	37,801	0,174	4,133	46,505	0,215
4,044	30,868	0,142	4,089	37,975	0,176	4.134	46,720	0,216
4,045	31,010	0,143	4,090	38,151	0,176	4,135	46,936	0,216
4,046	31,153	0,144	4,091	38,327	0,177	4,136	47,152	0,218
4,047	31,297	0,144	4,092	38,504	0,177	4,137	47,370	0,219
4,048	31,441	0,145	4,093	38,681	0,179	4,138	47,589	0,219
4,049	31,586	0,146	4,094	38,860	0,179	4.139	47,808	0,221
4,050	31,732		4,095	39,039		4,140	48,029	

Log. sinus.	Differenz. log. Bogen in 10 Stellen.	Differenz.	Log. sinus.	Differenz. log. Bogen in 10 Stellen.	Differenz.	Log. sinus.	Differenz. log. Bogen in 10 Stellen.	Differenz.
4,140	48,029	0,222	4,185	59,088	0,273	4,230	72,695	0,335
4,141	48,251	0,222	4,186	59,361	0,274	4,231	73,030	0,337
4,142	48,473	0,224	4,187	59,635	0,275	4,232	73,367	0,339
4,143	48,698	0,225	4,188	59,910	0,277	4,233	73,706	0,340
4,144	48,922	0,226	4,189	60,187	0,278	4,234	74,046	0,342
4,145	49,148	0,226	4,190	60,465	0,279	4,235	74,388	0,343
4,146	49,374	0,228	4,191	60,744	0,280	4,236	74,731	0,345
4,147	49,602	0,229	4,192	61,024	0,282	4,237	75,076	0,347
4,148	49,831	0,230	4,193	61,306	0,283	4,238	75,423	0,348
4,149	50,061	0,231	4,194	61,589	0,284	4,239	75,771	0,350
4,150	50,292	0,232	4,195	61,873	0,286	4,240	76,121	0,351
4,151	50,524	0,234	4,196	62,159	0,287	4,241	76,472	0,353
4,152	50,758	0,234	4,197	62,446	0,288	4,242	76,825	0,355
4,153	50,992	0,235	4,198	62,734	0,289	4,243	77,180	0,356
4,154	51,227	0,237	4,199	63,023	0,291	4,244	77,536	0,358
4,155	51,464	0,237	4,200	63,314	0,293	4,245	77,894	0,359
4,156	51,701	0,239	4,201	63,607	0,293	4,246	78,253	0,361
4,157	51,940	0,240	4,202	63,900	0,295	4,247	78,614	0,363
4,158	52,180	0,241	4,203	64,195	0,296	4,248	78,977	0,365
4,159	52,421	0,242	4,204	64,491	0,298	4,249	79,342	0,366
4,160	52,663	0,243	4,205	64,789	0,299	4,250	79,708	0,368
4,161	52,906	0,244	4,206	65,088	0,301	4,251	80,076	0,369
4,162	53,150	0,245	4,207	65,389	0,301	4,252	80,445	0,372
4,163	53,395	0,247	4,208	65,690	0,304	4,253	80,817	0,373
4,164	53,642	0,247	4,209	65,994	0,304	4,254	80,190	0,375
4,165	53,889	0,249	4,210	66,298	0,306	4,255	81,565	0,376
4,166	54,138	0,250	4,211	66,604	0,308	4,256	81,941	0,378
4,167	54,388	0,251	4,212	66,912	0,309	4,257	82,319	0,380
4,168	54,639	0,252	4,213	67,221	0,310	4,258	82,699	0,382
4,169	54,891	0,254	4,214	67,531	0,312	4,259	83,081	0,384
4,170	55,145	0,254	4,215	67,843	0,313	4,260	83,465	0,385
4,171	55,399	0,256	4,216	68,156	0,314	4,261	83,850	0,387
4,172	55,655	0,257	4,217	68,470	0,316	4,262	84,237	0,389
4,173	35,912	0,258	4,218	68,786	0,318	4,263	84,626	0,390
4,174	56,170	0,259	4,219	69,104	0,319	4,264	85,016	0,393
4,175	56,429	0,260	4,220	69,423	0,320	4,265	85,409	0,394
4,176	56,689	0,261	4,221	69,743	0,322	4,266	85,803	0,396
4,177	56,950	0,264	4,222	70,065	0,324	4,267	86,199	0,398
4,178	57,214	0,264	4,223	70,389	0,325	4,268	86,597	0,400
4,179	57,478	0,265	4,224	70,714	0,326	4,269	86,997	0,401
4,180	57,743	0,267	4,225	71,040	0,328	4,270	87,398	0,404
4,181	58,010	0,268	4,226	71,368	0,329	4,271	87,802	0,405
4,182	58,278	0,269	4,227	71,697	0,331	4,272	88,207	0,407
4,183	58,547	0,270	4,228	72,028	0,333	4,273	88,614	0,409
4,184	58,817	0,271	4,229	72,361	0,334	4,274	89,023	0,411
4,185	59,088		4,230	72,695		4,275	89,434	

Log. sinus.	Differenz. log. Bogen in 10 Stellen.	Differenz.	Log. sinus.	Differenz. log. Bogen in 10 Stellen.	Differenz.	Log. sinus.	Differenz. log. Bogen in 10 Stellen.	Differenz.
4,275	89,434	0,413	4,320	110,028	0,500	4,365	135,364	0,625
4,276	89,847	0,414	4,321	110,536	0,518	4,366	135,989	0,627
4,277	90,261	0,417	4,322	111,046	0,512	4,367	136,616	0,631
4,278	90,678	0,419	4,323	111,558	0,515	4,368	137,247	0,633
4,279	91,097	0,420	4,324	112,073	0,518	4,369	137,880	0,637
4,280	91,517	0,423	4,325	112,591	0,519	4,370	138,517	0,639
4,281	91,940	0,424	4,326	113,110	0,522	4,371	139,156	0,642
4,282	92,364	0,426	4,327	113,632	0,525	4,372	139,798	0,646
4,283	92,790	0,429	4,328	114,157	0,527	4,373	140,444	0,648
4,284	93,219	0,430	4,329	114,684	0,529	4,374	141,092	0,651
4,285	93,649	0,432	4,330	115,213	0,532	4,375	141,743	0,655
4,286	94,081	0,434	4,331	115,745	0,534	4,376	142,398	0,657
4,287	94,515	0,437	4,332	116,279	0,537	4,377	143,055	0,660
4,288	94,952	0,438	4,333	116,816	0,539	4,378	143,715	0,663
4,289	95,390	0,440	4,334	117,355	0,541	4,379	144,378	0,667
4,290	95,830	0,443	4,335	117,897	0,544	4,380	145,045	0,669
4,291	96,273	0,444	4,336	118,441	0,547	4,381	145,714	0,673
4,292	96,717	0,446	4,337	118,988	0,549	4,382	146,387	0,676
4,293	97,163	0,449	4,338	119,537	0,552	4,383	147,063	0,679
4,294	97,612	0,450	4,339	120,089	0,554	4,384	147,742	0,681
4,295	98,062	0,453	4,340	120,643	0,557	4,385	148,423	0,686
4,296	98,515	0,455	4,341	121,200	0,559	4,386	149,109	0,688
4,297	98,970	0,457	4,342	121,759	0,562	4,387	149,797	0,691
4,298	99,427	0,458	4,343	122,321	0,565	4,388	150,488	0,695
4,299	99,885	0,462	4,344	122,886	0,567	4,389	151,183	0,698
4,300	100,347	0,463	4,345	123,453	0,570	4,390	151,881	0,701
4,301	100,810	0,465	4,346	124,023	0,572	4,391	152,582	0,704
4,302	101,275	0,468	4,347	124,595	0,575	4,392	153,286	0,708
4,303	101,743	0,469	4,348	125,170	0,578	4,393	153,994	0,710
4,304	102,212	0,472	4,349	125,748	0,581	4,394	154,704	0,714
4,305	102,684	0,474	4,350	126,329	0,583	4,395	155,418	0,718
4,306	103,158	0,476	4,351	126,912	0,586	4,396	156,136	0,721
4,307	103,634	0,478	4,352	127,498	0,588	4,397	156,857	0,724
4,308	104,112	0,481	4,353	128,086	0,591	4,398	157,581	0,727
4,309	104,593	0,483	4,354	128,677	0,594	4,399	158,308	0,730
4,310	105,076	0,485	4,355	129,271	0,597	4,400	159,038	0,735
4,311	105,561	0,487	4,356	129,868	0,600	4,401	159,773	0,737
4,312	106,048	0,490	4,357	130,468	0,602	4,402	160,510	0,741
4,313	106,538	0,491	4,358	131,070	0,605	4,403	161,251	0,744
4,314	107,029	0,494	4,359	131,675	0,608	4,404	161,995	0,748
4,315	107,523	0,496	4,360	132,283	0,610	4,405	162,743	0,751
4,316	108,019	0,499	4,361	132,893	0,613	4,406	163,494	0,755
4,317	108,518	0,501	4,362	133,506	0,617	4,407	164,249	0,758
4,318	109,019	0,503	4,363	134,123	0,619	4,408	165,007	0,762
4,319	109,522	0,506	4,364	134,742	0,622	4,409	165,769	0,765
4,320	110,028		4,365	135,364		4,410	166,534	

Log. sinus.	Differenz. log. Bogen in 10 Stellen.	Differenz.	Log. sinus.	Differenz. log. Bogen in 10 Stellen.	Differenz.	Log. sinus.	Differenz. log. Bogen in 10 Stellen.	Differenz.
4,410	166,534	0,769	4,440	191,207	0,882	4,470	219,534	1,014
4,411	167,303	0,772	4,441	192,089	0,887	4,471	220,548	1,018
4,412	168,075	0,775	4,442	192,976	0,891	4,472	221,566	1,022
4,413	168,850	0,780	4,443	193,867	0,895	4,473	222,588	1,028
4,414	169,630	0,783	4,444	194 761	0,899	4,474	223,616	1,032
4,415	170,413	0,787	4,445	195,660	0,903	4,475	224,648	1,037
4,416	171,200	0,790	4,446	196,563	0,908	4,476	225,685	1,042
4,417	171,990	0,794	4,447	197,471	0,911	4,477	226,727	1,046
4,418	172,784	0,797	4,448	198,382	0,916	4,478	227,773	1,052
4,419	173,581	0,802	4,449	199,298	0,920	4,479	228,825	1,056
4,420	174,383	0,804	4,450	200,[illegible]18	0,924	4,480	229,881	1,061
4,421	175,1[illegible]7	0,809	4,451	201,142	0,928	4,481	230,942	1,066
4,422	175 996	0,812	4,452	202,070	0,933	4,482	232,008	1,071
4,423	176,808	0,817	4,453	203,003	0,937	4,483	233,079	1,075
4,424	177,625	0,819	4,454	203,940	0,941	4,484	234,154	1,081
4,425	178,444	0,824	4,4[illegible]5	204,881	0,946	4,485	235 235	1,086
4 426	179,268	0,827	4,456	205,847	0,951	4,486	236,321	1,091
4 427	180,095	0,832	4,457	206,778	0,954	4,487	237,412	1,096
4,428	180,[illegible]27	0,835	4,458	207,732	0,958	4,488	238,508	1,101
4,429	181,762	0,839	4,459	208,690	0,964	4,489	239 609	1,106
4,430	182,601	0,843	4,460	209,654	0,968	4,490	240,715	1,111
4,431	183,444	0,846	4,461	210,624	0,972	4,491	241,826	1,116
4,432	184,290	0,851	4,462	211,594	0,976	4,492	242 942	1,121
4,433	185,141	0,855	4,463	212,570	0,981	4,493	244,063	1,127
4,434	185,996	0,858	4,464	213,551	0,986	4,494	245,190	1,132
4,435	186 854	0,863	4,465	214,537	0,990	4,495	246,322	1,137
4,436	187,717	0,866	4,466	215,527	0,995	4,496	247,459	1,142
4,437	188,583	0,871	4,467	216,522	1,000	4,497	248 601	1,147
4,438	189,454	0,874	4,468	217,522	1,004	4,498	249,748	1,153
4,439	190,328	0,879	4,469	218,526	1,008	4,499	250,901	1,159
4,440	191,207		4,470	219,534		4,500	252,060	

Die Differenz zwischen Tangente und Sinus ist $= 3.\ \log.\left(\frac{A}{\sin.\ A}\right)$ z. B. für log. sin. A = 4,4990000 gibt die Tafel:

$$\log.\left(\frac{A}{\sin.\ A}\right) = 0{,}0000250.9 \text{ also } 3.\ \log.\left(\frac{A}{\sin.\ A}\right) = 0{,}0000752.7$$

$$\log.\ \sin.\ A = 4{,}4990000.0$$

$$\log.\ \tang.\ A = 4{,}4990752.7$$

Ferner ist log. cos. A = log. sin. A — log. tang. A.

$$\log.\ \sin.\ A = 4{,}4990000$$

$$\log.\ \tang.\ A = 4{,}4990752.7$$

$$\log.\ \cos.\ A = 9{,}9999247.3$$

Anmerkung. Die Tafel weiter fortzusetzen, würde zu Unrichtigkeiten führen, da für lange Bogen, wegen der Differenzen der Meridiansradien und der Normalen auch die Differenzen zwischen Sinus und Bogen schon bedeutend verschieden sind, wenn der zu verwandelnde Bogen in den Perpendikel oder Meridian fällt. Es ist daher für Bogen, die über einen Grad betragen, die Verwandlung mittelst nachfolgender Tabelle zu vollführen,

Tabelle

zur Verwandlung der Sinus in Bogen, wenn sie über einen Grad betragen.

Es ist für einen Bogen:

perpendikulair auf dem Meridian $\log.\left(\frac{A}{\sin. A}\right) = \log. x = -\frac{K}{6}\left(\frac{\pi}{180\ P}\right)^2 + 2\log. A$

für einen Bogen im Meridian .... $\log. x = -\frac{K}{6}\left(\frac{\pi}{180\ M}\right)^2 + 2\log\ A$

Breite.	Logarithmen von $-\frac{K}{6}\cdot\left(\frac{\pi}{180\ P}\right)^2$	Differenz.	Logarithmen von $-\frac{K}{6}\left(\frac{\pi}{180\ M}\right)^2$	Differenz.
46°	— 6,4007750,1	976	— 6,4034882,1	2932
48°	— 6,4006774,1	970	— 6,4031950,1	2910
50°	— 6,4005804,1	960	— 6,4029040,1	2878
52°	— 6,4004844,1	942	— 6,4026162,1	2826
54°	— 6,4003902,1	920	— 6,4023336,1	2764
56°	— 6,4002982,1	896	— 6,4020572,1	2690
58°	— 6,4002086,1	866	— 6,4017882,1	2594
60°	— 6,4001220,1		— 6,4015288,1	

Beispiel:

Es soll log. sin. A = 4,890.....in den Bogen verwandelt werden:

1) Wenn der Bogen zwischen 45° und 47° Breite liegt und perpendiculair auf dem Meridian steht, so ist:

$$\log.\ A^2 = 9{,}780.....$$
$$-\log.\ \frac{K}{6}\left(\frac{\pi}{180\ P}\right)^2 = 6{,}4007750{,}1$$
$$-\ 6{,}1807750{,}1 = 0{,}0001516{,}2$$
$$\log.\ A = 4{,}890.....$$
$$4{,}8901516{,}2 = \log.\ \text{Bogen A.}$$

2) Wenn der Bogen desselben Sinus im Meridian liegt:

$$\log.\ A^2 = 9{,}780.....$$
$$-\log.\ \frac{K}{6}\left(\frac{\pi}{180\ M}\right)^2 = 6{,}4034882{,}1$$
$$= 6{,}1834882{,}1 = 0{,}0001525{,}7$$
$$\log.\ A = 4{,}890.....$$
$$4{,}8901525{,}7 = \log.\ \text{Bogen A}'.$$

Anmerkung: K drückt die Verwandlungszahl der hyperbolischen in die gemeinen Logarithmen aus, und ist in den Callet'schen Tafeln pag. 50 zu finden.

	Hülfstafel No. II.		Hülfstafel No. III.		Hülfstafel No. IV.		Hülfstafel No. V.	
	Log. $\frac{1}{2r^2 \sin. 1''}$ in preußischen Ruthen. Argument=Breite.		Complement der Logarithmen r. sin. 1″ in preuß. Ruthen. Argum.=Breite.		Complement der Logarithmen r. sin. 1″ in preuß. Ruthen Argum.=Breite.		$\frac{1 + e^2. \cos.^2 \varphi}{\sin. 1''}$ Argum.=Breite.	
Breite.	Logarithmen.	Differenz von 1°	Compl. der Logarithmen.	Differenz von 1′	Compl. der Logarithmen.	Differenz von 1′	Logarithmen.	Differenz von 1′
45°	2,5559918	9	9,0864262	12,25	9,0850207	4,08	5,315821	0,81
46°	2,55590	10	9,0863527	12,22	9,0849961	4,07	5,315773	0,81
47°	2,55580	10	9,0862794	12,22	9,0849717	4,07	5,315724	0,81
48°	2,55570	10	9,0862061	12,15	9,0849473	4,05	5,315676	0,80
49°	2,55560	9	9,0861332	12,10	9,0849230	4,03	5,315627	0,80
50°	2,55551	10	9,0860606	12,03	9,0848988	4,02	5,315579	0,80
51°	2,55541	10	9,0859884	11,95	9,0848747	3,98	5,315531	0,78
52°	2 55531	9	9,0859167	11,83	9,0848508	3,93	5,315484	0,78
53°	2,55522	9	9,0858457	11,72	9,0848272	3,90	5,315437	0,77
54°	2,55513	10	9,0857754	11,58	9,0848051	3,87	5,315390	0,77
55°	2,55503	9	9,0857059	11,45	9,0847806	3,81	5,315344	0,76
56°	2,55494	9	9,0856372	11,27	9,0847577	3,77	5,315299	0,75
57°	2,55485	9	9,0855697	11,15	9,0847351	3,70	5 315254	0,73
58°	2,55476	9	9,0855027	10,91	9,0847129	3,64	5,315210	0,72
59°	2,55467	8	9,0854373	10,59	9,0846910	3,58	5,315166	0,71
60°	2,55459		9,0853730		9,0846696		5,315124	

Hülfstafel No. VI.

Grade der Breite.	Correspondirender Grad der Länge in preußischen Ruthen.	0° 10′ der Länge in preußischen Ruthen.	Differenz in preußischen Ruthen von		Der wachsende Breitengrad in preußischen Ruthen.	Wachsend 0° 6′ der Breite in preußischen Ruthen.	Differenz in preußischen Ruthen von		Grade der Breite.
			1 Minute.	1 Secunde.			1 Minute.	1 Secunde.	
45° 0′	20929,88	3488,313	348,8313	5,8147		0,000			45° 0′
6′		3482,238	348,2238	5,8037		2950,393	491,7321	8,1955	6′
12′		3476,153	347,6153	5,7935		5900,836	491,7405	8,1956	12′
18′		3470,057	347,0057	5,7834		8851,329	491,7488	8,1958	18′
24′		3463,951	346,3951	5,7732	29506,18	11801,872	491,7571	8,1959	24′
30′		3457,836	345,7836	5,7630		14752,465	491,7655	8,1960	30′
36′		3451,709	345,1709	5,7528		17703,108	491,7738	8,1962	36′
42′		3445,571	344,5571	5,7426		20653,801	491,7821	8,1963	42′
48′		3439,423	343,9423	5,7324		23604,544	491,7905	8,1965	48′
54′		3433,264	343,3264	5,7221		26555,337	491,7988	8,1966	54′
46° 0′	20562,56	3427,095	342,7095	5,7118		29506,180	491,8021	8,1967	46° 0′
6′		3420,918	342,0918	5,7015		2950,893	491,8155	8,1969	6′
12′		3414,726	341,4726	5,6912		5901,836	491,8238	8,1970	12′
18′		3408,530	340,8530	5,6809		8852,828	491,8320	8,1972	18′
24′		3402,320	340,2320	5,6705	29511,16	11803,871	491,8405	8,1973	24′
30′		3396,091	339,6091	5,6601		14754,963	491,8486	8,1975	30′
36′		3389,858	338,9858	5,6498		17706,105	491,8570	8,1976	36′
42′		3383,612	338,3612	5,6393		20657,296	491,8650	8,1977	42′
48′		3377,358	337,7358	5,6289		23608,536	491,8734	8,1978	48′
54′		3371,093	337,1093	5,6185		26559,8[illegible]8	491,8820	8,1980	54′

47° 0′	20188,96	3364,826	336,4826	5,6080		29511,167	491,8898	8,1981	47° 0′
6′		3358,543	335,8543	5,5976		2951,390	491,8983	8,1983	6′
12′		3352,249	335,2249	5,5871		5902,831	491,9068	8,1984	12′
18′		3345,944	334,5944	5,5766		8854,321	491,9150	8,1986	18′
24′		3339,630	333,9630	5,5660	29516,14	11805,861	491,9233	8,1987	24′
30′		3333,304	333,3304	5,5555		14757,451	491,9316	8,1988	30′
36′		3326,969	332,6969	5,5449		17709,091	491,9400	8,1990	36′
42′		3320,626	332,0626	5,5344		20660,780	491,9481	8,1991	42′
48′		3314,273	331,4273	5,5238		23612,520	491,9566	8,1993	48′
54′		3307,910	330,7910	5,5132		26564,309	491,9648	8,1994	54′
48° 0′	19809,15	3301,525	330,1525	5,5025		29516,148	491,9731	8,1995	48° 0′
6′		3295,142	329,5142	5,4919		2951,888	491,9814	8,1997	6′
12′		3288,748	328,8748	5,4812		5903,826	491,9896	8,1998	12′
18′		3282,344	328,2344	5,4706		8855,814	491,9980	8,1999	18′
24′		3275,930	327,5930	5,4599		11807,852	492,0063	8,2001	24′
30′		3269,506	326,9506	5,4492	29521,11	14759,940	492,0146	8,2002	30′
36′		3263,070	326,3070	5,4384		17712,076	492,0226	8,2003	36′
42′		3256,623	325,6623	5,4277		20664,261	492,0308	8,2005	42′
48′		3350,170	325,0170	5,4169		23616,496	492,0391	8,2006	48′
54′		3243,701	324,3701	5,4062		26568,780	492,0473	8,2008	54′
49° 0′	19423,27	3237,211	323,7211	5,3954		29521,114	492,0556	8,2009	49° 0′
6′		3230,724	323,0724	5,3845		2952,385	492,0641	8,2011	6′
12′		3224,228	322,4228	5,3737		5904,819	492,0723	8,2012	12′
18′		3217,721	321,7721	5,3629		8857,302	492,0805	8,2013	18′
24′		3211,205	321,1205	5,3520	29526,06	11809,835	492,0888	8,2014	24′
30′		3204,679	320,4679	5,3411		14762,417	492,0970	8,2016	30′
36′		3198,146	319,8146	5,3302		17715,049	492,1053	8,2017	36′
42′		3191,600	319,1600	5,3194		20667,730	492,1135	8,2019	42′
48′		3185,043	318,5043	5,3084		23620,460	492,1216	8,2020	48′
54′		3178,477	317,8477	5,2975		26573,240	492,1300	8,2022	54′
50° 0′	19031,41	3171,901	317,1901	5,2865		29526,069	492,1381	8,2023	50° 0′

Grade der Breite.	Correspondirender Grad der Länge in preußischen Ruthen.	0° 10' der Länge in preußischen Ruthen.	Differenz in preußischen Ruthen von 1 Minute.	Differenz in preußischen Ruthen von 1 Secunde.	Der wachsende Breitengrad in preußischen Ruthen.	Wachsend 0° 6' der Breite in preußischen Ruthen.	Differenz in preußischen Ruthen von 1 Minute.	Differenz in preußischen Ruthen von 1 Secunde.	Grade der Breite.
50° 0'	19031,41	3171,901	317,1901	5,2865	29530,99	29526,069	492,1381	8,2023	50° 0'
6'		3165,318	316,5318	5,2755		2952,877	492,1461	8,2024	6'
12'		3158,724	315,8724	5,2645		5905,803	492,1543	8,2025	12'
18'		3152,170	315,2170	5,2536		8858,773	492,1616	8,2027	18'
24'		3145,506	314,5506	5,2425		11811,798	492,1708	8,2028	24'
30'		3138,884	313,8884	5,2315		14764,873	492,1791	8,2030	30'
36'		3132,250	313,2250	5,2204		17717,997	492,1873	8,2031	36'
42'		3125,606	312,5606	5,2093		20671,171	492,1956	8,2033	42'
48'		3118,953	311,8953	5,1982		23624,394	492,2038	8,2034	48'
54'		3112,292	311,2292	5,1871		26577,667	492,2121	8,2035	54'
51° 0'	18633,71	3105,618	310,5618	5,1760	29535,87	29530,989	492,2203	8,2037	51° 0'
6'		3098,938	309,8938	5,1649		2953,368	492,2280	8,2038	6'
12'		3092,248	309,2248	5,1537		5906,784	492,2360	8,2039	12'
18'		3085,548	308,5548	5,1426		8860,249	492,2441	8,2041	18'
24'		3078,838	307,8838	5,1314		11813,763	492,2523	8,2042	24'
30'		3072,118	307,2118	5,1202		14767,326	492,2605	8,2043	30'
36'		3065,389	306,5389	5,1090		17720,938	492,2686	8,2045	36'
42'		3058,650	305,8650	5,0977		20674,598	492,2766	8,2046	42'
48'		3051,902	305,1902	5,0865		23628,307	492,2848	8,2047	48'
54'		3045,144	304,5144	5,0752		26582,065	492,2930	8,2049	54'

52° 0′	18230,28	3038,380	303,8380	5,0640		29535,872	492,3011	8,2050	52° 0′
6′		3031,610	303,1610	5,0527		2953,855	492,3091	8,2051	6′
12′		3024,820	302,4820	5,0414		5907,758	492,3171	8,2053	12′
18′		3018,026	301,8026	5,0300		8861,710	492,3253	8,2054	18′
24′		3011,220	301,1220	5,0187		11815,710	492,3333	8,2055	24′
30′		3004,403	300,4403	5,0073	29540,73	14769,759	492,3415	8,2057	30′
36′		2997,583	299,7583	4,9960		17723,857	492,3496	8,2058	36′
42′		2990,754	299,0754	4,9846		20678,003	492,3576	8,2059	42′
48′		2983,915	298,3915	4,9732		23632,198	492,3658	8,2061	48′
54′		2977,066	297,7066	4,9618		26586,441	492,3738	8,2062	54′
53° 0′	17821,25	2970,208	297,0208	4,9500		29540,733	492,3820	8,2063	53° 0′
6′		2963,338	296,3338	4,9339		2954,338	492,3896	8,2064	6′
12′		2956,462	295,6462	4,9274		5908,724	492,3976	8,2066	12′
18′		2949,576	294,9576	4,9160		8863,158	492,4056	8,2068	18′
24′		2942,681	294,2681	4,9045		11817,640	492,4136	8,2069	24′
30′		2935,778	293,5778	4,8930	29545,53	14772,170	492,4216	8,2070	30′
36′		2928,864	292,8864	4,8814		17726,748	492,4296	8,2072	36′
42′		2921,942	292,1942	4,8699		20681,374	492,4376	8,2073	42′
48′		2915,011	291,5011	4,8583		23636,048	492,4456	8,2074	48′
54′		2908,071	290,8071	4,8468		26590,770	492,4536	8,2075	54′
54° 0′	17406,73	2901,121	290,1121	4,8352		29545,540	492,4616	8,2076	54° 0′
6′		2894,163	289,4163	4,8236		2954,816	492,4693	8,2078	6′
12′		2887,198	288,7198	4,8120		5909,679	492,4771	8,2080	12′
18′		2880,222	288,0222	4,8004		8864,590	492,4851	8,2081	18′
24′		2873,237	287,3237	4,7887		11819,548	492,4930	8,2082	24′
30′		2866,243	286,6243	4,7771	29550,29	14774,554	492,5010	8,2083	30′
36′		2859,239	285,9239	4,7654		17729,608	492,5090	8,2085	36′
42′		2852,226	285,2226	4,7537		20684,709	492,5168	8,2086	42′
48′		2845,204	284,5204	4,7420		23639,858	492,5248	8,2087	48′
54′		2838,173	283,8173	4,7303		26595,054	492,5326	8,2089	54′
55° 0′	16986,86	2831,143	283,1143	4,7186		29550,298	492,5406	8,2090	55° 0′

Grade der Breite.	Correspondirender Grad der Länge in preußischen Ruthen.	0° 10′ der Länge in preußischen Ruthen.	Differenz in preußischen Ruthen von		Der wachsende Breitengrad in preußischen Ruthen.	Wachsend 0°6′ der Breite in preußischen Ruthen.	Differenz in preußischen Ruthen von		Grade der Breite.
			1 Minute.	1 Secunde.			1 Minute.	1 Secunde.	
55° 0′	16986,86	2831,143	283,1143	4,7186		29550,298	492,5406	8,2090	55° 0′
6′		2824,098	282,4098	4,7068		2955,288	492,5480	8,2091	6′
12′		2817,045	281,7045	4,6950		5910,623	492,5558	8,2093	12′
18′		2809,974	280,9974	4,6833		8866,005	492,5636	8,2094	18′
24′		2802,905	280,2905	4,6715		11821,434	492,5715	8,2095	24′
30′		2795,832	279,5832	4,6597	29554,99	14776,910	492,5793	8,2096	30′
36′		2788,742	278,8742	4,6479		17732,433	492,5871	8,2098	36′
42′		2781,644	278,1644	4,6361		20688,003	492,5950	8,2099	42
48′		2774,538	277,4538	4,6242		23643,620	492,6028	8,2100	48′
54′		2767,424	276,7424	4,6124		26599,284	492,6106	8,2101	54′
56° 0′	16561,75	2760,291	276,0291	4,6005		29554,995	492,6185	8,2103	56° 0′
6′		2753,158	275,3158	4,5886		2955,755	492,6258	8,2104	6′
12′		2746,017	274,6017	4,5767		5911,556	492,6335	8,2105	12′
18′		2738,868	273,8868	4,5648		8867,403	492,6411	8,2106	18′
24′		2731,711	273,1711	4,5528		11823,297	492,6490	8,2108	24′
30′		2724,546	272,4546	4,5409	29559,63	14779,237	492,6566	8,2109	30′
36′		2717,371	271,7371	4,5289		17735,224	492,6645	8,2110	36′
42′		2710,188	271,0188	4,5167		20691,257	492,6721	8,2112	42′
48′		2702,997	270,2997	4,5050		23647,336	492,6798	8,2113	48′
54′		2695,798	269,5798	4,4930		26603,462	492,6876	8,2114	54′

57° 0′	16131,54	2688,590	268,8590	4,4810		29559,634	492,6953	8,2116	57° 0′
6′		2681,373	268,1373	4,4689		2956,216	492,7026	8,2117	6′
12′		2674,148	267,4148	4,4569		5912,477	492,7101	8,2118	12′
18′		2666,915	266,6915	4,4448		8868,784	492,7178	8 2119	18′
24′		2659,674	265,9674	4,4328	29564,21	11825,137	492,7255	8,2120	24′
30′		2652,425	265,2425	4,4207		14718,536	492,7331	8,2122	30′
36′		2645,168	264,5168	4,4086		17737,981	492,7408	8,2123	36′
42′		2637,903	263,7903	4,3965		20694,471	492,7483	8,2124	42′
48′		2630,630	263,0630	4,3844		23651,007	492,7560	8,2126	48′
54′		2623,349	262,3349	4,3722		26607,589	492,7636	8,2127	54′
58° 0′	15696,36	2616,060	261.6060	4,3601		29564,217	492,7713	8,2128	58° 0′
6′		2608,762	260,8762	4,3479		2956,670	492,7783	8,2129	6′
12′		2601,456	260,1456	4,3358		5913,385	492,7858	8,2131	12′
18′		2594,142	259,4142	4,3236		8870,145	492,7933	8,2132	18′
24′		2586,821	258,6821	4,3114	29568,71	11826,950	492,8008	8,2133	24′
30′		2579,492	257,9492	4,2991		14783,800	492,8083	8,2134	30′
36′		2572.154	257,2154	4,2869		17740,694	492,8156	8,2136	36′
42′		2564,808	256,4808	4,2747		20697,633	492,8231	8,2137	42′
48′		2557,455	255,7455	4,2624		23654,617	492,8306	8,2138	48′
54′		2550.093	255,0093	4,2501		26611,646	492,8381	8,2139	54′
59° 0′	15256,35	2542,725	254,2725	4,2379		29568,720	492,8456	8,2140	59° 0′
6′		2535,348	253,5348	4,2256		2957,115	492,8525	8,2142	6′
12′		2527,964	252,7964	4,2133		5914,274	492,8598	8,2143	12′
18′		2520,572	252,0572	4,2009		8871,477	492,8671	8,2144	18′
24′		2513,172	251,3172	4,1886	29573,12	11828,724	492,8745	8 2145	24′
30′		2505,764	250,5764	4,1763		14786,015	492,8818	8,2146	30′
36′		2498,347	249,8347	4,1639		17743,350	492,8891	8,2148	36′
42′		2490,923	249,0923	4,1515		20700,729	492,8965	8,2149	42′
48′		2483,491	248,3491	4,1391		23658,152	492 9038	8,2150	48′
54′		2476,051	247,6051	4,1267		26615,619	492,9111	8,2151	54′
60° 0′	14811,62	2468,603	246,8603	4,1143		29573,130	492,9185	8,2153	60° 0′

Hülfstafel No. VII.

Grade der Breite.	Band.	Größe des Blatts in preußischen Ruthen: in der Richtung der geograph. Länge.	in der Richtung der geograph. Breite.	Grade der Breite.	Band.	Größe des Blatts in preußischen Ruthen: in der Richtung der geograph. Länge.	in der Richtung der geograph. Breite
45° 0′	I	0,13957		49° 0′	I	0,12948	
6′	II	0,13928		6′	II	0,12922	
12′	III	0,13904		12′	III	0,12896	
18′	IV	0,13880		18′	IV	0,12870	
24′	V	0,13855		24′	V	0,12844	
30′	VI	0,13831	0,118024	30′	VI	0,12818	0,118101
36′	VII	0,13806		36′	VII	0,12792	
42′	VIII	0,13782		42′	VIII	0,12766	
48′	IX	0,13757		48′	IX	0,12740	
54′	X	0,13733		54′	X	0,12713	
46° 0′	I	0,13708		50° 0′	I	0,12687	
6′	II	0,13683		6′	II	0,12661	
12′	III	0,13658		12′	III	0,12634	
18′	IV	0,13634		18′	IV	0,12608	
24′	V	0,13609		24′	V	0,12582	
30′	VI	0,13584	0,118044	30′	VI	0,12555	0,118123
36′	VII	0,13559		36′	VII	0,12529	
42′	VIII	0,13534		42′	VIII	0,12502	
48	IX	0,13509		48′	IX	0,12475	
54′	X	0,13484		54′	X	0,12449	
47° 0′	I	0,13459		51° 0′	I	0,12422	
6′	II	0,13434		6′	II	0,12395	
12′	III	0,13408		12′	III	0,12368	
18′	IV	0,13383		18′	IV	0,12342	
24′	V	0,13358		24′	V	0,12315	
30′	VI	0,13333	0,118064	30′	VI	0,12288	0,118143
36′	VII	0,13307		36′	VII	0,12261	
42′	VIII	0,13282		42′	VIII	0,12234	
48′	IX	0,13257		48′	IX	0,12207	
54′	X	0,13231		54′	X	0,12180	
48° 0′	I	0,13206		52° 0′	I	0,12153	
6′	II	0,13180		6′	II	0,12126	
12′	III	0,13154		12′	III	0,12099	
18′	IV	0,13129		18′	IV	0,12072	
24′	V	0,13103		24′	V	0,12044	
30′	VI	0,13078	0,118084	30′	VI	0,12017	0,118162
36′	VII	0,13052		36′	VII	0,11990	
42′	VIII	0,13026		42′	VIII	0,11963	
48′	IX	0,13000		48′	XI	0,11935	
54′	X	0,12974		54′	X	0,11908	
49° 0′		0,12948		53° 0′		0,11880	

Grade der Breite.	Band.	Größe des Blatts in preußischen Ruthen.	
		in der Richtung der geograph. Länge.	in der Richtung der geograph. Breite.
53° 0′	I	0,11880	
6′	II	0,11853	
12′	III	0,11825	
18′	IV	0,11798	
24′	V	0,11770	
30′	VI	0,11743	0,118182
36′	VII	0,11714	
42′	VIII	0,11687	
48′	IX	0,11660	
54′	X	0,11632	
54° 0′	I	0,11604	
6′	II	0,11576	
12′	III	0,11548	
18′	IV	0,11520	
24′	V	0,11492	
30′	VI	0,11464	0,118201
36′	VII	0,11436	
42′	VIII	0,11408	
48′	IX	0,11380	
54′	X	0,11352	
55° 0′	I	0,11324	
6′	II	0,11296	
12′	III	0,11268	
18,	IV	0,11239	
24,	V	0,11211	
30,	VI	0,11183	0,118219
36′	VII	0,11149	
42′	VIII	0,11126	
48′	IX	0,11098	
54′	X	0,11069	
56° 0′	I	0,11041	
6′	II	0,11012	
12′	III	0,10984	
18′	IV	0,10955	
24′	V	0,10926	
30′	VI	0 10898	0,118238
36′	VII	0,10869	
42′	VIII	0,10840	
48′	IX	0,10811	
54′	X	0,10783	
57° 0′		0,10754	

Grade der Breite.	Band.	Größe des Blatts in preußischen Ruthen.	
		in der Richtung der geograph. Länge.	in der Richtung der geograph. Breite.
57° 0′	I	0,10754	
6′	II	0,10725	
12′	III	0,10696	
18′	IV	0,10667	
24′	V	0,10638	
30′	VI	0,10609	0.118256
36′	VII	0,10580	
42′	VIII	0,10551	
48′	IX	0,10522	
54′	X	0,10493	
58° 0′	I	0,10464	
6′	II	0,10435	
12′	III	0,10405	
18′	VI	0,10376	
24′	V	0,10347	
30′	VI	0,10317	0,118274
36′	VII	0,10288	
42′	VIII	0,10259	
48′	IX	0,10229	
54′	X	0,10200	
59° 0′	I	0,10170	
6′	II	0,10141	
12′	III	0,10111	
18′	IV	0,10082	
24′	V	0,10052	
30′	VI	0,10023	0,118292
36′	VII	0,09993	
42′	VIII	0,09963	
48′	IX	0,09933	
54′	X	0,09904	
60° 0′		0,09874	

Hülfstafel No. VIII.

Radien des Erd-Ellipsoids für den Halbmesser des Aequators = 1, oder = 1693183,15 preußische Ruthen und Abplattung $\frac{1}{310}$.

Breite.	Logarithmen der Normale an der Axe d. Rotation.	Differenz.	Logarithmen der Meridians-Radien.	Differenz.	Logarithmen der Normalen in Ruthen.	Differenz von 1 Minute.	Logarithmen der Merid. Radien in preuß. Ruthen.	Differenz von 1 Minute.
45°	0,0007005		9,9992949		6,2294044		6,2279989	
		245		735		4,08		12,25
46°	0,0007250		9,9993684		6,2294290		6,2280724	
		244		733		4,07		12,22
47°	0,0007494		9,9994417		6,2294534		6,2281457	
		244		733		4,07		12,22
48°	0,0007738		9,9995150		6,2294778		6,2282190	
		244		729		405		12,15
49°	0,0007982		9,9995879		6,2295021		6,2282919	
		241		726		4,03		12,10
50°	0,0008223		9,9996605		6,2295263		6,2283645	
		240		722		4,02		12,03
51°	0,0008463		9,9997327		6,2295504		6,2284367	
		240		717		3,98		11,95
52°	0,0008703		9,9998044		6,2295743		6,2285084	
		237		710		3,93		11,83
53°	0,0008940		9,9998754		6,2295979		6,2285794	
		234		703		3,90		11,72
54°	0,0009174		9,9999457		6,2296214		6,2286497	
		232		695		3,87		11,58
55°	0,0009406		10,0000152		6,2296445		6,2287192	
		228		687		3,81		11,45
56°	0,0009634		10,0000839		6,2296674		6,2287879	
		226		676		3,77		11,27
57°	0,0009860		10,0001515		6,2296900		6,2288555	
		222		669		3 70		11,15
58°	0,0010082		10,0002184		6,2297122		6,2289224	
		219		654		3,64		10,91
59°	0,0010301		10,0002838		6,2297341		6,2289878	
		214		643		3,58		10,59
60°	0,0010515		10,0003481		6,2297555		6,2290521	

